

单位代码	10476
学号	2102183027
分类号	O572.2

河南师范大学

硕士学位论文

在 Belle II 实验上寻找轻子味破坏的衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$

学 科、专 业：物理学、粒子物理与原子核物理

研 究 方 向：高能对撞机实验的物理分析

申请学位类别：理学硕士

申 请 人：齐玉豪

指 导 教 师：姬清平 副教授

沈成平 教 授

二零二五年五月

Search for lepton flavor violation decay $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ at Belle

II

A Dissertation Submitted to
the Graduate School of Henan Normal University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science

By

Yuhao Qi

Supervisor: Associate Prof. Qingping Ji

Prof. Chengping Shen

May 2025

摘 要

在粒子物理学中，轻子味守恒是标准模型的基本假设之一，然而，实验上观测到的中微子振荡现象表明轻子味在弱相互作用过程中并不严格守恒。这一发现激发了人们对轻子味破坏过程的深入研究，以探索超越标准模型的新物理机制。轻子味破坏过程的研究不仅有助于揭示轻子家族的味结构及其相互作用规律，还可能为解释宇宙中物质-反物质不对称性等基本问题提供关键线索。近年来，随着高能物理实验精度的不断提升，特别是对 τ 轻子和 B 介子系统的研究，轻子味破坏过程的探索进入了新的阶段。

利用运行在 e^+e^- 能量不对称的对撞机 SuperKEKB 上的 Belle II 探测器在 $\Upsilon(4S)$ 共振态、 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近和 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近采集到的 424 fb^{-1} 的数据样本，我们使用多变量分析的方法，对衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 进行轻子味破坏过程的寻找。我们采用 1（标记侧） $\times$ 3（信号侧）的拓扑结构来重建事例：信号侧 τ 衰变到 $e^- \eta'$ ， η' 可以通过衰变模式 $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma \gamma)$ 和 $\eta' \rightarrow \rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$ 进行探测；标记侧 τ 用 $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$ 三种过程进行标记。使用多变量分析的方法对相关变量进行优化，以得到衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的分支比的最优解。目前处于盲分析阶段，基于从单举 MC 样本中抽取与数据亮度相对应的样本作为 bootstrap MC 样本用来模拟数据，其余的单举 MC 样本用于研究预期的本底产额，预计在 90% 置信水平下的衰变分支比的上限为 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta') < 1.17 \times 10^{-7}$ 。

关键词：Belle II 实验，轻子味破坏，多变量分析，分支比上限

Abstract

In particle physics, lepton flavor conservation is one of the fundamental assumptions of the Standard Model. However, the experimental observation of neutrino oscillations indicates that lepton flavor is not strictly conserved in weak interaction processes. This discovery has spurred extensive research into lepton flavor violation (LFV) processes to explore new physics mechanisms beyond the Standard Model. The study of LFV processes not only helps to reveal the flavor structure and interaction dynamics of the lepton family but may also provide critical insights into fundamental questions such as the matter-antimatter asymmetry in the universe. In recent years, with the continuous improvement in the precision of high-energy physics experiments, particularly in studies of the τ lepton and B meson systems, the exploration of LFV processes has entered a new phase.

Based on 424 fb^{-1} data samples collected by Belle II detector at the SuperKEKB energy-asymmetric e^+e^- collider at $\Upsilon(4S)$ resonance, the near of $\Upsilon(4S)$ resonance and the near of $\Upsilon(5S)$ resonance, we propose a search for lepton flavor violation decay $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ by applying the multivariate analysis method. The 1(tag) $\times$ 3(sig) topology is used to reconstruct the events, where the signal side τ decays to $e^- \eta'$, and η' can be detected through the decay modes $\pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma \gamma)$ and $\rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$. the tag side τ decays to $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$, $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ and $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$. Currently, in the blind stage, this estimation is based on extracting a bootstrap MC sample corresponding to the data luminosity from the generic MC samples, with the remaining generic MC samples used to extract the expected background yield. The upper limit at 90% credibility level on the branching fraction of $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ is estimated to be less than 1.17×10^{-7} .

Keywords: Belle II, lepton flavor violation, multivariate analysis method, branching

fraction upper limit

目 录

摘 要	I
Abstract	III
第一章 引言	1
1.1 粒子物理中的标准模型	1
1.1.1 基本粒子	2
1.1.2 相互作用力	3
1.2 轻子味破坏	3
1.3 论文的选题和结构	5
1.3.1 论文选题的背景和意义	5
1.3.2 论文结构	5
第二章 Super KEKB 加速器和 Belle II 探测器	7
2.1 Super KEKB 加速器	7
2.2 Belle II 探测器	9
2.2.1 顶点探测器 (VXD)	9
2.2.2 中央漂移室 (CDC)	10
2.2.3 粒子鉴别探测器	11
2.2.4 电磁量能器 (ECL)	12
2.2.5 超导螺线管	12
2.2.6 K_L 和缪子探测器 (KLM)	13
2.2.7 触发和数据获取系统	13
第三章 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 过程的研究	15
3.1 数据集	16
3.1.1 信号蒙特卡洛样本	16
	V

3.1.2	单举蒙特卡洛样本	16
3.1.3	数据样本	16
3.2	基础选择标准	18
3.2.1	带电径迹	18
3.2.2	光子的选择	18
3.2.3	粒子鉴别	19
3.3	事例级别	19
3.3.1	衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$	19
3.3.2	衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$	23
3.4	数据分析	27
3.4.1	确定信号区域	27
3.4.2	多变量分析相关定义	32
3.4.3	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的多变量分析	33
3.4.4	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的多变量分析	42
3.4.5	上限估计	51
3.4.6	分支比上限	55
3.5	修正因子	55
3.5.1	PID 效率	56
3.5.2	触发效率	60
3.5.3	η 重建	61
3.5.4	单举 MC 样本的不完整模拟	61
3.6	系统误差	62
3.6.1	径迹重建效率	63
3.6.2	粒子鉴别	63
3.6.3	η 重建	63
3.6.4	GBDT 选择	63
3.6.5	$\mathcal{B}(\eta' \rightarrow XX)$	64
3.6.6	$\tau\tau$ 截面	64
3.6.7	积分亮度	64
3.6.8	MC 统计量	64
3.6.9	π^0 否决	65
3.6.10	触发效率	66

3.6.11 单举 MC 样本的不完全模拟	66
3.7 总结	66
第四章 总结与展望	69
参考文献	71
附录 A：拓扑分析	75
附录 B：不同数据采集能量下截面及其加权平均值	77
致 谢	79
攻读学位期间发表的学术论文目录	81
独 创 性 声 明	83
关于论文使用授权的说明	83

第一章 引言

粒子物理的主要研究方向是探索物质的基本构成和基本相互作用 [1]。自古以来，人们一直致力于研究物质的组成和相互作用方式。人们对于什么是组成物质的最小单元有着很多的猜想，这也是从古至今不停探寻的内容。然而很长一段时间内人类对于物质组成的认识仅仅停留在哲学意义上。在《庄子·天下》中，战国时期的伟大哲学家庄子以一句富有哲理的话语描绘了有限与无限之间的微妙关系：“一尺之杖，每日截取其半，历经万世亦无法穷尽”。这句话深刻地揭示了事物的无限可分性，强调了其无穷无尽的本质，表明物质可以一次又一次的均分，即使分到原子层面，也可以继续均分下去。那物质是否可以无限分割下去呢？

1.1 粒子物理中的标准模型

我们了解到，宇宙是由原子和其他物质粒子组成的。原子由原子核和电子组成，原子核由质子和中子组成，质子和中子又被称为核子，而核子则由夸克和胶子组成。这些基本粒子构成了丰富多彩的物质世界。粒子物理是研究场和基本粒子性质、相互作用和相互转化规律的学科，是当前研究物质内部结构规律的前沿学科 [2]。从上个世纪开始至今，粒子物理已有百余年的发展历史。目前，粒子物理已取得了丰富的理论成果和实验成果，揭示了许多自然界的奥秘。

粒子物理的标准模型 [3, 4, 5] 是一种理论框架，用于描述强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用，以及构成物质世界的基本粒子。该模型通过实验、特别是高能对撞机实验，已经得到了广泛验证。

在粒子物理的标准模型中，强相互作用通过量子色动力学 (QCD) 来阐述，主要关注夸克与胶子间的相互作用；弱相互作用则由电弱统一理论进行描述，聚焦于带电轻子、中性轻子（例如中微子）与带电弱玻色子的相互作用；而电磁相互作用则通过量子电动力学 (QED) 来刻画，涉及电荷粒子（例如电子和光子）间的相互作用。

标准模型的成功在于它能够解释和预测许多实验观测结果，并且提供了对基本粒子性质和相互作用机制的深入理解。然而，标准模型仍然存在一些问题，例如无法解释引

力相互作用以及一些观测中的现象，这也是当前粒子物理研究的一个重要方向。

尽管标准模型仍然被广泛接受，并且其预言被实验证实，但科学家们仍在努力寻求更完善的理论，以进一步解开宇宙中的未解之谜。

1.1.1 基本粒子

粒子物理学的标准模型是迄今为止最为成功的理论框架之一，它详细描述了基本粒子之间的相互作用及其性质。在标准模型中，费米子（自旋为 $1/2$ 的粒子）包括了夸克和轻子，其中夸克有 6 种不同的味道（或称为“三代”），轻子也有 6 种 [3, 4]。玻色子（自旋为 1 的粒子）包括了 $W^\pm$ 玻色子、 Z^0 玻色子、光子 γ 、胶子 g 和希格斯玻色子。

标准模型涵盖了基本粒子之间的三种基本相互作用：强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用，而引力相互作用在标准模型中并未被包含，尽管它在宏观宇宙尺度上具有重要意义。

2012 年，欧洲核子中心的实验团队在大型强子对撞机上发现了希格斯玻色子，这一发现验证了标准模型的正确性。希格斯玻色子是标准模型中最后一个被发现的基本粒子，其质量约为 125GeV [6, 7]。标准模型中的轻子、夸克、玻色子和基本粒子的质量等信息可以看图 1.1。



图 1.1: 标准模型中的基本粒子 [8]。

1.1.2 相互作用力

在标准模型中，我们主要介绍了三种基本相互作用的主要性质，即强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用。这些相互作用在标准模型中通过规范矢量玻色子传播。

强相互作用的传播子是胶子 (g)，它负责维持夸克之间的相互作用力，使得夸克束缚在一起形成强子（如质子和中子）。弱相互作用的传播子是 $W^\pm$ 和 Z^0 玻色子，它负责一些核衰变过程和一些高能物理过程，如在 LEP 对撞机上观测到的 Z 玻色子的宽度。电磁相互作用的传播子是光子 (γ)，它负责带电粒子之间的相互作用，包括原子核内的电荷相互作用和光的传播等现象。此外，在强相互作用和弱相互作用中，传播子之间存在自相互作用 [9]，这是这两种相互作用的一个重要特征。

总的来说，标准模型中的强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用是描述基本粒子之间相互作用和性质的关键，它们在自然界中发挥着重要作用。表 1.1 总结了三种基本相互作用的主要性质。

表 1.1: 三种基本相互作用的特征对比。

相互作用	传播子	自旋/宇称	强度	力程 (m)	理论描述
强相互作用	胶子 (g)	1^-	1	10^{-15}	量子色动力学 (QCD)
电磁相互作用	光子 (γ)	1^-	10^{-2}	∞	量子电动力学 (QED)
弱相互作用	$W^\pm, Z^0$	1^-	10^{-5}	$< 10^{-18}$	电弱理论

1.2 轻子味破坏

轻子味破坏过程的研究对于验证标准模型及探索新物理具有深远意义。在标准模型中，带电轻子味破坏过程是被禁止的，但中微子振荡实验揭示了中微子具有质量，暗示轻子味破坏过程可能存在。若实验中观测到带电轻子味破坏衰变，这将强烈暗示存在超越标准模型的新物理。

对于轻子味破坏过程的探索始于上世纪 40 年代。在 1937 年之前，人们一直以为宇宙射线中观测到的缪子是 π 介子，直到 1937 年人们证实了发现的缪子不是介子 [10]。因此当时有人假设缪子是较重的电子，从而推断出它可以衰变到一个电子和一个光子，人们开始寻找不同类型轻子之间的转换，比如电子、 μ 子和 τ 子之间的转换。在 1947 年，人们就开始寻找 $\mu \rightarrow e\gamma$ [11]，并在 1955 年给出了相关分支比的限制 [12]。尽管在

实验中尚未观测到这些轻子味破坏过程，但近三十年的实验已经对这些过程施加了很强的限制，如图 1.2所示。

在带有轻子味破坏的过程中提供了一些寻找标准模型以外物理的最有前途的研究。在带电轻子部分，轻子味破坏通常被考虑用于纯粹的轻子过程，例如 μ 和 τ 的辐射衰变 [13] 或它们的衰变成三个带电轻子 [14, 15]。半轻子 τ 衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 提供了另一个关于来自超对称 [16, 17] 激励模型或具有重 Dirac 中微子 [18, 19] 的模型的可能轻子味破坏机制的信息来源；它们还允许对新物理 [20] 的尺度设定更一般的界限。在 B 工厂的实验中，轻子对被大量产生，显著提高了对轻子味破坏衰变的灵敏度，使其接近各种理论预期。

轻子味破坏过程的研究有助于我们理解粒子物理学中的基本相互作用和粒子性质，同时也为寻找新物理现象提供了重要线索。通过不断地探索 and 实验，我们有望揭示更深层次的物理规律，推动粒子物理学领域的发展。尽管迄今为止我们尚未探测到与轻子味破坏相关的物理过程，但已为某些典型的带电轻子味破坏过程提供了相对较好的上限。这些上限对我们研究新物理模型框架的构建具有重要意义，能够帮助我们更好地理解 and 探索可能存在的新物理现象。通过这些限制条件，我们可以更有效地指导未来的实验设计和理论发展。

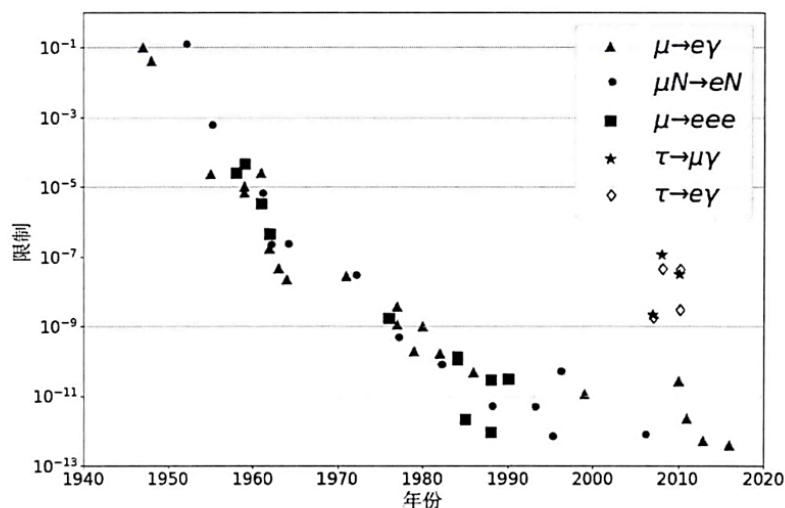


图 1.2: 实验上给出的轻子味破坏过程的限制 [21]。

1.3 论文的选题和结构

1.3.1 论文选题的背景和意义

轻子味破坏是指在标准模型框架之外，不同种类的轻子（如电子、 μ 子和 τ 子）之间发生相互转化或衰变的现象。在标准模型中，轻子味的保留是被严格禁止的，意味着轻子的“味道”应在物理过程中保持不变。然而，一些理论模型扩展了标准模型，允许或预测轻子味破坏的存在。

研究轻子味破坏对理解基本粒子物理学和探索新物理现象至关重要，因为它可能提供超出标准模型的新物理机制的线索。通过观察轻子味破坏过程，我们可以验证不同物理模型的有效性，并寻找新粒子或相互作用的迹象。

尽管已有实验观察到轻子味破坏的迹象，但这些效应非常稀少且难以探测。因此，继续研究轻子味破坏对于揭示基本粒子物理学的未知领域至关重要。轻子味破坏的重要性在于，它提供了探索新物理现象和验证理论模型的机会，助力基本粒子物理学的发展，解开宇宙中的一些未解之谜。

在 Belle 实验的先前研究中，已经对轻子味破坏衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的过程进行了研究，其基于 $401 fb^{-1}$ 的数据亮度，得到了其在 90% 置信水平下的分支比上限结果，如表 1.2 [22]：

表 1.2: Belle 实验上 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 衰变模式上限总结

模式	上限
$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$	$< 4.7 \times 10^{-7}$
$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$	$< 2.5 \times 10^{-7}$
联合	$< 1.6 \times 10^{-7}$

本文基于 SuperKEKB 对撞机上的 BelleII 探测器采集到的亮度更大的数据样本，研究了轻子味破坏衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 的过程，得到了其在 90% 置信水平下的分支比上限，这一结果为新物理的研究提供了实验依据，进而为寻找超出标准模型的新粒子或新相互作用开辟了可能的途径。通过这项研究，我们能够进一步理解基本粒子物理学的现象，并探索可能存在的新物理机制。

1.3.2 论文结构

根据研究内容，本论文分为以下几个部分：

- 第一章引言

介绍了粒子物理标准模型和粒子之间的相互作用、轻子味破坏过程。

- 第二章 SuperKEKB 加速器和 BelleII 探测器

介绍了日本 SuperKEKB 加速器和 BelleII 探测器的组成结构

- 第三章 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 过程的研究

- 第四章总结与展望

我们迫切希望能够获取更大规模的数据样本，以支持对轻子味破坏过程的深入研究。这一目标的实现依赖于理论与实验的紧密合作。研究人员将持续努力开发和改进超出标准模型的理论模型，以解释轻子味破坏现象并预测可能的新物理机制。未来的实验将继续努力寻找更多关于轻子味破坏的证据，以验证现有理论模型或发现新的物理现象。

总体而言，轻子味破坏作为一个极具吸引力的研究领域，将在未来发挥重要作用，揭示宇宙中的未解之谜并推动基本粒子物理学的发展。通过持续的实验与理论研究，我们有望更深入地理解轻子味破坏现象，拓宽我们对自然界的认识。我们期待着探索更多关于轻子味破坏的新发现，为科学领域带来更多的突破和启示。

第二章 Super KEKB 加速器和 Belle II 探测器

KEKB 加速器是位于日本高能加速器研究机构 KEK 的非对称正负电子对撞机，其周长约为 3 千米。设计的质心能量位于 $\Upsilon(4S)$ 共振态，为 10.58GeV。在 KEBB 储存环中，加速后的正负电子束流相撞，产生高能粒子碰撞事件。其中，Belle 是建立在 KEBB 加速器一个对撞点上的大型粒子探测器，用于进行 CP 对称性破坏 [23, 24] 的研究。由于 Belle 实验有产生 $B\bar{B}$ 的最佳质心能量，因此 KEBB 也被称为"B 介子工厂"。

随着 Belle 实验取得了许多重要成果，日本对 KEBB 进行了重大的升级改造，改造后的加速器被称为 SuperKEKB，也被称为“超级 B 介子工厂”。在 SuperKEKB 的对撞点上建立了新的粒子探测器，命名为 Belle II，用于研究超出标准模型的新物理现象。

2.1 Super KEKB 加速器

为了保持日本在加速器领域的领先地位，2010 年 KEBB 停止运行并进行重大的改造，成为 Super KEBB。为了实现与 KEBB 相比的 40 倍亮度，SuperKEKB 加速器的许多子系统需要进行升级。其中最重要的部分是束流尺寸，如图 2.1所示，使用纳米技术，对撞点处的束流尺寸会减小到 KEBB 的二十分之一，同时束流强度增加到 KEBB 束流强度的两倍。此时正负电子的能量将有所改变，从 3.5GeV-8GeV 变为 4GeV-7GeV，束流夹角由 22mrad 增大到了 83mrad [25]，以达到一个不太高能的质心系。

SuperKEKB 是一个能量不对称的正负电子对撞机，如图 2.2所示，在 SuperKEKB 中，电子束首先经过电子枪中的直线加速器进行加速。当电子束的能量达到 7GeV 时，它们将被注入到高能储存环中。在高能储存环中，通过钨靶产生的正负电子对可以通过磁极分离出正电子束。正电子束在正电子环中被加速到 4GeV 后，将被注入到低能储存环中。Super KEBB 的正负电子的束流环都位于地下 11 米的隧道内，可以有效降低本底。Belle II 实验计划产生大约为原来 Belle 实验 50 倍的 B 介子事例（Belle 实验收集了约 7.6 亿个这种事例），这将会使得 Belle II 成为世界第一的超级 B 工厂。且 SuperKEKB 产生的质心能量对应于 $\Upsilon(4S)$ 共振态的能量，约为 10.58GeV，其质心能量可以改变，能量区间在 9.4GeV 到 11.7GeV，可以用来研究 B 物理以外的分析。

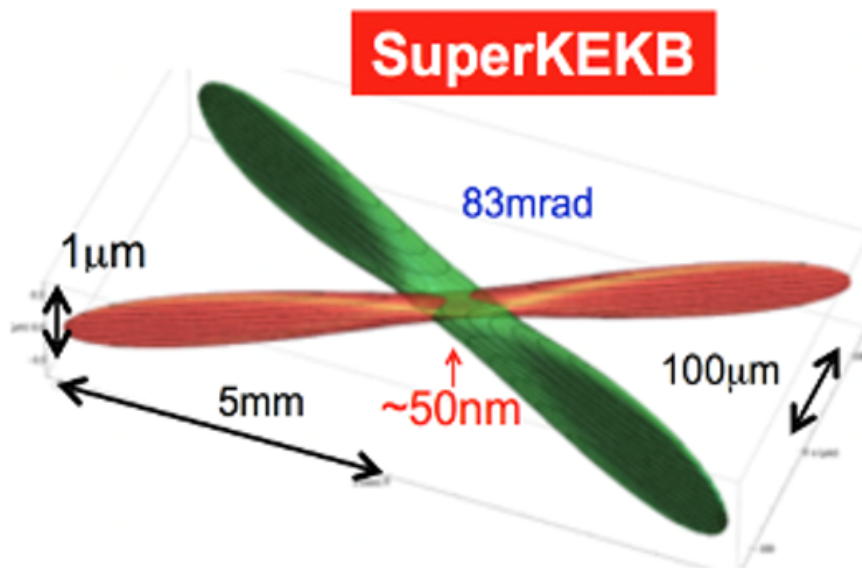


图 2.1: SuperKEKB 的纳米尺寸束流交叉方案。

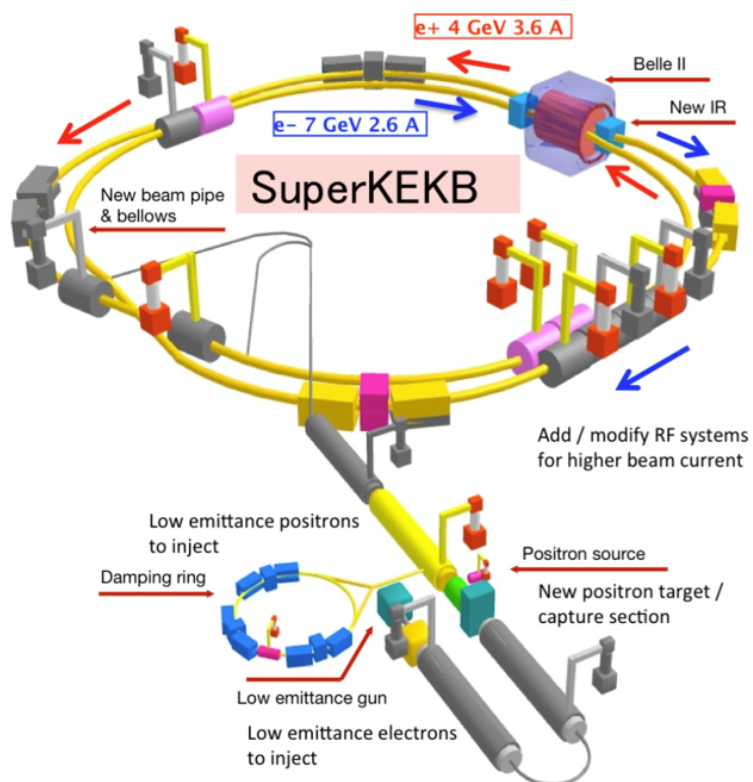


图 2.2: Super KEKB 加速器各组成部分及工作图解。

2.2 Belle II 探测器

Belle II 探测器均位于正负电子对撞区域的大型谱仪，其包围着正负电子束流相互对撞的区域，具有 4π 立体角。探测器被 1.5 T 强磁场的超导螺线管环绕，磁场与束流管方向平行，可使带电粒子发生偏转。探测器以铁基结构支撑，覆盖多种不同功能的子探测器，每个子系统致力于特定任务，如重建径迹、重建能量、识别粒子类型等。这些探测器可用于记录多种物理过程，包括 B 介子衰变、 τ 子对、双光子物理等。如图 2.3 所示，其中最里面的是顶点探测系统，其中包括像素探测系统 (PXD) 和硅顶点探测器 (SVD)，可以精确的得到粒子的衰变顶点并且可以得到带电粒子的运动轨迹，围绕着硅顶点探测器的是中心漂移室 (CDC)，可以进一步确定粒子的运动轨迹。桶部的时间传播计数器 (TOP) 和前端盖的气凝胶环形成像切伦科夫探测器 (ARICH) 用来进行粒子鉴别 (PID)，可以有效分离粒子。电磁量能器 (ECL) 用于检测电磁相互作用所沉积的能量。最外层是 K_L 介子和 μ 子探测器，用于探测和识别 K_L 介子和 μ 子。

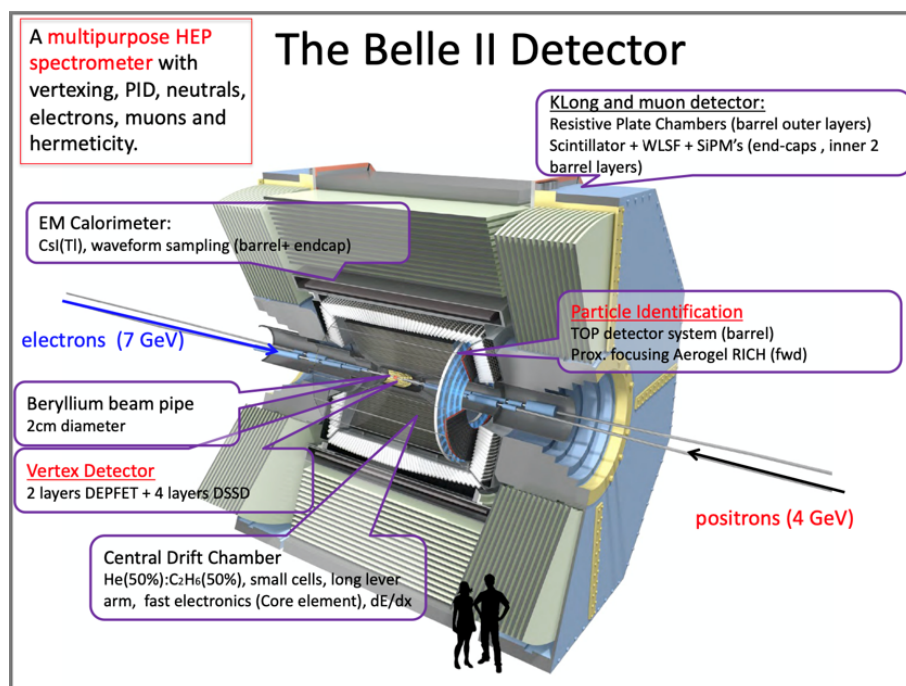


图 2.3: Belle II 探测器的总体结构侧视图。

2.2.1 顶点探测器 (VXD)

粒子从对撞点射出后首先遇到的是顶点探测器，该探测系统用于重建 e^+e^- 衰变中衰变粒子的顶点位置和测量其径迹。顶点探测器的主要功能是提供高分辨率的顶点位置

测量，这对于粒子物理实验中的事例重建和粒子鉴别非常重要。顶点探测器（如图 2.4）由像素探测器（PXD）和硅定点探测器（SVD）组成。

其中 PXD 是顶点探测器的内部部分，它由两层 DEPFET（耗尽型 p 通道场效应晶体管）组成。DEPFET 是一种高分辨率的像素探测器，能够提供极高的空间分辨率和灵敏度，用于精确测量带电粒子的顶点位置。且同时传感器只需要空气即可冷却，并具有较好的抗辐照性能。

SVD 是顶点探测器的外部部分，其接受角范围为 $7^\circ < \theta < 150^\circ$ 。它由四层 DSSD（双面条形探测器）组成。当带电粒子穿过 DSSD 时，它们会与硅探测器中的原子核发生相互作用，产生电子-空穴对。这些电子-空穴对会在探测器中形成电荷沉积，根据电荷沉积的位置和强度，可以确定粒子的轨迹和顶点位置。以便对带电粒子的运动轨迹进行精确重建。并且要求相对较低的击中占用率用来确保 CDC 中的径迹信息 SVD 中的击中能正确的关联（CDChits）。

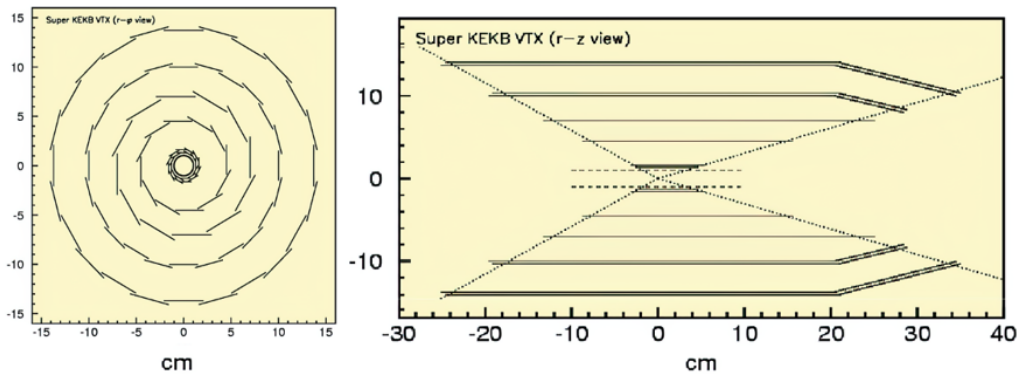


图 2.4: 顶点探测器（VXD）结构图。

2.2.2 中央漂移室（CDC）

CDC 在 Belle II 探测器中扮演着三个关键角色。首先，它用于重建带电粒子的运动轨迹，并精确测量它们的动量和能量损失 (dE/dx)，以进行粒子鉴别。其次，中央漂移室由数千根细长的丝组成，这些丝被填充了气体（通常是乙烷和氦气），当带电粒子穿过气体时，它们会离开电离轨迹。中央漂移室利用气体体积内的能量损失的测量值来提供颗粒识别信息。低动量轨迹无法到达颗粒识别设备，可以通过中央漂移室单独进行识别。最后，中央漂移室为带电粒子提供高效可靠的触发信号，对于探测器的性能至关重要。

CDC 最内层和最外层半径分别为 160 和 1130 毫米，长度为 2325 毫米，覆盖的相应的立体角角度为 17° - 150° ，如图 2.5 所示。

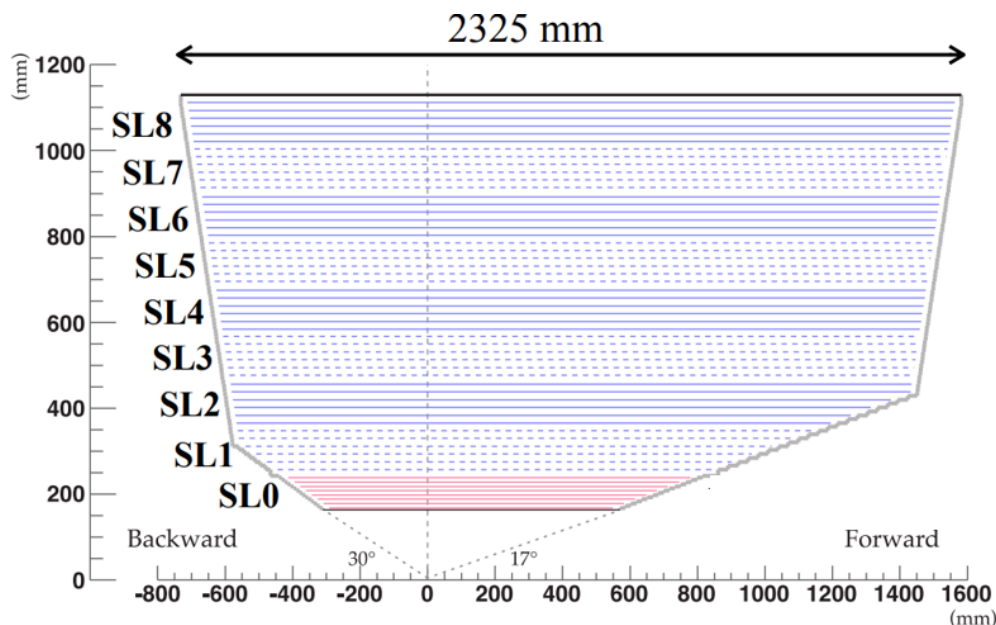


图 2.5: CDC 探测器的结构图 [26]。

图 2.6 显示了几种典型粒子的能量损失 dE/dx 随粒子动量的变化关系。通过测量 dE/dx ，能很好地分离各种粒子。

2.2.3 粒子鉴别探测器

Belle II 的粒子鉴别系统由 ARICH 和 TOP 共同组成。ARICH 探测器用于 Belle II 端盖区域进行粒子鉴别，TOP 探测器用于筒区的粒子鉴别。

TOP 具有高动量粒子的鉴别能力，可以满足 Belle II 实验在高能量中寻找新物理的设计目标。当高速粒子穿过石英棒时，它们会产生切伦科夫辐射，这种辐射以一个特定角度发射，该角度与粒子速度相关。通过检测这些光子，可以推断出穿过探测器的粒子的速度。将速度信息与 CDC 径迹探测器测量的粒子动量结合起来，就能够测量出粒子的质量，进而识别粒子的种类。

ARICH 是另一个专门用于粒子识别的子探测器，它使用气凝胶作为散射介质。与 TOP 中使用的石英类似，当带电粒子以足够的速度穿过气凝胶时，会产生切伦科夫光。在大部分动量范围内，ARICH 可以区分 K 和 π 介子产生的切伦科夫光子。

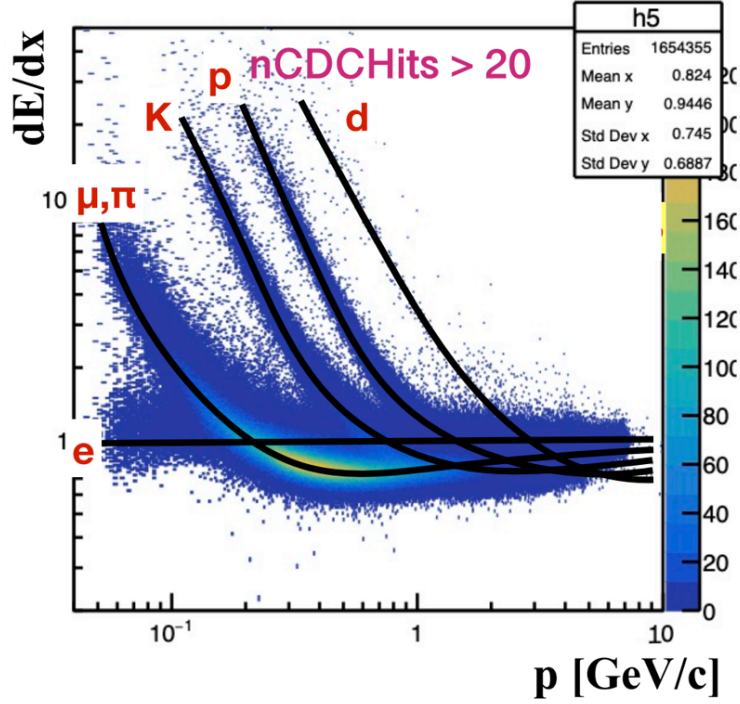


图 2.6: CDC 中带电粒子 dE/dx 随动量变化关系 [26]。

2.2.4 电磁量能器 (ECL)

光子和电子引发电磁簇射现象的过程中，粒子簇射导致的次级粒子总能量损失与初始粒子的能量是正相关的，ECL 可以通过电磁簇射现象推断出光子或电子的能量信息。

在 Belle II 探测器中 ECL 主要由三个部分组成，桶部、前端盖和后端盖。桶部由掺铊的碘化铯 (CsI(Tl)) 晶体组成，而在端盖中则使用纯 CsI 晶体。CsI 晶体具有优异的发光效率，能够提高光产额并保持机械稳定性。与之相连接的前置放大器和读出电子元件，读出设备配备偏置滤波和波形采样功能，以确保更快的读取速率。

2.2.5 超导螺线管

超导螺线管被安置在一个直径为 3.4 米、长度为 4.4 米的圆柱体内，能够提供 1.5T 的磁场。在 Belle II 实验中，所有子探测器系统均置于该磁场中。超导螺线管的线圈周围由多层铁板结构包围，这不仅形成了磁通量的回路，还充当了子探测器的吸收材料。超导螺线管能够有效维持稳定的磁场环境，为实验提供所需的条件和支持。

2.2.6 K_L 和缪子探测器 (KLM)

KLM 探测器是 BelleII 探测器最外部的探测器结构，位于超导螺线管的外部，用于鉴别动量超过 $0.6 \text{ GeV}/c^2$ 的 π 介子和 μ 轻子。它由夹在铁板之间的电阻板计数器 (RPC) 制成。铁板充当粒子相互作用的活性介质它也可以保护内部子探测器，还可以隔绝大量来自探测器外部的本底干扰。而 RPC 则从这些相互作用中读出信号，可以有效识别出 μ 轻子。

2.2.7 触发和数据获取系统

Belle II 触发系统由子触发系统和全局决策逻辑系统 (GDL) 组成。子触发系统整合了来自 CDC、ECL、TOF 和 KLM 等子探测器的信号，然后 GDL 负责综合这些子探测器的信息，做出决策以初始化数据采集。Belle II 数据获取系统实时读取来自 8 个子探测器的事件碎片信息，能够以最大频率进行高速读取，随后进行事件组建和数据简化，最后进行记录。子触发系统的主要任务是处理和判断各子探测器的信号，以确定是否符合触发条件，这些条件可能涉及特定类型的粒子或事件特征。而全局决策逻辑系统则根据子探测器的综合信号信息做出最终的触发决策，从而确定需要记录的事件。这一设计有效地筛选出感兴趣的事件，减轻了数据采集的负担。

数据获取系统的主要功能是高速读取和记录选定事件的数据。该系统具备处理来自多个子探测器的数据碎片的能力，并能在实时简化数据后进行有效记录。这种设计确保了数据的准确性与完整性，同时提高了数据采集的效率。

第三章 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 过程的研究

本分析是在 Belle II 实验中寻找轻子味破坏过程 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 。其中的重建方法基于一个 1×3 的子粒子拓扑结构。信号侧的 τ 衰变为 $e^- \eta'$ ，其中 η' 衰变为 $\eta(\rightarrow \gamma\gamma)\pi^+\pi^-$ 和 $\rho(\rightarrow \pi^+\pi^-)\gamma$ 末态；标记侧的 τ 用 $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$ 三种过程进行标记，如图 3.1所示。此外，对于衰变道 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+\pi^-\eta)$ ，在存在 π^0 的情况下，确保没有辐射光子的存在是至关重要的，而在没有 π^0 的情况下允许辐射光子的存在；对于衰变道 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho\gamma)$ ，在存在 π^0 的情况下允许辐射光子的存在。整个分析过程默认包含电荷共轭道，除非另有说明。

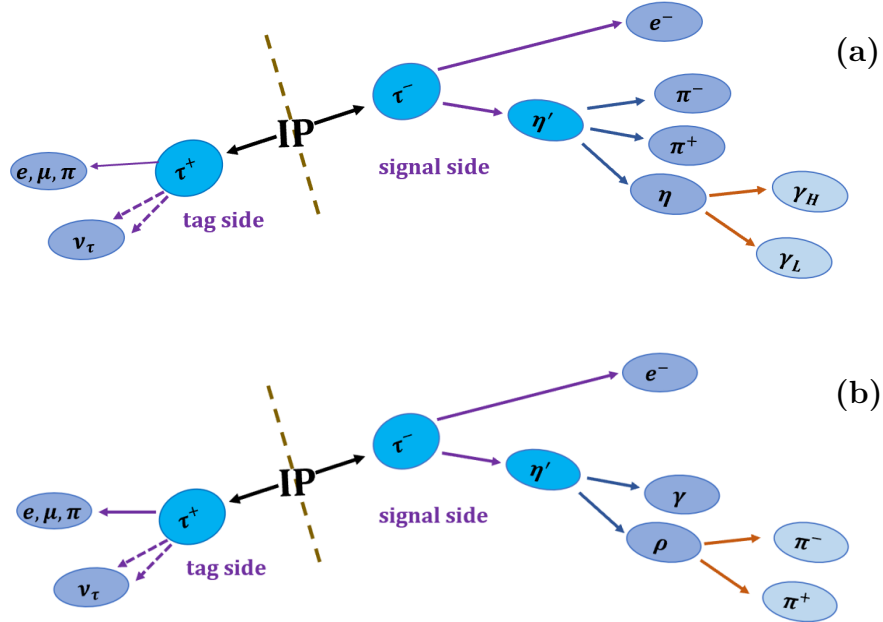


图 3.1: $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 信号事例重建的示意图，(a) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+\pi^-\eta)$ ，(b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho\gamma)$ 。

3.1 数据集

3.1.1 信号蒙特卡洛样本

我们使用官方的 Early Phase3 MC15a 产生条件进行信号过程 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的蒙特卡洛 (MC) 模拟, 在 $\sqrt{s} = 10.58$ GeV 处模拟生成了 10^7 个信号事例, 并采用了标准的和与运行无关的束流背景叠加 ('BG $\times$ 1')。具体来说, 信号侧和标记侧各产生了 5×10^6 个事例。

在官方的样本中, 对 “taupair” 的 MC 模拟产生分为两个步骤:

- 用 KKMC 产生 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$;
- τ 轻子的后续衰变使用 TauolaBelleII, 并且对于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 使用相空间模型, 标记侧 τ 根据 τ 衰变卡片来产生 [27]。鉴于蒙特卡洛卡样本生成的独特性质, 电荷共轭样本需独立生成。

3.1.2 单举蒙特卡洛样本

为了研究可能出现的本底, 校验或者优化事例选择条件和估计本底产额, 我们使用官方提供的单举 MC 样本——MC15rd 样本来对 $q\bar{q}(q = u, d, c, s)$, τ -pair, $\mu\mu$, ee , $eeee$, $ee\mu\mu$, $llXX$ 和 $\gamma\gamma$ 事例进行研究。我们使用的单举 MC 样本的大小如表 3.1。

3.1.3 数据样本

目前, 在盲分析阶段, 我们从单举 MC 样本中随机选择一些事例作为 toy 数据样本, 并将它们命名为 bootstrap MC 样本用来估计衰变 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 的分支比上限。bootstrap MC 样本的相应亮度为 $424 fb^{-1}$, 与 proc13 + prompt 数据样本相同, 包括 $\Upsilon(4S)$ 共振态数据、 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近数据和 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近数据。我们使用的数据样本的大小如表 3.2所示。这项工作基于在质心能量为 10.58 GeV 的 e^+e^- 碰撞, 其对应的能量为 $\Upsilon(4S)(363 fb^{-1})$, 10.52 GeV($42 fb^{-1}$), 和约 10.75 GeV($19 fb^{-1}$)。在 $\Upsilon(4S)$ 能量点, 产生 $\tau^+\tau^-$ 的正负电子对的对撞截面为 $\sigma_{\tau\tau} = 0.919 nb$; 非共振态处数据的对撞截面为 $0.929 nb$; 在 $\Upsilon(5S)$ 能量点附近的对撞截面为 $0.891 nb$ [28]。

表 3.1: 单举 MC 样本中的事例类型和相对应的亮度。

事例类型	亮度 [fb^{-1}]
$e^+e^- \rightarrow u\bar{u}$	1444
$e^+e^- \rightarrow d\bar{d}$	1444
$e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	1444
$e^+e^- \rightarrow s\bar{s}$	1444
$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	1444
$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$	1444
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	36.1
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$	362
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$	362
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$	1444
$e^+e^- \rightarrow llXX (l = e, \mu \text{ and } \tau, X = l \text{ and } h)$	1444

表 3.2: 数据样本的类型及相应的亮度。

数据处理	$\Upsilon(4S)[fb^{-1}]$	$\Upsilon(4S)$ 共振态附近 [fb^{-1}]	$\Upsilon(5S)$ 共振态附近 [fb^{-1}]
proc13(exp7-18)	187	18	—
prompt(exp20-26)	176	24	19
总计	363	42	19

3.2 基础选择标准

我们以一个与主轴垂直的平面作为分界线，将整个动量空间划分为两个对称的半球部分。主轴 $\hat{n}_{\text{thrust}}$ 被定义为 V_{thrust} ，

$$V_{\text{thrust}} = \sum \frac{|\vec{p}_i^{CM} \cdot \hat{n}_{\text{thrust}}|}{\sum \vec{p}_i^{CM}} \quad (3.1)$$

$\vec{p}_i^{CM}$ 为质心系中每个好的光子和带电粒子的动量。与信号侧对应的半球， τ 轻子的衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 应展现出三条径迹的特征 (3-prong)，而标记侧半球则仅呈现单条径迹 (1-prong)。因此，候选事例 τ 需要有四条带电径迹且总的电荷为零 (1×3 prong 的配置)。对于三种不同的标记模式，标记侧的径迹分别是 e , μ , 或者 π 。

为了进一步确定光子是在信号侧还是标记侧，我们要求在质心系中信号侧任何径迹的动量与 $\hat{n}_{\text{thrust}}$ 的点积应与标记侧径迹的动量与 $\hat{n}_{\text{thrust}}$ 的点积有相反的符号，即

$$(\vec{p}_{sig}^{CM} \cdot \hat{n}_{\text{thrust}}) \cdot (\vec{p}_{tag}^{CM} \cdot \hat{n}_{\text{thrust}}) < 0, \quad (3.2)$$

以下选择标准适用于径迹选择和信号事例候选：

3.2.1 带电径迹

- 所有带电径迹需要来源于相互作用点附近： $dr < 1$ cm 并且 $|dz| < 3$ cm，其中 dr 和 $|dz|$ 是相对于相互作用点的横向和纵向距离；
- 带电径迹的重建必须严格限定在探测器的有效接收区域内进行： $-0.8660 < \cos\theta < 0.9563$ ；
- 相对于 e^+ 束流方向的横向动量 $P_t > 0.1$ GeV；
- 对于强子径迹，与强子轨迹相关联的 CDC 探测次数为 nCDCHits，我们要求 nCDCHits > 0 ，这是用于强子鉴别性能研究推荐的方法 [29]。

3.2.2 光子的选择

在初始状态下，电子和正电子存在以一定概率释放出带有能量的光子的可能性，我们称为初态辐射 (ISR)，我们允许信号候选中存在光子，并对光子应用以下要求：

- 光子能量 $E(\gamma) > 0.2$ GeV；
- 要求光子在探测器接受范围内进行重建： $-0.8660 < \cos\theta < 0.9563$ ；

- 一个 ECL 簇中所有晶体的权重之和 $\text{clusterNHits} > 1.5$;
- 为了拒绝与能量大于 0.05 GeV 的任何其他光子组合成的 π^0 候选光子, 我们移除不变质量在 $0.10\text{GeV}/c^2 < M_{\gamma\gamma} < 0.16\text{GeV}/c^2$ 范围内的事例。

3.2.3 粒子鉴别

对于信号侧, 我们对电子和 π 介子做了下列要求:

- 对于电子, 我们要求 $\text{electronID_noSVD_noTOP} > 0.9$;
- 对于 π 介子, 我们要求 $\text{electronID_noSVD_noTOP} < 0.1$, 并且要求 $\mathcal{L}(p/\pi) < 0.6$ 且 $\mathcal{L}(K/\pi) < 0.4$ 。

对于标记侧, 我们对电子, 缪子和 π 介子做了下列要求:

- 如果径迹 $\text{electronID_noSVD_noTOP} > 0.9$, 则被认为是电子;
- 如果径迹 $\text{muonID_noSVD} > 0.9$, 则被认为是缪子;
- 如果径迹 $\mathcal{L}(p/\pi) < 0.6$ 且 $\mathcal{L}(K/\pi) < 0.4$, 则被认为是 π 介子。

3.3 事例级别

3.3.1 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$

对于衰变道 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 我们对信号侧的 τ 轻子候选事例应用顶点拟合, 并要求:

- $\text{conf_level}=0$, 这个条件表示拒绝所有拟合失败的信号候选者;
- 对 $\eta (\rightarrow \gamma\gamma)$ 做了质量约束拟合;
- 要求更新所有的子粒子的信息, 要求变量 $\text{updateAllDaughters} = \text{True}$;
- 径迹数目必须恰好为四条, 即 $\text{nGoodTrack} = 4$ 。其中信号侧有三条带电轨迹, 分别为 e^- 、 π^+ 和 π^- ; 标记侧有一条带电轨迹, 为 e^+ 或者 μ^+ 或者 π^+ 。

在上述事件选择和重建过程中，单举 MC 样本中的 $e^+e^-e^+e^-$ 、 $e^+e^-\mu^+\mu^-$ 、 $\gamma\gamma$ 和 $llXX$ 事例类型没有剩余事件（没有贡献），因此在之后的研究中将不考虑这些类型。此外，我们还使用以下宽松的预选条件来去除明显的本底。

在本文中，红色空白直方图显示信号 MC 分布，以堆叠方式填充颜色的直方图显示单举 MC 分布，黑色点带误差棒显示信号区域外的真实数据分布。单举 MC 分布按数据的亮度进行归一化，信号 MC 分布根据真实数据的最高 bin 进行归一化，除非另有说明。

- η' 的质量窗口

在上述事件选择之后，信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本中 $\pi^+\pi^-\eta$ 的不变质量分布如图 3.2所示。其中 η' 的质量窗口选择为 $0.940 < \pi^+\pi^-\eta < 0.975$ GeV/c^2 ，所选区域标记为两条黑色带箭头的线之间的区域，如图 3.2所示。

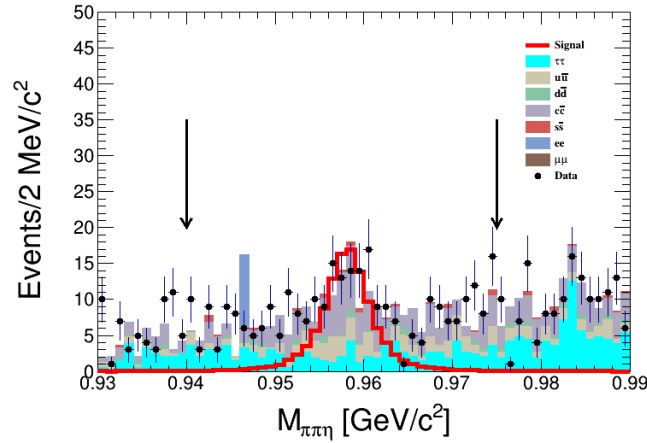


图 3.2: 来自信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本的衰变 $\tau \rightarrow e^-\eta'(\rightarrow \pi^+\pi^-\eta)$ 的 $\pi^+\pi^-\eta$ 的不变质量分布，所选区域标记为两条黑色带箭头的线之间的区域。

- 光子的数量

为了压低来自 $q\bar{q}(q = u, d, c, s)$ 的连续谱本底，我们要求信号侧光子的数量为 $N_{\gamma}^{sig} < 2$ ，这里的光子数量不包括重建为 $\eta(\rightarrow \gamma\gamma)$ 的两个光子；标记侧的光子数量 $N_{\gamma}^{tag} < 3$ ，这样可以避免在预选阶段剔除太多的信号事例。如图 3.3所示。

- 在质心系中，缺失动量与 thrust 轴之间的夹角的余弦值表示为 $\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}$ ，我们要求 $|\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}| > 0.3$ ，如图 3.4，所选区域由带箭头的两条黑线所示。

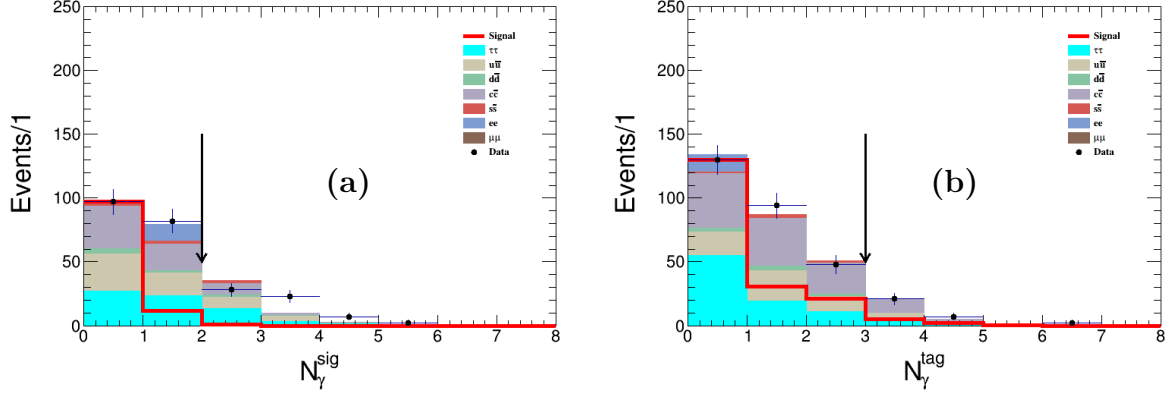


图 3.3: 关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的光子数量分布。(a) 为信号侧光子数量的分布图, 要求光子的数量 $N_\gamma^{\text{sig}} < 2$; (b) 为标记侧光子数量的分布图, 要求光子的数量 $N_\gamma^{\text{tag}} < 3$ 。

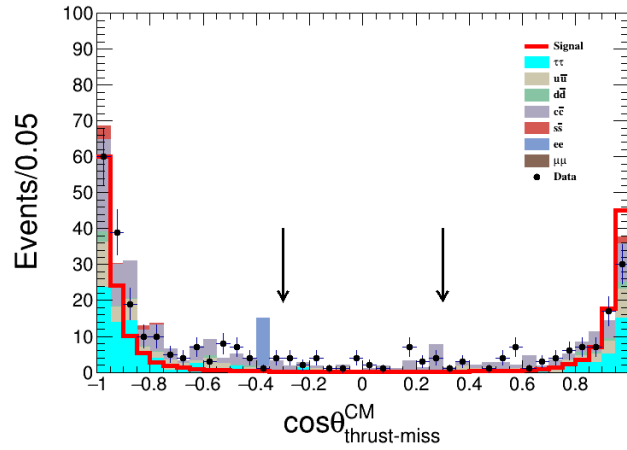


图 3.4: 在质心系中, 关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的缺失动量与 thrust 轴之间的夹角的余弦值的分布图, 要求其值 $|\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}| > 0.3$ 。

- 在实验室参考系中，缺失粒子的动量方向与标记侧径迹的动量方向之间的夹角的余弦值表示为 $\cos\theta_{\text{tag-miss}}$ ，我们要求 $\cos\theta_{\text{tag-miss}} > 0$ 。如图 3.5所示。

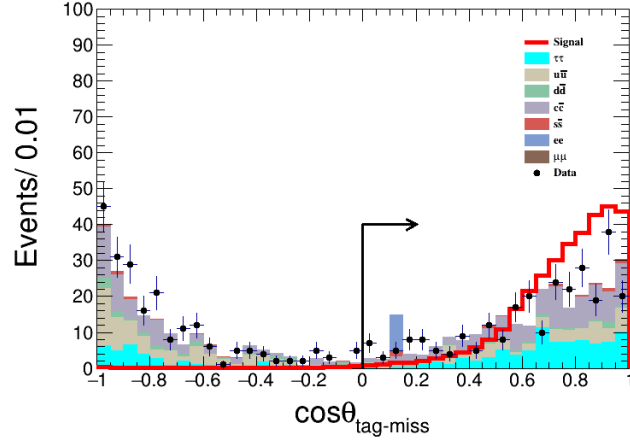


图 3.5: 实验室系统中，关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的缺失动量与标记侧径迹动量之间的夹角的余弦值的分布图，要求其值 $\cos\theta_{\text{tag-miss}} > 0$ 。

- 我们要求 thrust 轴的值为 $0.9 < V_{\text{thrust}} < 0.98$ ，如图 3.6所示。

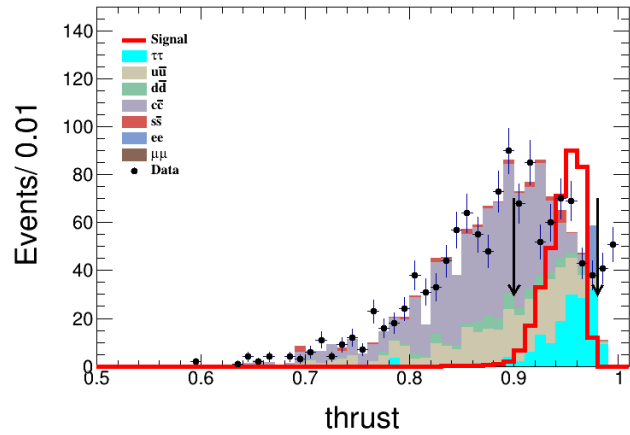


图 3.6: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 thrust 轴的值的分布图，要求其值 $0.9 < V_{\text{thrust}} < 0.98$ 。

- 缺失动量的不变质量的平方表示为 M^2 ，我们要求 $M^2 < 8$ ，如图 3.7所示。

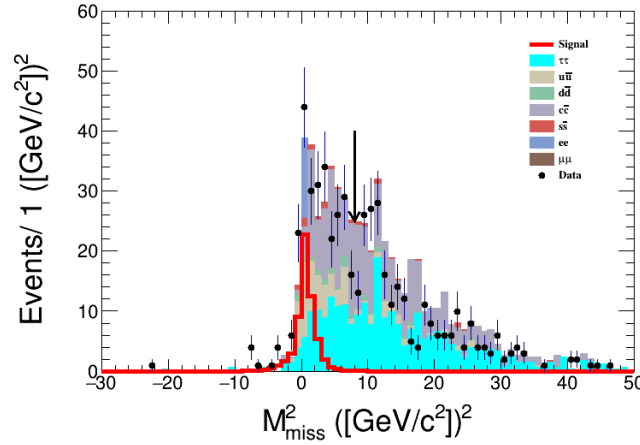


图 3.7: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的缺失动量的不变质量的平方的分布图, 要求其值 $M^2 < 8$ 。

3.3.2 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$

对于衰变道 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, 我们对信号侧的 τ 轻子候选事例应用顶点拟合, 并要求:

- `conf_level=0`, 这个条件表示拒绝所有拟合失败的信号候选者;
- 要求更新所有的子粒子的信息, 要求变量 `updateAllDaughters = True`;
- 径迹数目必须恰好为四条, 即 `nGoodTrack = 4`。其中信号侧有三条带电轨迹, 分别为 e^- 、 π^+ 和 π^- ; 标记侧有一条带电轨迹, 为 e^+ 或者 μ^+ 或者 π^+ 。

在上述事件选择和重建过程中, 单举 MC 样本中的 $e^+ e^- e^+ e^-$ 、 $e^+ e^- \mu^+ \mu^-$ 、 $\gamma \gamma$ 和 $llXX$ 事例类型没有剩余事件 (没有贡献), 因此在之后的研究中将不考虑这些类型。此外, 我们还使用以下宽松的预选条件来去除明显的本底。

- ρ 的质量窗口在上述事件选择之后, 信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本中 $\pi^+ \pi^-$ 的不变质量分布如图 3.8 所示, ρ 的质量窗口选择为 $0.65 < \pi^+ \pi^- < 0.90$ GeV/c^2 。
- η' 的质量窗口在上述事件选择之后, 信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本中 $\pi^+ \pi^- \gamma$ 的不变质量分布如图 3.9 所示, η' 的质量窗口选择为 $0.940 < \pi^+ \pi^- \gamma < 0.975$ GeV/c^2 , 所选区域由标记的切割边界箭头指示。如图 3.9 所示。

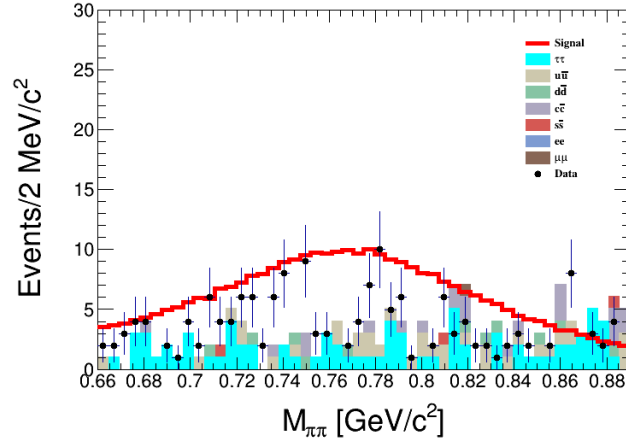


图 3.8: 来自信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本的衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的 $\pi^+ \pi^-$ 的不变质量分布。

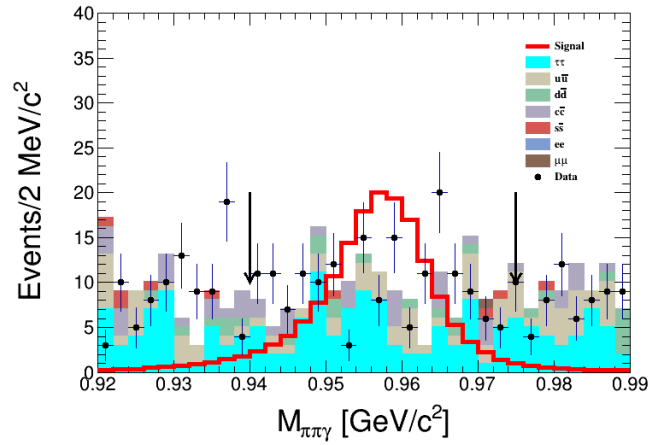


图 3.9: 来自信号 MC 样本、单举 MC 样本和数据样本的衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的 $\pi^+ \pi^- \gamma$ 的不变质量分布，所选区域标记为两条黑色带箭头的线之间的区域。

- 光子的数量

为了压低来自 $q\bar{q}(q = u, d, c, s)$ 的连续谱本底, 我们要求在信号侧光子的数量为 $N_\gamma^{sig} < 3$, 这里的光子数量不包括重建为 $\eta'(\rightarrow \rho\gamma)$ 的一个光子; 并且要求在标记侧的光子数量 $N_\gamma^{tag} < 4$, 这样可以避免在预选阶段剔除太多的信号事例。如图 3.10 所示。

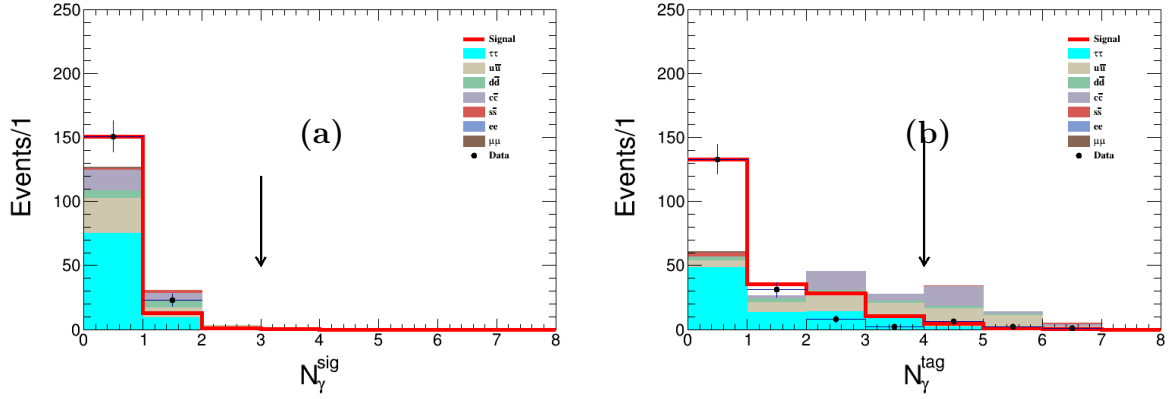


图 3.10: 关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的光子数量分布。(a) 为信号侧光子数量的分布图, 要求光子的数量 $N_\gamma^{sig} < 3$; (b) 为标记侧光子数量的分布图, 要求光子的数量 $N_\gamma^{tag} < 4$ 。

- 在质心系中, 缺失动量与 thrust 轴之间的夹角的余弦值表示为 $\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}$, 我们要求 $|\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}| > 0.3$, 如图 3.11, 所选区域标记为两条黑色带箭头的线标记。

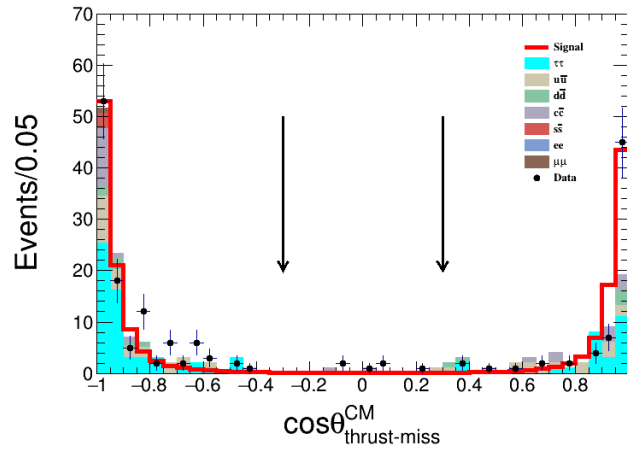


图 3.11: 在质心系中, 关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的缺失动量与 thrust 轴之间的夹角的余弦值的分布图, 要求其值 $|\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}| > 0.3$ 。

- 在实验室参考系中，缺失粒子的动量方向与标记侧径迹的动量方向之间的夹角的余弦值表示为 $\cos\theta_{\text{tag-miss}}$ ，我们要求 $\cos\theta_{\text{tag-miss}} > 0$ 。如图 3.12所示。

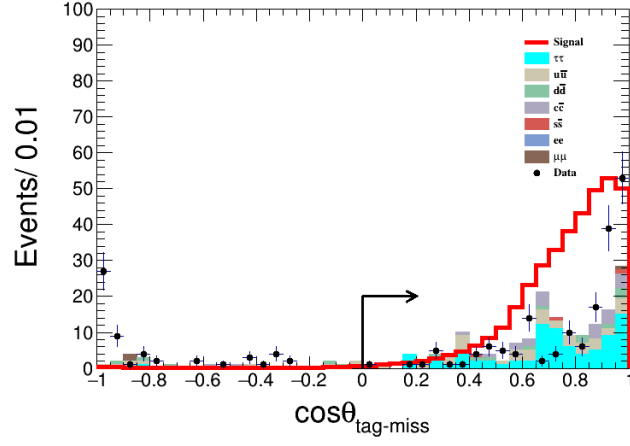


图 3.12: 实验室系统中，关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的缺失动量与标记侧径迹动量之间的夹角的余弦值的分布图，要求其值 $\cos\theta_{\text{tag-miss}} > 0$ 。

- 我们要求 thrust 轴的值 $0.9 < V_{\text{thrust}} < 0.98$ ，如图 3.13所示。

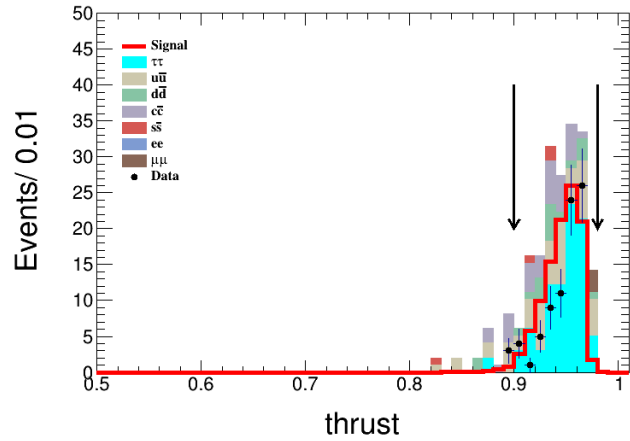


图 3.13: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 thrust 轴的值分布图，要求其值 $0.9 < V_{\text{thrust}} < 0.98$ 。

- 缺失动量的不变质量的平方表示为 M^2 ，我们要求 $M^2 < 6$ ，如图 3.14所示。。

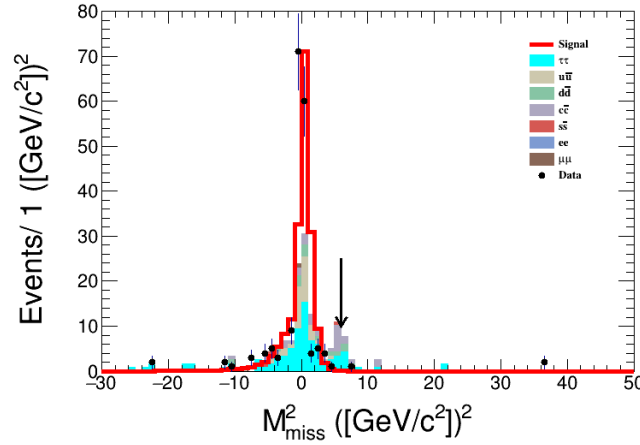


图 3.14: 衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的缺失动量的不变质量的平方的分布图, 要求其值 $M^2 < 6$ 。

3.4 数据分析

3.4.1 确定信号区域

真实的信号事例应该位于 $M_\tau - \Delta E$ 平面上并且在 $(m_\tau, 0)$ 附近, 这里的 m_τ 是 τ 的标准质量 [27]。因此, 信号产额是在 $M_\tau - \Delta E$ 的平面内提取的。在应用了上述所有的预选条件之后, 信号 MC 样本在 $M_\tau - \Delta E$ 的分布如图 3.15 所示。

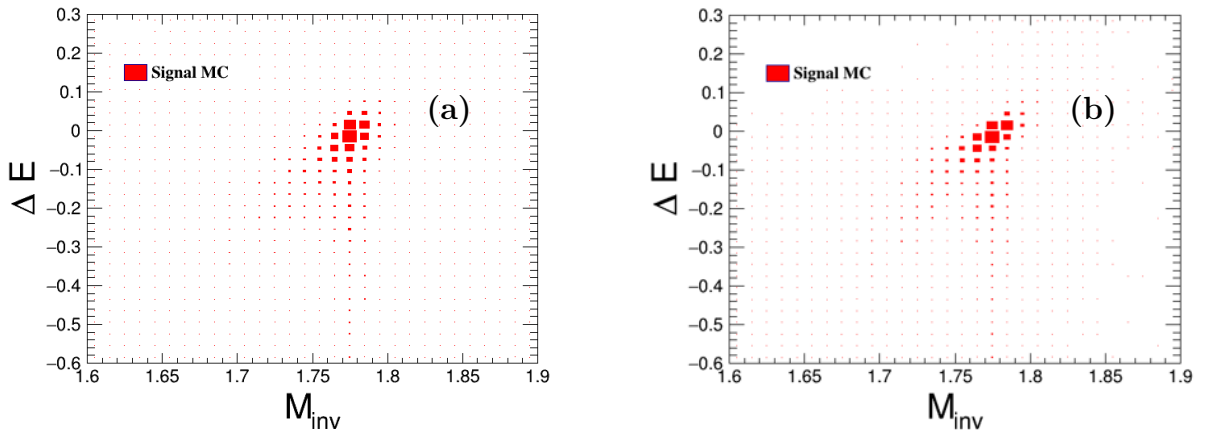


图 3.15: 在排除 ISR 事例之前, 关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的信号 MC 样本在 $M_\tau - \Delta E$ 平面上的重建分布: (a) 为衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, (b) 为衰变 $\eta' \rightarrow \rho(\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$ 。

显然, 信号区域是一个椭圆形区域。为了避免 ISR 事例对椭圆形状的影响, 我们使用以下条件排除 ISR 事例:

$$|E_{CM}^{total}/2 - mcE_{CM}^{\tau sig}| < 0.001 \quad (3.3)$$

其中 E_{CM}^{total} 是质心系中一个事例的总能量， $mcE_{CM}^{\tau sig}$ 是信号侧 MCParticle 匹配的 τ 在质心系中的能量。我们根据在事例中心的半束流能量 E_{CM}^{total} 与信号侧 τ 的生成器级别的中心质量能量 $mcE_{CM}^{\tau sig}$ 之间的差异来确定事例中的 ISR 光子的存在。如果事例中存在 ISR 光子，则 E_{CM}^{total} 和 $mcE_{CM}^{\tau sig}$ 之间的差异相对较大，相反， E_{CM}^{total} 和 $mcE_{CM}^{\tau sig}$ 的值非常接近。

图 3.16展示了 $|E_{CM}^{total}/2 - mcE_{CM}^{\tau sig}|$ 的分布。我们认为在 $|E_{CM}^{total}/2 - mcE_{CM}^{\tau sig}| < 0.001$ 的事例中不存在 ISR 光子，并且在 $|E_{CM}^{total}/2 - mcE_{CM}^{\tau sig}| > 0.001$ 的事例中可能存在 ISR 光子。

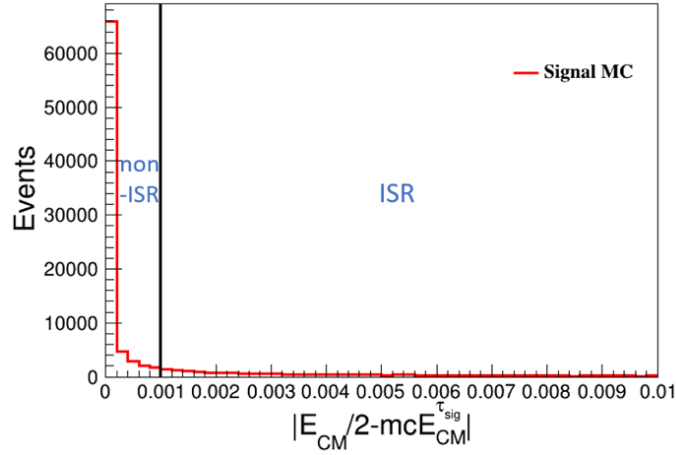


图 3.16: ISR 事例的分布图。

在使用此条件之后，衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 的信号 MC 样本在 $M_\tau - \Delta E$ 平面内的分布如图 3.17所示。

接下来，对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ ，使用信号 MC 样本中去除 ISR 事例后的剩余事例来研究信号区域，即图 3.17中的所有事例。信号区域是根据信号 MC 样本确定的一个非对称椭圆形区域，具体方法如下：

- 对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，我们将所有去除 ISR 事例的信号 MC 样本投影到 M_τ 和 ΔE 平面内的 ΔE 方向上，将事例分为 8 个区间，在 ΔE 的 ± 0.08 GeV 范围内计算每个区间中 M_τ 的平均值，如图 3.18(a) 所示，然后拟合接近 $\Delta E=0$ 的三个点。斜线的斜率是 θ 角的正切值，通过这种方法得到的旋转角度 θ 为 80.57° ，但我们选择将其旋转 -9.43° ，以避免 $M(\Delta E)$ 和 $M'(\Delta E')$ 之间出现负相关。即

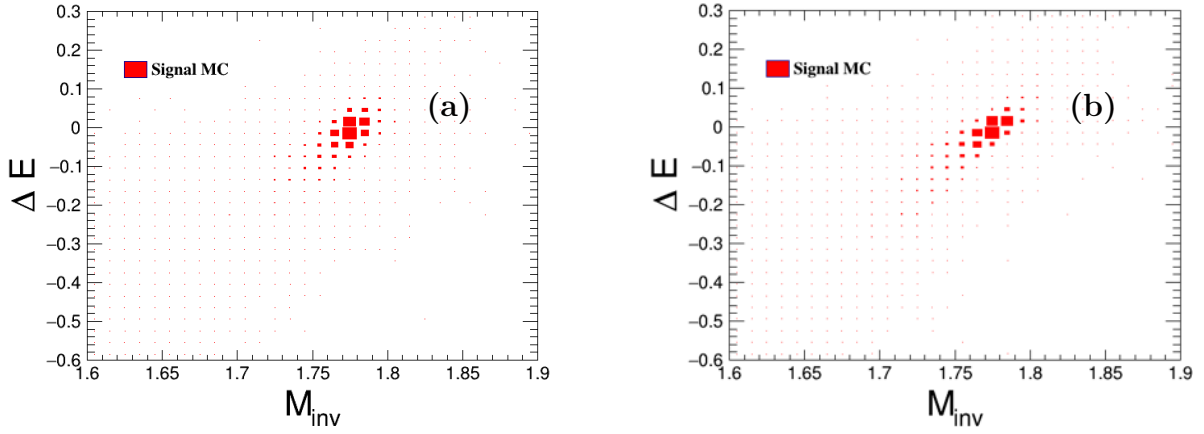


图 3.17: 在排除 ISR 事例之后, 关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的信号 MC 样本在 $M_\tau - \Delta E$ 平面上的重建分布: (a) 为衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, (b) 为衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 。

使用顺时针旋转 9.43° (-9.43°) 而不是逆时针旋转 80.57° (-80.57°), 如图 3.18(a) 所示。

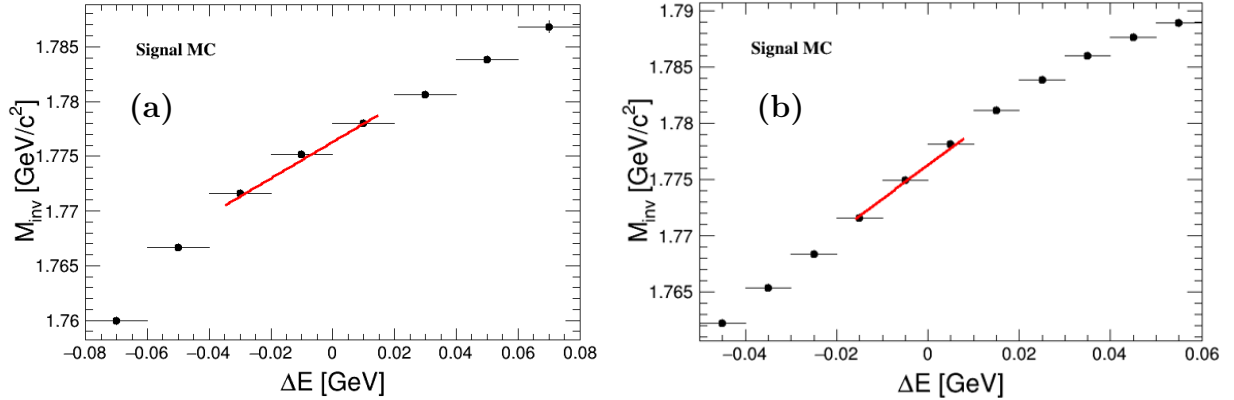


图 3.18: 衰变 (a) $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 和衰变 (b) $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 在 M_τ 和 ΔE 平面内平均值的拟合。

对于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$, 我们将所有去除 ISR 事例的信号 MC 样本投影到 M_τ 和 ΔE 平面内的 ΔE 方向上, 将事例分为 11 个区间, 在 ΔE 的 ± 0.06 GeV 范围内计算每个区间中 M_τ 的平均值, 如图 3.18(b) 所示, 然后拟合接近 $\Delta E=0$ 的三个点。斜线的斜率是 θ 角的正切值, 通过这种方法得到的旋转角度 θ 为 73.19° , 但我们选择将其旋转 -16.81° , 以避免 $M(\Delta E)$ 和 $M'(\Delta E')$ 之间出现负相关。即使用顺时针旋转 16.81° (-16.81°) 而不是逆时针旋转 73.19° (-73.19°), 如图 3.18(b) 所示。

- 通过使用方程 3.4 将 M_τ 和 ΔE 旋转到 M' 和 $\Delta E'$ 。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, $\theta = -9.43^\circ$; 对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, $\theta = -16.81^\circ$

$$\begin{pmatrix} M' \\ \Delta E' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_\tau \\ \Delta E \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

- 然后, 使用以下方法计算信号椭圆的轴长: 我们拟合 M' 和 $\Delta E'$ 的分布, 得到 M' 和 $\Delta E'$ 的峰值 (μ) 和标准差 (σ), 如图 3.19 所示。这里红色虚线表示峰值, 两个黑色虚线之间的范围代表 M' 和 $\Delta E'$ 分布的一个标准差 (1σ) 的大小。 $\Delta E'$ 和 M' 都由一个三重高斯函数描述。

对于 M' 的分布, 峰值 μ 将分布分为两部分, 在左侧部分, 从黑色虚线到峰值的范围是左侧部分的 1σ 大小; 在右侧部分, 从峰值到黑色虚线的范围是右侧部分的 1σ 大小。我们可以对 $\Delta E'$ 的分布使用相同的办法。在这里, σ 是使用方程 3.5、3.6、3.7、3.8 来确定的。

$$\frac{\int_{l_{M'}}^{\mu_{M'}} M' dM'}{\int_{L_{M'}}^{\mu_{M'}} M' dM'} = 0.682, \sigma_{M'}^l = \mu_{M'} - l_{M'} \quad (3.5)$$

$$\frac{\int_{\mu_{M'}}^{r_{M'}} M' dM'}{\int_{\mu_{M'}}^{R_{M'}} M' dM'} = 0.682, \sigma_{M'}^r = r_{M'} - \mu_{M'} \quad (3.6)$$

$$\frac{\int_{l_{\Delta E'}}^{\mu_{\Delta E'}} \Delta E' d\Delta E'}{\int_{L_{\Delta E'}}^{\mu_{\Delta E'}} \Delta E' d\Delta E'} = 0.682, \sigma_{\Delta E'}^l = \mu_{\Delta E'} - l_{\Delta E'} \quad (3.7)$$

$$\frac{\int_{\mu_{\Delta E'}}^{r_{\Delta E'}} \Delta E' d\Delta E'}{\int_{\mu_{\Delta E'}}^{R_{\Delta E'}} \Delta E' d\Delta E'} = 0.682, \sigma_{\Delta E'}^r = r_{\Delta E'} - \mu_{\Delta E'} \quad (3.8)$$

其中 l_X 和 μ_X ($X = M', \Delta E'$) 分别表示 1σ 的下限和上限。

衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的拟合结果如图 3.19(a) 和图 3.19(b) 所示, 椭圆的四个轴的长度分别确定为 7.79 MeV、5.83 MeV、36.31 MeV、24.49 MeV。

衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的拟合结果如图 3.19(c) 和图 3.19(d) 和所示, 椭圆的四个轴的长度分别确定为 5.72 MeV、5.39 MeV、38.91 MeV、21.38 MeV。

- 最后, 通过将中心点固定为 $(m_\tau, 0)$, 并通过等比例放大椭圆的长短轴, 确保椭圆能够覆盖 90% 的信号事例。

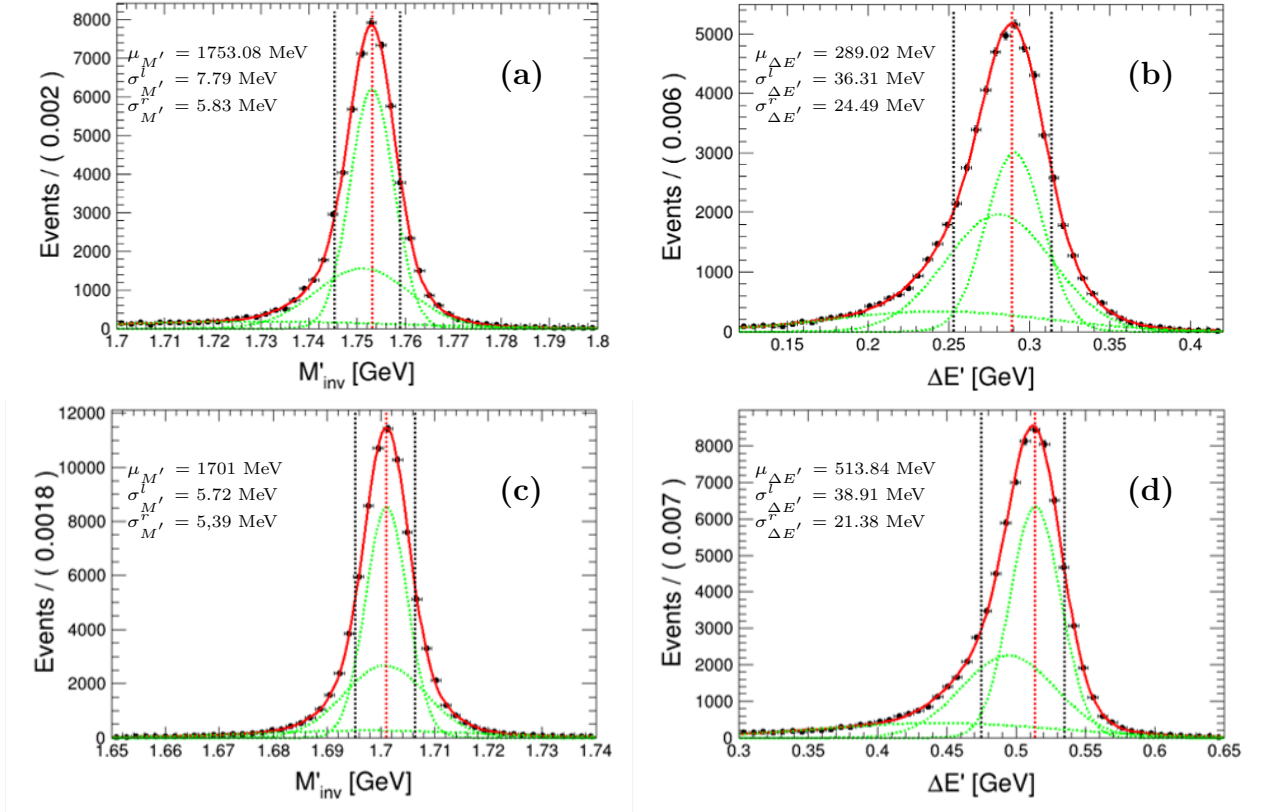


图 3.19: M' 和 $\Delta E'$ 都是用一个三重高斯函数描述, (a) 和 (b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的拟合结果, (c) 和 (d) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的拟合结果。总拟合结果以红色曲线呈现, 高斯函数的拟合效果则以绿色曲线表示, 而信号 MC 样本则以黑色点的形式展现。红色虚线是 M' 和 $\Delta E'$ 分布的峰值, 两个黑色虚线之间的范围分别表示 M' 和 $\Delta E'$ 分布的 1σ 大小。

通过上述步骤，我们仅确定了椭圆的四个轴的基本长度，椭圆的基本轴长度放大值对于不同的 GBDT(Gradient Boost Decision Tree) 选择条件是不同的。因此，在获得了子节 3.4.2 中优化的 GBDT 选择条件后，同时确定了椭圆基本轴长度的放大倍数。最终，衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的信号椭圆的四个轴分别为 29.56 MeV、22.12 MeV、137.80 MeV 和 92.94 MeV。衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的信号椭圆的四个轴分别为 19.31 MeV、18.19 MeV、131.32 MeV 和 72.16 MeV。

在此之后，对于信号 MC 样本和单举 MC 样本，研究在图 3.20 中显示的边带区域 (SB) 和信号区域 (SR) 内的候选事例；对于真实数据样本，仅研究在图 3.20 中显示的 SB 内且在 SR 之外的候选事例。

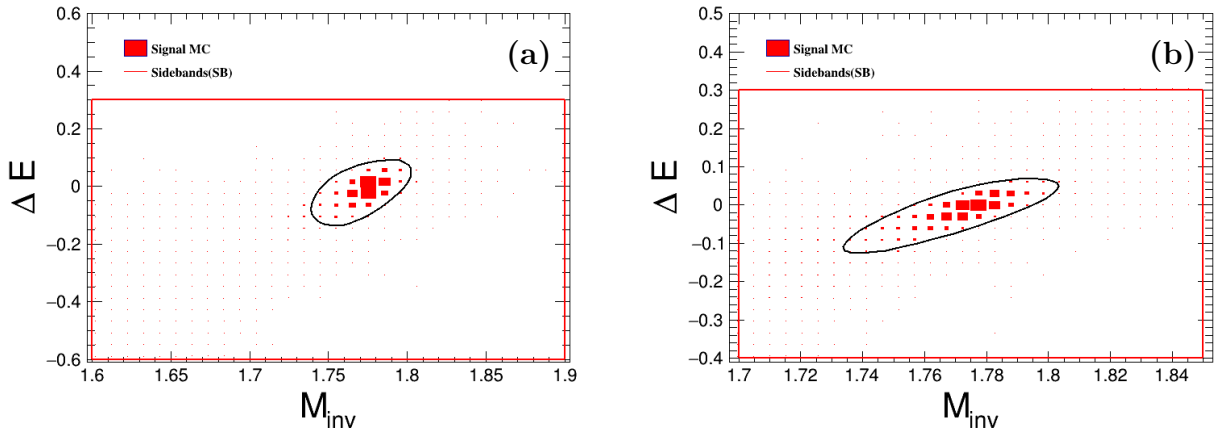


图 3.20: $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的椭圆信号区域和边带区域。红色框来自信号 MC 样本，(a) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，(b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 。

3.4.2 多变量分析相关定义

这里，我们给出了本分析中使用的各种 MC 样本的定义，包括训练样本、测试样本，如下所示：

- 训练信号样本：用于训练的信号样本，占有所有信号 MC 样本的 20%；
- 测试信号样本：用于测试的信号样本，占有所有信号 MC 样本的 80%；
- 训练本底样本：用于训练的背景样本，占有所有单举 MC 样本的 20%；
- 测试本底样本：用于测试的背景样本，占有所有单举 MC 样本的 80%；

- Bootstrap MC 样本: 从总的单举 MC 样本中随机抽取的一组样本, 其大小与真实数据 ($424 fb^{-1}$) 的亮度相同。这个样本用于模拟真实数据, 并用来估计椭圆信号区域中的预期事例数。
- 单举 MC 样本的剩余部分: 从总的单举 MC 样本抽取 bootstrap MC 样本后的剩余部分, 在后续计算中仍被称为“单举 MC 样本”, 其大小为 $1020 fb^{-1}$, 此后的单举 MC 样本都为此样本, 除非另有说明。该样本用于训练 GBDT, 并用来估计椭圆信号区域中预期的本底产额。

这些样本的大小如表 3.3 所示。

表 3.3: 多变量分析方法中使用的 MC 样本大小。

	训练样本	测试样本
信号 MC	2000000 个事例	8000000 个事例
单举 MC	$288.8 fb^{-1}$	$1155.2 fb^{-1}$ (bootstrap MC: $424 fb^{-1}$, 单举 MC 样本的剩余部分: $1020 fb^{-1}$)

接下来我们研究了用于多变量分析方法进行研究, 并且用 GBDT 的方法进行训练。我们直接优化分支比上限用来优化 GBDT 的输出。

3.4.3 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的多变量分析

除了基本选择之外, 对于衰变道 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 我们考虑以下变量以区分信号和本底:

- 事例水平
 - V_{thrust} : 推力值;
 - $E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$: 在质心系统中的可见能量;
 - $p_{\text{miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量的大小;
 - M_{miss}^2 : 缺失动量的平方;
 - $\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量的极角余弦值;
 - $\cos \theta_{\text{tag-miss}}$: 标记侧轨道动量与实验室系统中缺失动量之间夹角的余弦值;

-
- $\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量与推力轴之间夹角的余弦值;

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 与事例水平相关的变量分布如图 3.21所示。其中黑色箭头表示相应变量选择的范围。

- 信号侧

- N_{γ}^{sig} : 信号侧的光子数, 不包括来自 $\eta (\rightarrow \gamma \gamma)$ 的两个光子;
- $E_{\gamma\text{H}}$: 来自 $\eta \rightarrow \gamma \gamma$ 两个光子中高能光子的能量;
- $E_{\gamma\text{L}}$: 来自 $\eta \rightarrow \gamma \gamma$ 两个光子中低能光子的能量;
- $\cos \theta_{e^- - \eta'}$: e^- 和 η' 之间的夹角的余弦值;
- $\cos \theta_{e^- - \gamma\text{H}}$: e^- 和高能量光子之间的夹角的余弦值;
- $\cos \theta_{e^- - \gamma\text{L}}$: e^- 和低能量光子之间的夹角的余弦值;
- χ_{τ}^2 : 对 τ 进行顶点拟合结果的概率。

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的信号侧的变量分布如图 3.22所示。

- 标记侧

- N_{γ}^{tag} : 标记侧的光子数;
- dmID_tag : 用于区分不同衰变模式的标记策略, 其中 $\text{dmID_tag} = 1, 2, 3$ 分别表示标记侧为 $\tau \rightarrow e \nu \nu$, $\tau \rightarrow \mu \nu \nu$ 和 $\tau \rightarrow \pi \nu$ 道。

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 标记侧的变量分布如图 3.23所示。

如图 3.21、3.22、3.23所示, 为了提高信号纯度并且抑制本底, 仅仅通过逐个变量上应用一维切割条件无法实现可观的信号与本底分离。因此, 我们应用多变量分析方法中的 GBDT 训练方法。以上 16 个变量被用于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 GBDT 训练。我们评估了 GBDT 方法的性能, 训练效果如图3.24所示。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 用来进行 GBDT 训练的变量的相关性如图 3.25所示。

我们将用来做 GBDT 训练的变量进行总结, 图 3.25中使用的变量名称对应于表 3.4中显示的输入变量。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 做完 GBDT 训练之后, 我们可以得到训练时输入的变量及其重要性, 如表 3.5所示。

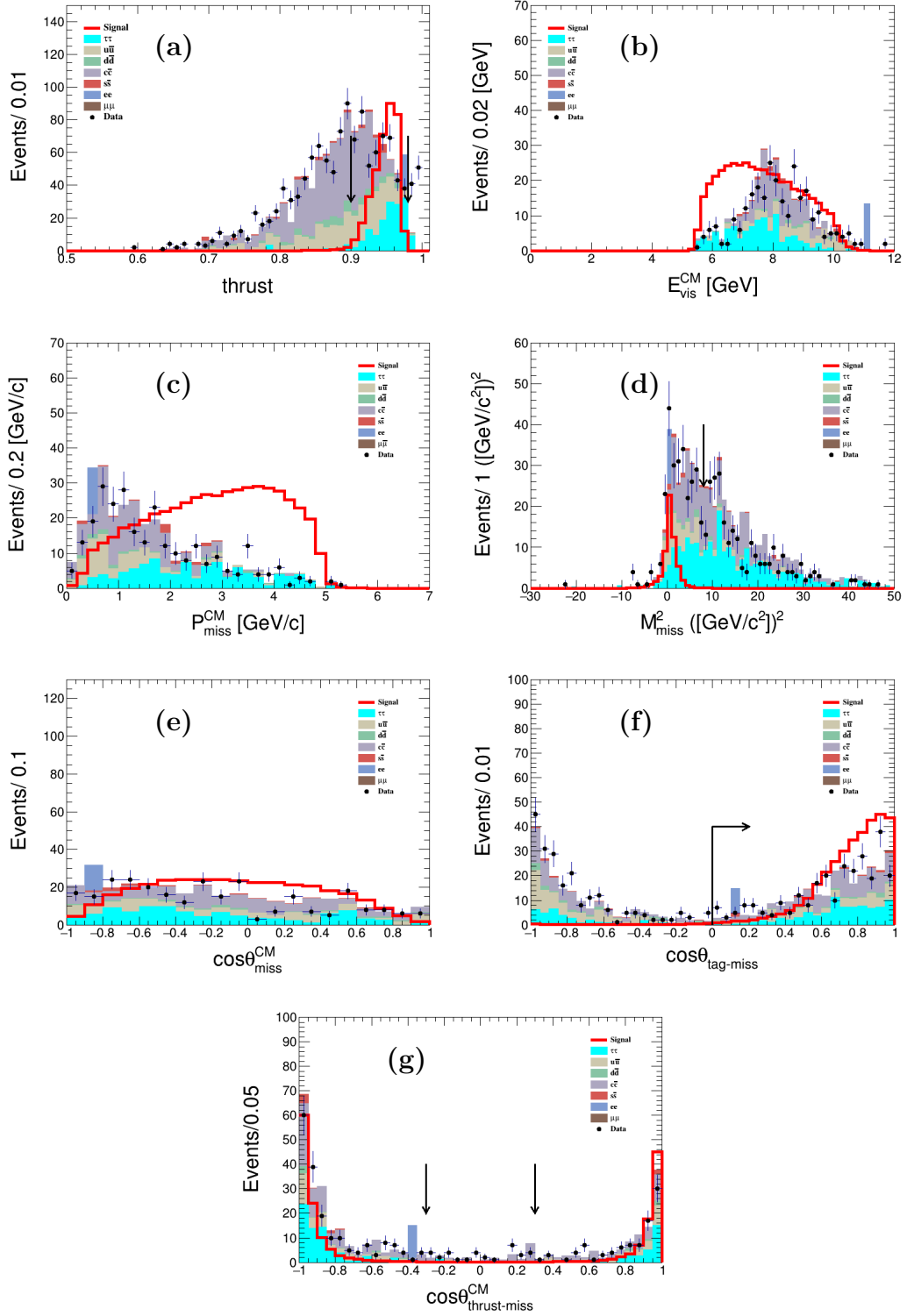


图 3.21: 关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 与事例水平相关变量的重建分布 (a) V_{thrust} , (b) E_{vis}^{CM} , (c) p_{miss}^{CM} , (d) M_{miss}^2 , (e) $\cos \theta_{miss}^{CM}$, (f) $\cos \theta_{tag-miss}$ 和 (g) $\cos \theta_{thrust-miss}^{CM}$ 。

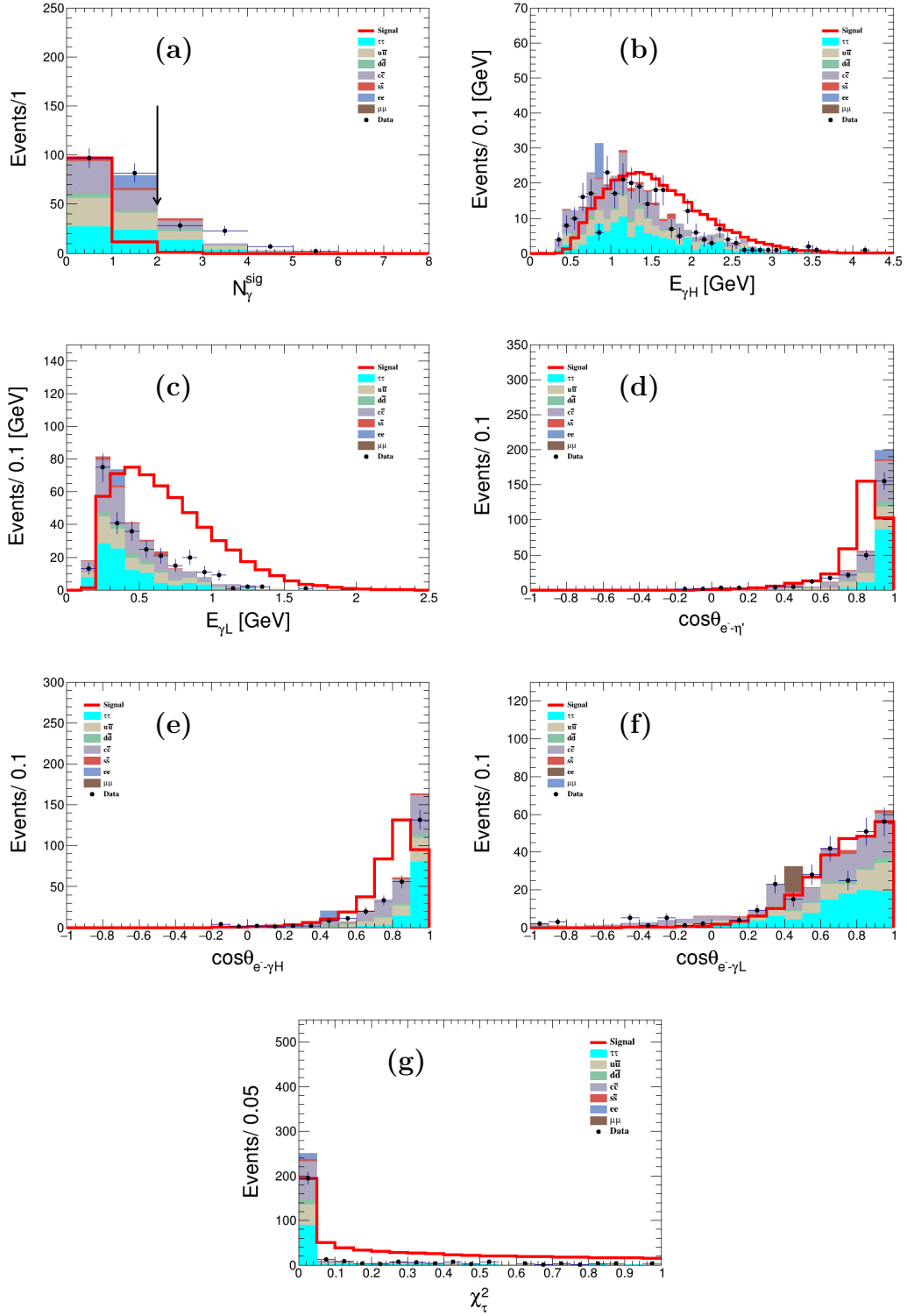


图 3.22: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的信号侧变量的重建分布 (a) N_{γ}^{sig} , (b) $E_{\gamma H}$, (c) $E_{\gamma L}$, (d) $\cos\theta_{e-\eta'}$, (e) $\cos\theta_{e-\gamma H}$, (f) $\cos\theta_{e-\gamma L}$ 和 (g) χ_{τ}^2 。

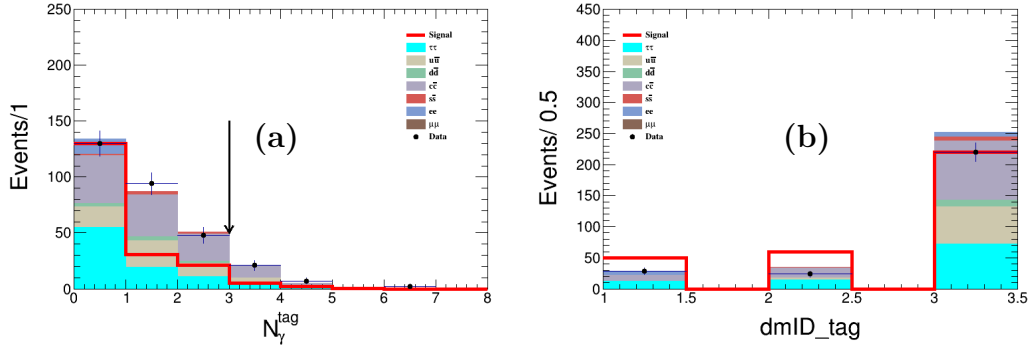


图 3.23: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的标记侧变量的重建分布 (a) N_γ^{tag} 和 (b) $dmID_{\text{tag}}$ 。

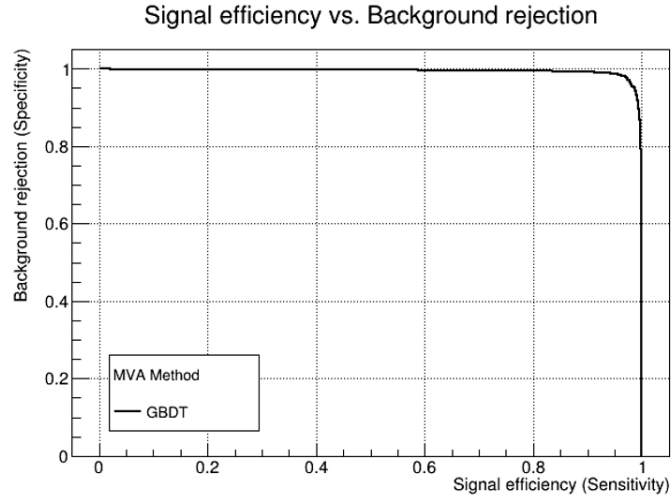


图 3.24: GBDT 方法下关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的本底拒绝率与信号效率的分布 (ROC 曲线)。

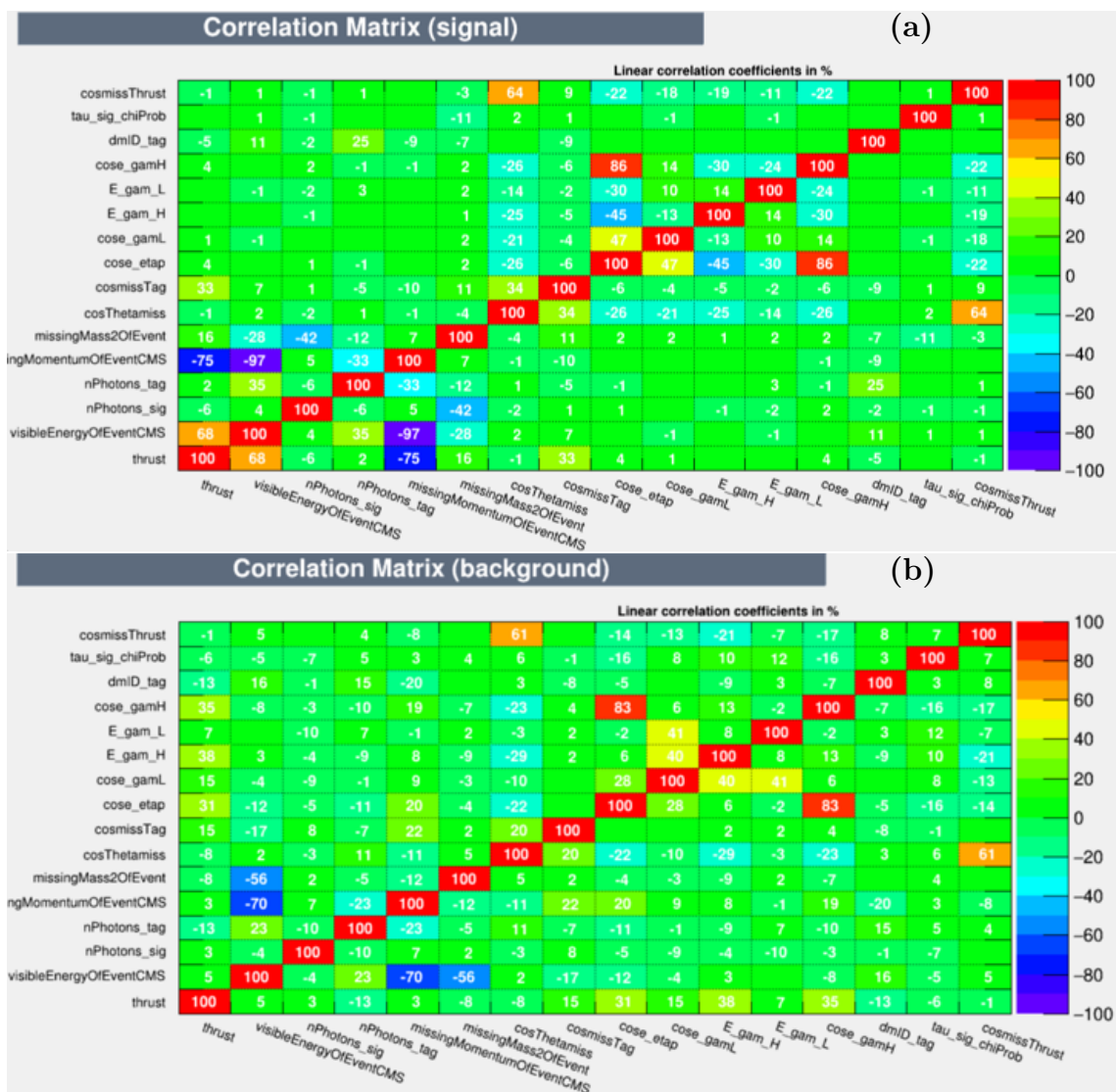


图 3.25: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 关于 GBDT 输入变量的相关性, (a) 为信号 MC 样本和 (b) 为单举 MC 样本。

表 3.4: GBDT 训练时衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的相关矩阵的变量的别名列表。

	别名	变量
1	thrust	V_{thrust}
2	visibleEnergyOfEventCMS	$E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$
3	nPhotons_sig	N_{γ}^{sig}
4	nPhotons_tag	N_{γ}^{tag}
5	missingMomentumOfEventCMS	$P_{\text{miss}}^{\text{CM}}$
6	missingMass2OfEvent	M_{miss}^2
7	cosThetamiss	$\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$
8	cosmissTag	$\cos \theta_{\text{tag-miss}}$
9	cose_etap	$\cos \theta_{e^- - \eta'}$
10	cose_gamL	$\cos \theta_{e^- - \gamma_{\text{L}}}$
11	E_gam_H	$E_{\gamma_{\text{H}}}$
12	E_gam_L	$E_{\gamma_{\text{L}}}$
13	cose_gamH	$\cos \theta_{e^- - \gamma_{\text{H}}}$
14	dmID_tag	dmID_tag
15	tau_sig_chiProb	χ_{τ}^2
16	cosmissThrust	$\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$

表 3.5: GBDT 训练后关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的变量的重要性排名。

排名	变量	重要性 ($\times 10^{-2}$)
1	$\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$	10.25
2	V_{thrust}	8.80
3	M_{miss}^2	8.72
4	$E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$	8.28
5	$p_{\text{miss}}^{\text{CM}}$	7.90
6	$\cos \theta_{\text{tag-miss}}$	6.60
7	χ_{τ}^2	6.20
8	$E_{\gamma_{\text{L}}}$	6.20
9	$\cos \theta_{e^- - \eta'}$	5.92
10	$E_{\gamma_{\text{H}}}$	5.89
11	$\cos \theta_{e^- - \gamma_{\text{L}}}$	5.82
12	$\cos \theta_{e^- - \gamma_{\text{H}}}$	5.33
13	$\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$	4.62
14	N_{γ}^{tag}	3.68
15	N_{γ}^{sig}	3.53
16	dmID_tag	2.28

图 3.26 展示了衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 在信号样本和本底样本中用于训练和测试的 GBDT 输出分布。可以明显观察到本底与信号之间存在明显的界限，且未出现明显的偏差现象。在信号样本和本底样本中，用于训练和测试的部分数据能够很好地拟合。接下来，通过使用单举 MC 样本估计的 90% 置信水平 (C.L.) 下的分支比上限的最小值，来优化对 GBDT 输出的最终值的选择。关于计算 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 的详细信息在小节 3.4.6 中描述。

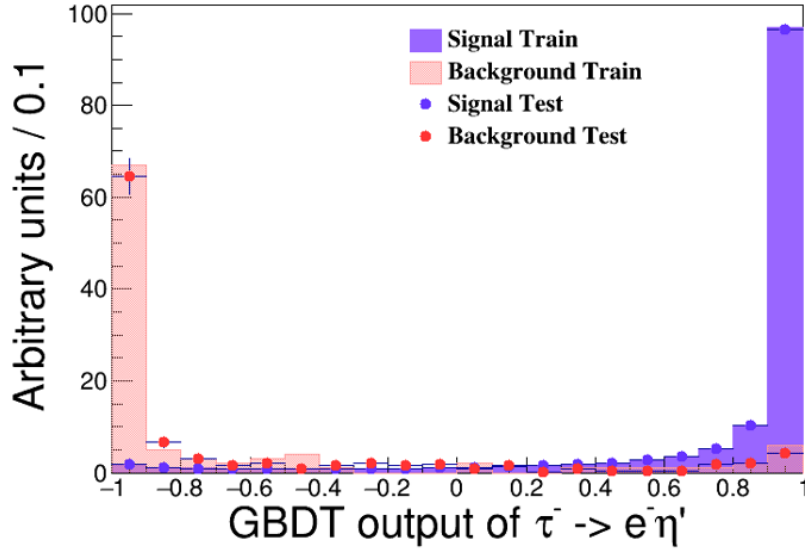


图 3.26: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 GBDT 值分布，其中直方图代表训练样本，点加误差棒代表测试样本，红色代表单举 MC 样本，紫色代表信号 MC 样本。

在优化 GBDT 输出时，我们计算 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \eta (\rightarrow \gamma \gamma) \pi^+ \pi^-))$ 在 90% C.L. 的分支比上限和在 90% C.L. 的信号效率 (ϵ_{sig})。在图 3.27 中显示了对 GBDT 输出值切割的优化图，红点代表在 90% C.L. 下的分支比上限，蓝色方框代表在 90% C.L. 下的预期信号产额的上限 (s_{90})，绿色三角形代表在 90% C.L. 下的信号效率 (ϵ_{sig})。在此计算中，使用的 GBDT 输出值的步长为 0.01。信号效率的计算如公式 3.9 所示：

$$\epsilon_{sig} = \frac{N_{remain}}{N_{gen}}, \quad (3.9)$$

其中 N_{remain} 是在应用所有选择条件后，信号区域中剩余的事例数量； N_{gen} 是生成的 $\tau \rightarrow anything$ 和 $\tau_{sig} \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \eta (\rightarrow \gamma \gamma) \pi^+ \pi^-)$ 的事例数。这里考虑了三个标记模式的分支比，因此在计算 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \eta (\rightarrow \gamma \gamma) \pi^+ \pi^-))$ 时不再考虑它们。图 3.27(a)、3.27(b) 和 3.27(c) 是在 90% C.L. 下的分支比上限、 s_{90} 和信号效率的分布。可以观察到，分支比上限的最小值应在范围 $[0.56, 0.58]$ 内取得。因此，我们可以进一步在此范

围内寻找分支比上限的最小值。图 3.27(d)、3.27(e) 和 3.27(f) 显示了图 3.27(a)、3.27(b) 和 3.27(c) 中从 0.56 到 0.58 的放大区间。根据优化图，对衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 应用 GBDT 输出值大于 0.568 的切割条件，此时在 90% C.L. 下的信号效率为 4.72%。

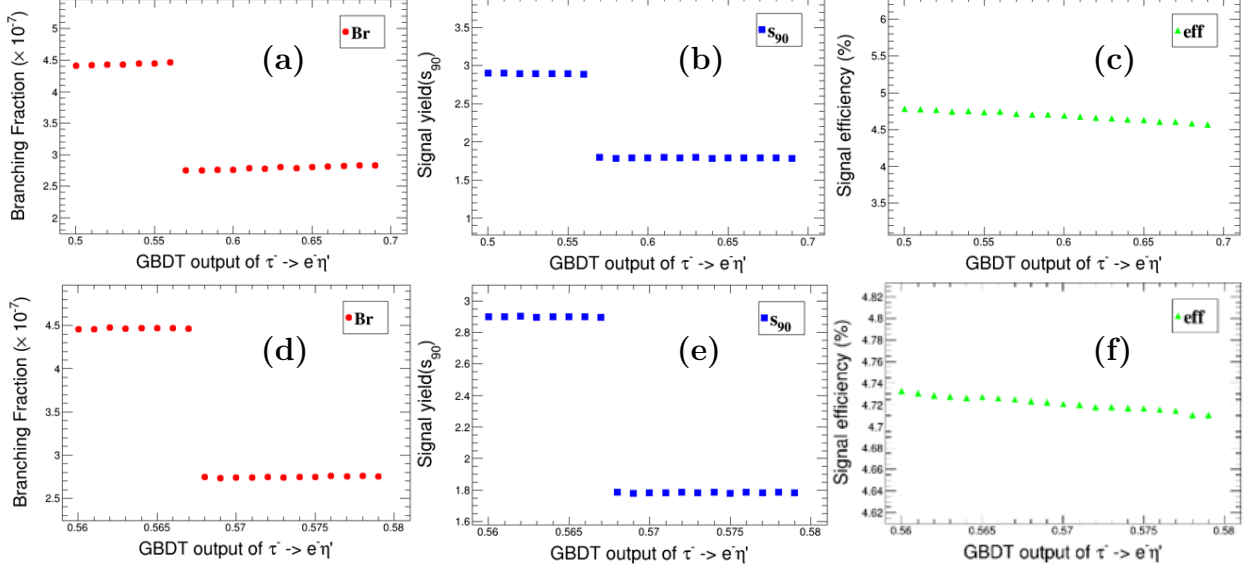


图 3.27: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 关于 GBDT 值在 90% 置信水平下的 (a) 分支比上限、(b) s_{90} 和 (c) 信号效率的分布。图 (d)、(e) 和 (f) 是图 (a)、(b) 和 (c) 的从 0.56 到 0.58 的放大区间。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，我们提取了单举 MC 样本在信号椭圆区域中的剩余事例，此时用于 GBDT 训练的变量的分布如图 3.28 所示。

3.4.4 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的多变量分析

除了基本选择之外，对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，我们考虑以下变量以区分信号和本底：

- 事例水平

- V_{thrust} : 推力值；
- $E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$: 在质心系统中的可见能量；
- $p_{\text{miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量的大小；
- M_{miss}^2 : 缺失动量的平方。
- $\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量的极角余弦值；

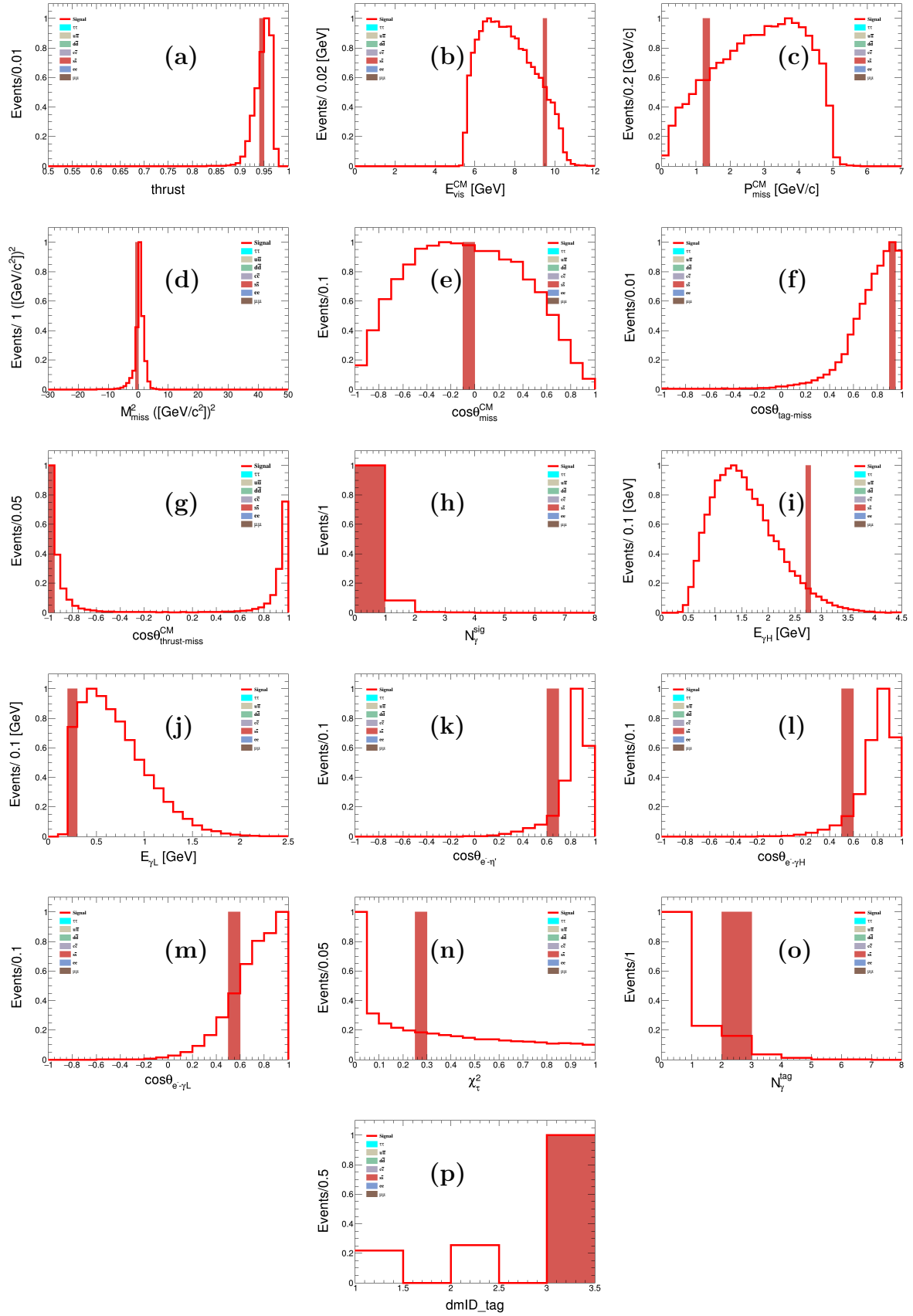


图 3.28: GBDT 训练时关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的变量的分布, 此时的单举 MC 样本为在椭圆信号区域中剩余事例 (a) V_{thrust} , (b) E_{vis}^{CM} , (c) p_{miss}^{CM} , (d) M_{miss}^2 , (e) $\cos\theta_{miss}^{CM}$, (f) $\cos\theta_{tag-miss}$, (g) $\cos\theta_{thrust-miss}^{CM}$, (h) N_{γ}^{sig} , (i) $E_{\gamma H}$, (j) $E_{\gamma L}$, (k) $\cos\theta_{e-\eta'}$, (l) $\cos\theta_{e-\gamma_H}$, (m) $\cos\theta_{e-\gamma_L}$, (n) χ_{τ}^2 , (o) N_{γ}^{tag} 和 dmID_tag。

- $\cos \theta_{\text{tag-miss}}$: 标记侧轨道动量与实验室系统中缺失动量之间夹角的余弦值;
- $\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$: 质心系统中缺失动量与推力轴之间夹角的余弦值;

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 与事例水平相关的变量分布如图 3.29所示。其中黑色箭头表示相应变量选择的范围。

- 信号侧

- N_{γ}^{sig} : 信号侧的光子数, 不包括来自 $\eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的一个光子;
- E_{γ}^{sig} : 来自信号侧光子的能量;
- $\cos \theta_{e^- - \eta'}$: e^- 和 η' 之间的夹角的余弦值;
- $\cos \theta_{\rho - \gamma}$: 来自 $\eta' \rightarrow \rho \gamma$ 中 ρ 和 γ 之间的夹角的余弦值;

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的信号侧的变量分布如图 3.30所示。

- 标记侧

- N_{γ}^{tag} : 标记侧的光子数;
- E_{γ}^{tag} : 来自标记侧光子的能量;
- MM^{tag} 在标记侧的轨道反冲质量计算如公式 3.10所示:

$$MM^{\text{tag}} = \sqrt{(E_{CM} - E_{\text{tag}})^2 - (p_{CM} - p_{\text{tag}})^2}, \quad (3.10)$$

其中 E_{cm} 是质心能量, E_{tag} 是标记侧轨道的能量, p_{CM} 质心的总动量, p_{tag} 标记侧轨道的动量。

- dmID_tag : 用于区分不同衰变模式的标记策略, 其中 $\text{dmID_tag} = 1, 2, 3$ 分别表示标记侧为 $\tau \rightarrow e \nu \nu$, $\tau \rightarrow \mu \nu \nu$ 和 $\tau \rightarrow \pi \nu$ 道。

关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 标记侧的变量分布如图 3.31所示。

如图 3.29、3.30、3.31所示, 为了提高信号纯度并且抑制本底, 仅仅通过逐个变量上应用一维切割条件无法实现可观的信号与本底分离。因此, 我们应用多变量分析方法中的 GBDT 训练方法。以上 15 个变量被用于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 GBDT 训练。我们评估了 GBDT 方法的性能, 训练效果如图3.32所示。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, 用来进行 GBDT 训练的变量的相关性如图 3.33所示。

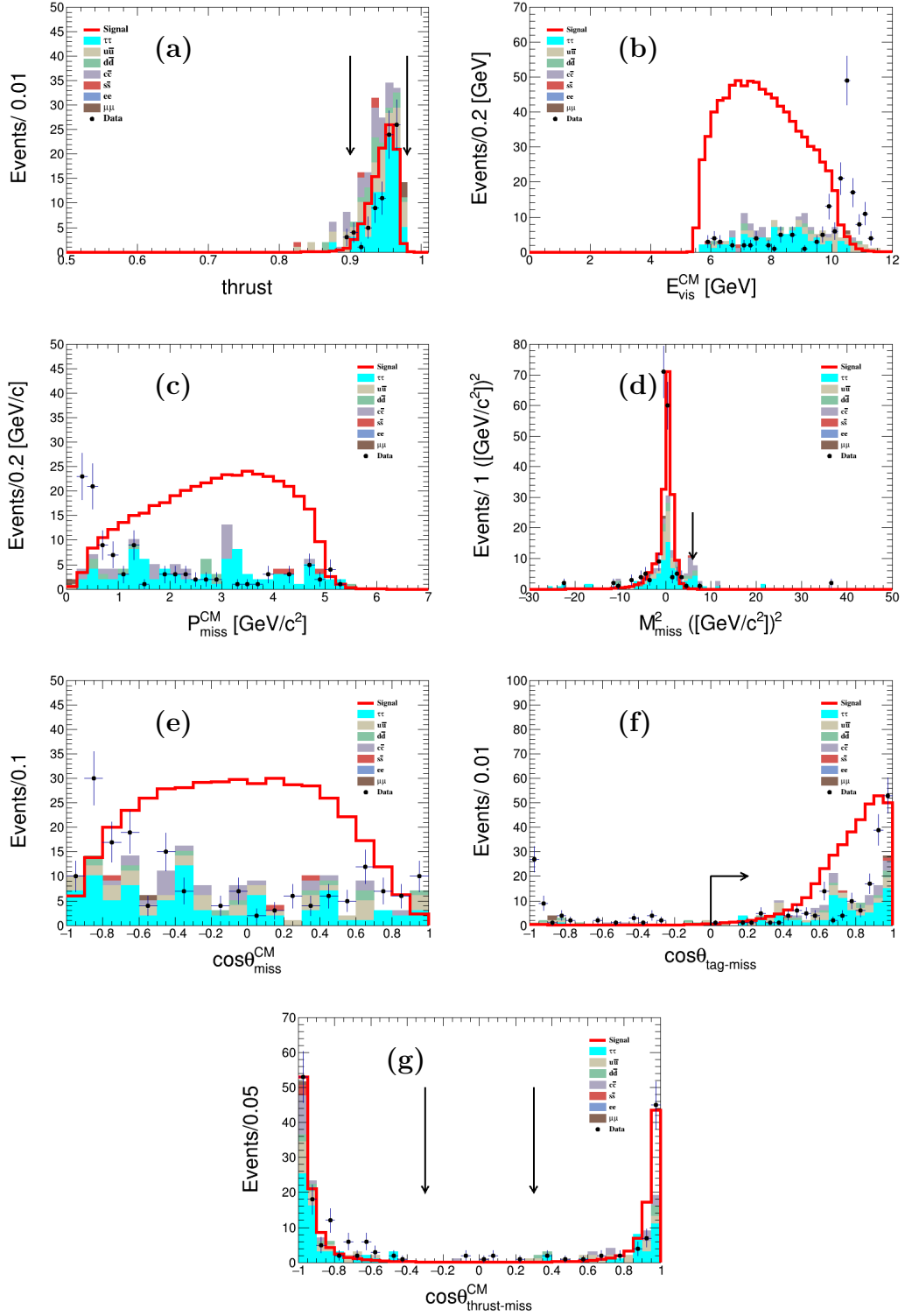


图 3.29: 关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 与事例水平相关变量的重建分布 (a) V_{thrust} , (b) E_{vis}^{CM} , (c) p_{miss}^{CM} , (d) M_{miss}^2 , (e) $\cos \theta_{miss}^{CM}$, (f) $\cos \theta_{tag-miss}$ 和 (g) $\cos \theta_{thrust-miss}^{CM}$ 。

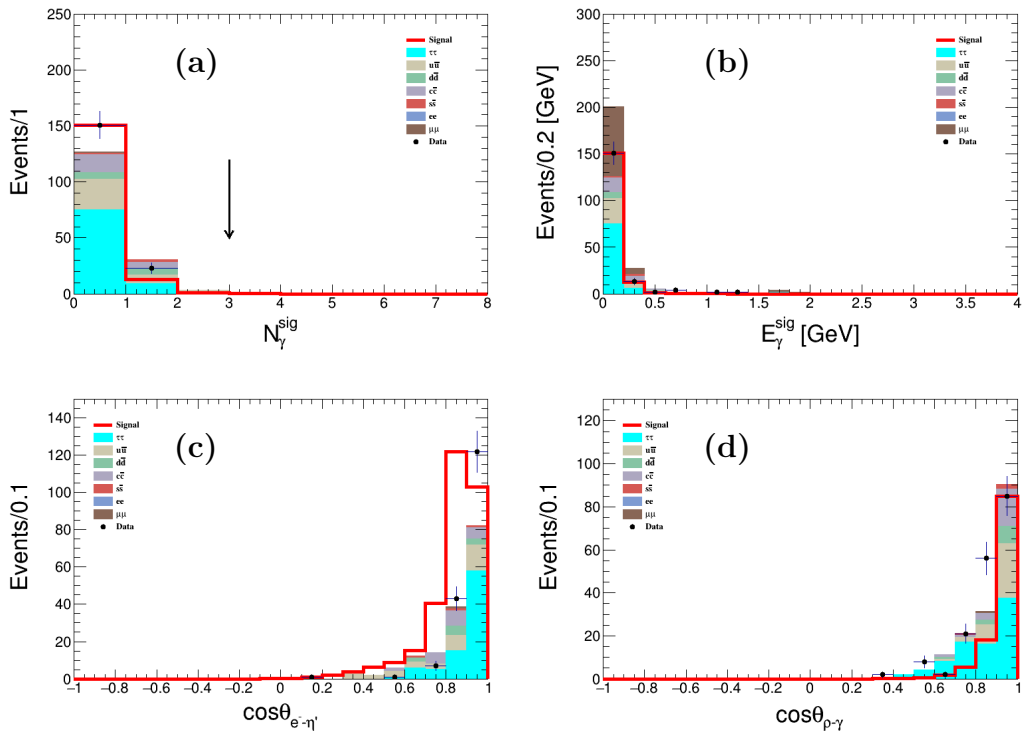


图 3.30: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的信号侧变量的重建分布 (a) N_γ^{sig} , (b) $E_{\gamma H}$, (c) $E_{\gamma L}$ 和 (d) $\cos\theta_{e^- - \eta'}$ 。

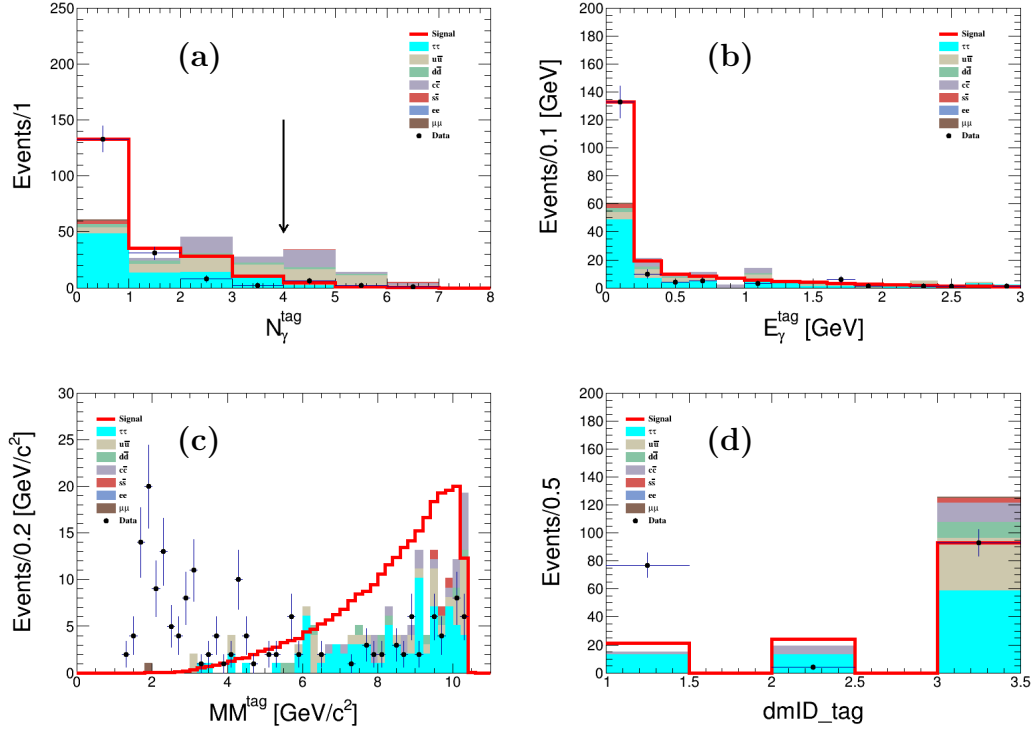


图 3.31: 衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的标记侧变量的重建分布 (a) N_γ^{tag} 、(b) E_γ^{tag} 、(c) MM^{tag} 和 (d) $dmID_{\text{tag}}$ 。

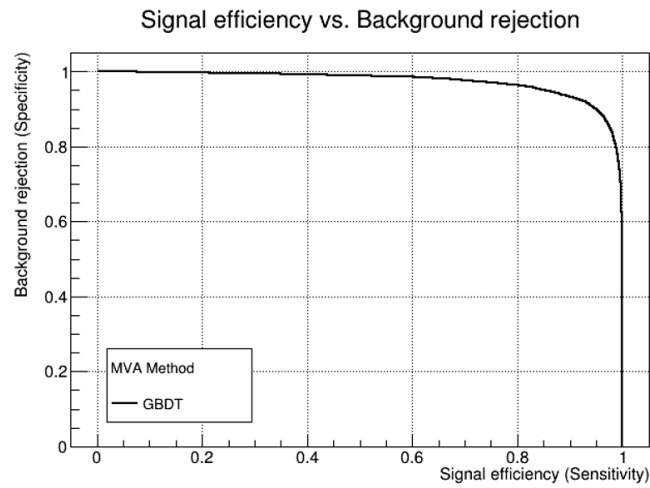


图 3.32: GBDT 方法下关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的本底拒绝率与信号效率的分布 (ROC 曲线)。

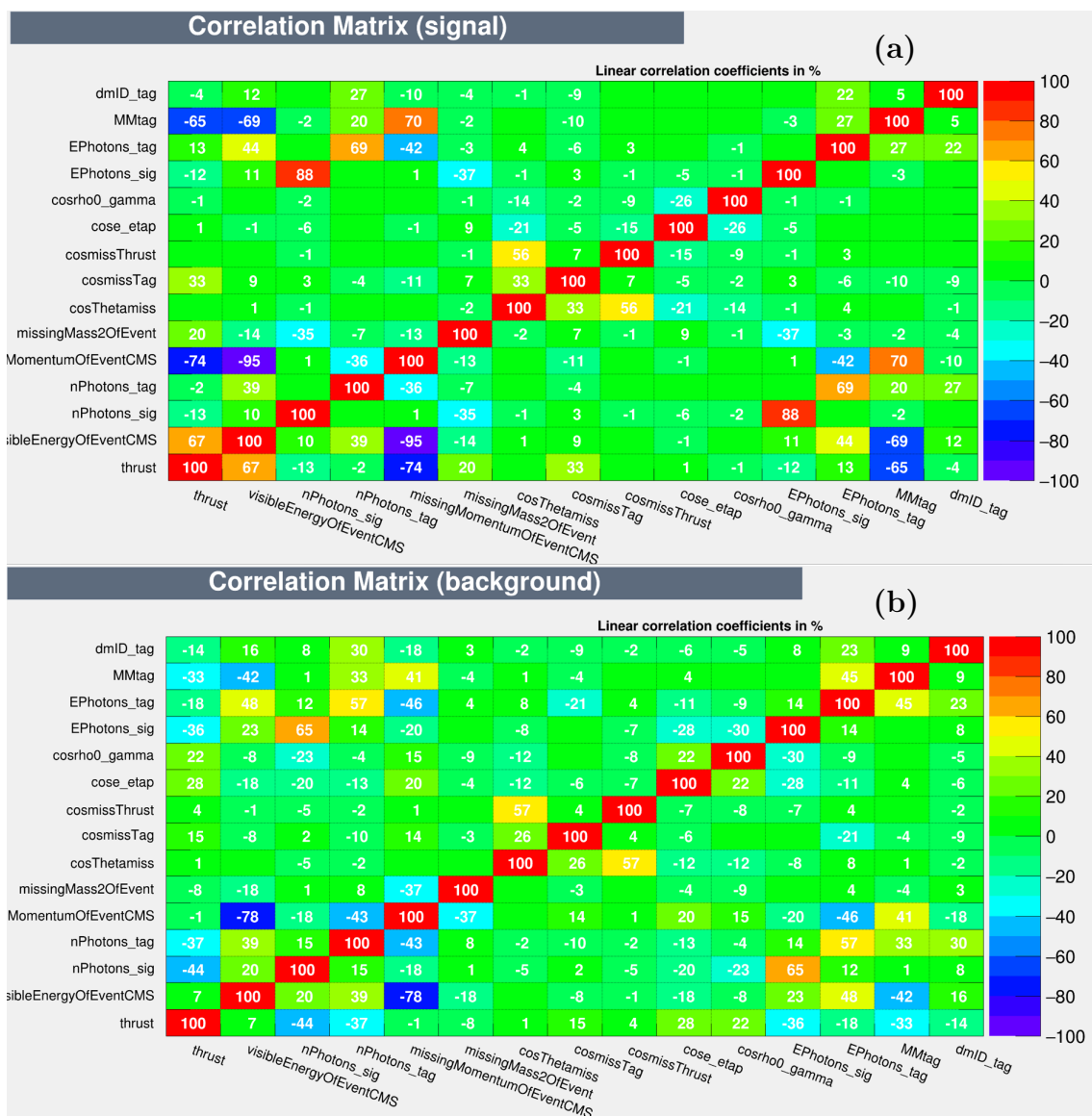


图 3.33: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 关于 GBDT 输入变量的相关性, (a) 为信号 MC 样本和 (b) 为单举 MC 样本。

表 3.6: GBDT 训练时衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho\gamma)$ 的相关矩阵的变量的别名列表。

	别名	变量
1	thrust	V_{thrust}
2	visibleEnergyOfEventCMS	$E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$
3	nPhotons_sig	N_{γ}^{sig}
4	nPhotons_tag	N_{γ}^{tag}
5	missingMomentumOfEventCMS	$P_{\text{miss}}^{\text{CM}}$
6	missingMass2OfEvent	M_{miss}^2
7	cosThetamiss	$\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$
8	cosmissTag	$\cos \theta_{\text{tag-miss}}$
9	cose_etap	$\cos \theta_{e^- - \eta'}$
10	cosrho0_gamma	$\cos \theta_{\rho - \gamma}$
11	EPhotons_sig	E_{γ}^{sig}
12	EPhotons_tag	E_{γ}^{tag}
13	MMtag	MM^{tag}
14	dmID_tag	dmID_tag
15	cosmissThrust	$\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$

我们将用来做 GBDT 训练的变量进行总结，图 3.33中使用的变量名称对应于表 3.6中显示的输入变量。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，做完 GBDT 训练之后，我们可以得到训练时输入的变量及重要性，如表 3.7所示。

表 3.7: GBDT 训练后关于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的变量的重要性排名。

排名	变量	重要性 ($\times 10^{-2}$)
1	M_{miss}^2	10.29
2	V_{thrust}	9.69
3	$E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$	9.07
4	MM^{tag}	8.83
5	$\cos \theta_{\text{tag-miss}}$	8.29
6	$P_{\text{miss}}^{\text{CM}}$	8.17
7	$\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$	8.11
8	$\cos \theta_{e^- - \eta'}$	7.00
9	E_{γ}^{tag}	5.37
10	$\cos \theta_{\rho - \gamma}$	5.24
11	$\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$	5.12
12	N_{γ}^{tag}	4.79
13	N_{γ}^{sig}	3.54
14	E_{γ}^{sig}	3.45
15	dmID_tag	3.02

图 3.34展示了衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 在信号样本和本底样本中用于训练和测试的 GBDT 输出分布。可以明显观察到本底与信号之间存在明显的界限，且未出现明显的偏差现象。在信号样本和本底样本中，用于训练和测试的部分数据能够很好地拟合。接下来，通过使用单举 MC 样本估计的 90% 置信水平 (C.L.) 下的分支比上限的最小值，来优化对 GBDT 输出的最终值的选择。

在优化 GBDT 输出时，我们计算 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma))$ 在 90% C.L. 下的分支比上限和在 90% C.L. 下的信号效率 (ϵ_{sig})。在图 3.35中显示了对 GBDT 输出值切割的优化图，红点代表在 90% C.L. 下的分支比上限，蓝色方框代表在 90% C.L. 下的预期信号产额的上限 (s_{90})，绿色三角形代表在 90% C.L. 下的信号效率 (ϵ_{sig})。在

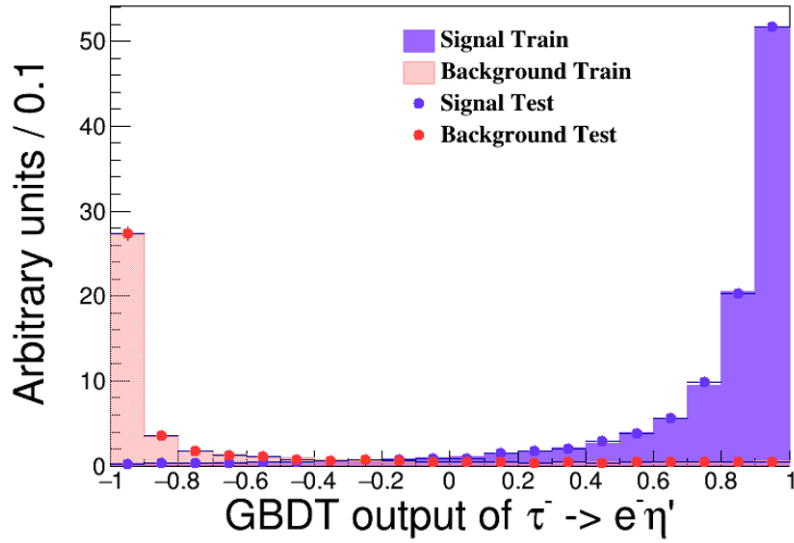


图 3.34: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 GBDT 值分布, 其中直方图代表训练样本, 点加误差棒代表测试样本, 红色代表单举 MC 样本, 紫色代表信号 MC 样本。

此计算中, 使用的 GBDT 输出值的步长为 0.01, 信号效率的计算如公式 3.9 所示。此时的 N_{gen} 是生成的 $\tau \rightarrow \text{anything}$ 和 $\tau_{\text{sig}} \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma)$ 的事例数。这里考虑了三个标记模式的分支比, 因此在计算 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 时不再考虑它们。图 3.35(a)、3.35(b) 和 3.35(c) 是在 90% 置信水平下的分支比上限、 s_{90} 和信号效率的分布。可以观察到, 分支比上限的最小值应在范围 $[0.58, 0.60]$ 内取得。因此, 我们可以进一步在此范围内寻找分支比上限的最小值。图 3.35(d)、3.35(e) 和 3.35(f) 显示了图 3.35(a)、3.35(b) 和 3.35(c) 中从 0.58 到 0.60 的放大区间。根据优化图, 对 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 衰变道应用 GBDT 输出值大于 0.585 的切割条件, 此时在 90% C.L. 下的信号效率为 5.41%。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, 我们提取了单举 MC 样本在信号椭圆区域中的剩余事例, 此时用于 GBDT 训练的变量的分布如图 3.36 所示。

3.4.5 上限估计

应用上述所有选择标准后, 在 $M_\tau - \Delta E$ 平面内用 bootstrap MC 样本观察椭圆信号区域中剩余事例。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 有 0 个剩余事例, 即 $N_{\text{obs}} = 0$, 如图 3.37(a) 所示。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 有 0 个剩余事例, 即 $N_{\text{obs}} = 0$, 如图 3.37(b) 所示。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 单举 MC 样本在信号区域中剩余事例数为 $N_{\text{exp}}^{\text{restMC}} = 1$, 如图 3.38(a) 所示。归一化的预期本底产额为 $N_{\text{exp-nor}} = 0.42 \pm 0.42$ 。这里, 归一

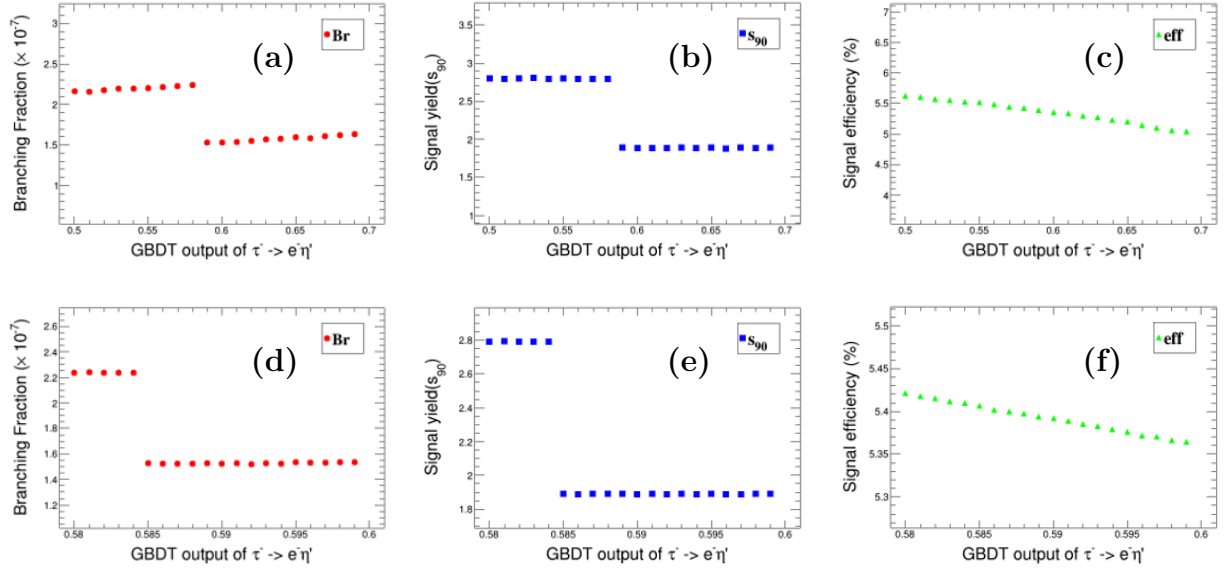


图 3.35: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 GBDT 值的在 90% 置信水平下的 (a) 分支比上限、(b) s_{90} 和 (c) 信号效率的分布。图 (d)、(e) 和 (f) 是图 (a)、(b) 和 (c) 的从 0.58 到 0.60 的放大区间。

化因子的计算如公式 3.11 所示：

$$\frac{\mathcal{L}_{\text{data}}}{\mathcal{L}_{\text{restMC}}} \times N_{\text{exp}}^{\text{restMC}}, \quad (3.11)$$

其中 $\mathcal{L}_{\text{data}} = 424 fb^{-1}$ 是 $\Upsilon(4S)$ 共振态、 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近和 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近的总累积亮度； $\mathcal{L}_{\text{restMC}} = 1020 fb^{-1}$ ，是单举 MC 样本中其余 MC 样本的累积亮度。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，单举 MC 样本在信号区域中剩余事例数为 $N_{\text{exp}}^{\text{restMC}} = 2$ ，如图 3.38(b) 所示。归一化的预期本底产额为 $N_{\text{exp-nor}} = 0.83 \pm 0.59$ 。这里，归一化因子的计算如公式 3.11 所示。总结如表 3.8 所示。

信号椭圆区域中的本底事例的衰变道由拓扑分析软件 [30] 得到（见附录 A）。

表 3.8: 在 bootstrap MC 和其余单举 MC 样本在信号区域内存在的事例数量。

	N_{obs} (数据亮度)	单举 MC(MC15rd)	
		$N_{\text{exp}}^{\text{restMC}}$ (其余单举 MC 亮度)	$N_{\text{exp-nor}}$
$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$	0 ($424 fb^{-1}$)	1 ($1020 fb^{-1}$)	0.42 ± 0.42
$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$	0 ($424 fb^{-1}$)	2 ($1020 fb^{-1}$)	0.83 ± 0.59

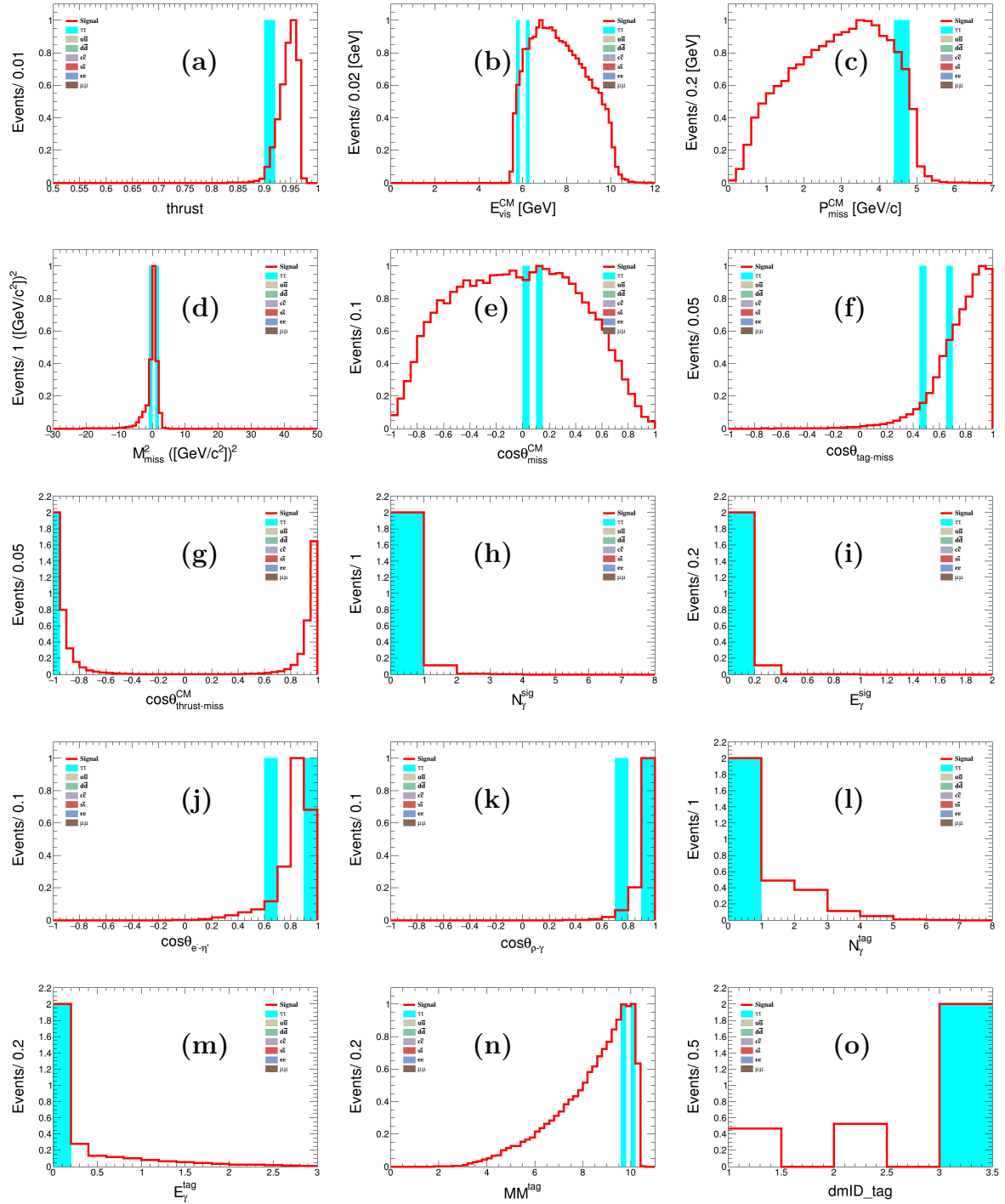


图 3.36: GBDT 训练时关于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$ 的变量的分布, 此时的单举 MC 样本为在椭圆信号区域中剩余事例 (a) V_{thrust} , (b) $E_{\text{vis}}^{\text{CM}}$, (c) $p_{\text{miss}}^{\text{CM}}$, (d) M_{miss}^2 , (e) $\cos \theta_{\text{miss}}^{\text{CM}}$, (f) $\cos \theta_{\text{tag-miss}}$, (g) $\cos \theta_{\text{thrust-miss}}^{\text{CM}}$, (h) N_{γ}^{sig} , (i) E_{γ}^{sig} , (j) $\cos \theta_{e-\eta'}$, (k) $\cos \theta_{\rho-\gamma}$, (l) N_{γ}^{tag} , (m) E_{γ}^{tag} , (n) MM^{tag} 和 (o) dmID_{tag} 。

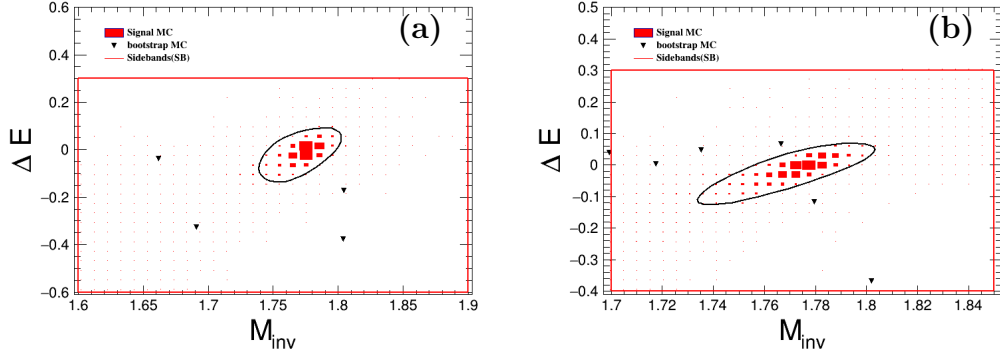


图 3.37: 在 $M_\tau - \Delta E$ 平面内 bootstrap MC 样本剩余事例的分布: (a) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, (b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 。

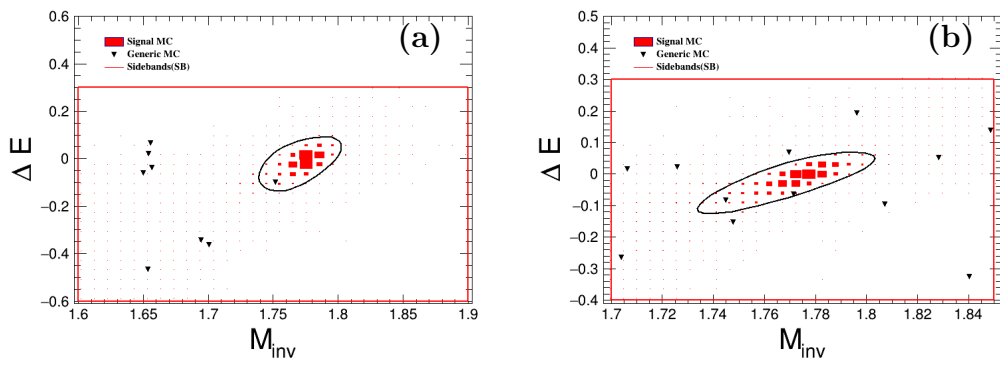


图 3.38: 在 $M_\tau - \Delta E$ 平面内单举 MC 样本剩余事例的分布: (a) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, (b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 。

接下来我们使用 Bayesian 的方法，在 Bayesian Poisson Upper Limit Estimator (BPULE) [31] 中用来估计预期的信号产额 (s_{90})。BPULE 可以通过使用基于预期本底事例数 (N_{exp}) 及其误差、信号区域内观测到的事例数 (N_{obs}) 和信号效率的贝叶斯方法，在 90% 置信水平下计算泊松观测的上限，这一计算过程可以根据是否考虑系统误差来灵活调整。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，在不考虑第 3.6 章描述的系统误差的情况下，计算得到的 s_{90} 为 1.78。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，在不考虑第 3.6 章描述的系统误差的情况下，计算得到的 s_{90} 为 1.89。

3.4.6 分支比上限

我们使用方程 3.12 计算分支比的上限。

$$\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta') = \frac{s_{90}}{2N_{\tau\tau}\epsilon_{\text{sig}}\text{Br}(\eta' \rightarrow X)} \quad (3.12)$$

这里，X 分别代表了 $\eta' \rightarrow \eta (\rightarrow \gamma\gamma) \pi^+ \pi^-$ 和 $\eta' \rightarrow \rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$ 两种不同的衰变模式。其中 $N_{\tau\tau} = \text{data} \times \sigma_{\tau\tau}$ ，其中 $\text{data} = 424 \text{ fb}^{-1}$ 是分析数据样本的累积亮度； τ 子对的产生截面为 $\sigma_{\tau\tau} = 0.919 \text{ nb}$ ，其使用了不同数据采集能量下载面的加权平均值（见附录 B）。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ， ϵ_{sig} 是不考虑 PID 修正的信号探测效率，为 4.7%， $\mathcal{B}(\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma\gamma)) = 0.445 \times 0.3943$ [27]。在不考虑系统误差的情况下，90% 置信水平下计算得到的分支比上限为 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)) < 2.72 \times 10^{-7}$ 。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ， ϵ_{sig} 是不考虑 PID 修正的信号探测效率，为 5.4%， $\mathcal{B}(\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma) = 0.295 \times 1$ [27]。在不考虑系统误差的情况下，90% 置信水平下计算得到的分支比上限为 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)) < 1.52 \times 10^{-7}$ 。

将 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 和 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 衰变道的效率之和作为 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的信号效率，联合的预期的本底事例为两个衰变道的预期本底事例相加并且误差用误差传递公式得到，在此基础上我们用 BPULE 方法计算总的 s_{90} 。在不考虑系统误差的情况下，在 90% 置信水平下，我们使用公式 3.12 计算得到的分支比上限为 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)) < 1.52 \times 10^{-7}$ 。总结见表 3.9。

3.5 修正因子

为了获得更可靠的 MC 估计，我们考虑了一些修正因子，包括对信号效率修正和预期本底事例数。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，信号效率产生的误差主要来自 PID

表 3.9: $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 模式的分支比上限总结表

模式	$Br(\eta' \rightarrow X) \times \text{Eff.}$	$N_{\text{exp-nor}}$	N_{obs}	s_{90}	上限
$\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \eta \pi^+ \pi^-)$	$0.445 \times 0.3943 \times 4.7\%$	0.42 ± 0.42	0	1.78	$< 2.74 \times 10^{-7}$
$\tau^- \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$	$0.295 \times 1 \times 5.4\%$	0.83 ± 0.59	0	1.89	$< 1.52 \times 10^{-7}$
Combined	2.42%	1.25 ± 0.72	0	1.95	$< 1.03 \times 10^{-7}$

效率, 触发效率 η 的重建效率。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$, 信号效率产生的误差主要来自 PID 效率和触发效率。

3.5.1 PID 效率

由于数据和 MC 模拟之间的粒子鉴别性能存在差异, 因此需要对 PID 效率进行校正。校正因子 (加权因子) 的不确定性被视为 PID 的不确定性。

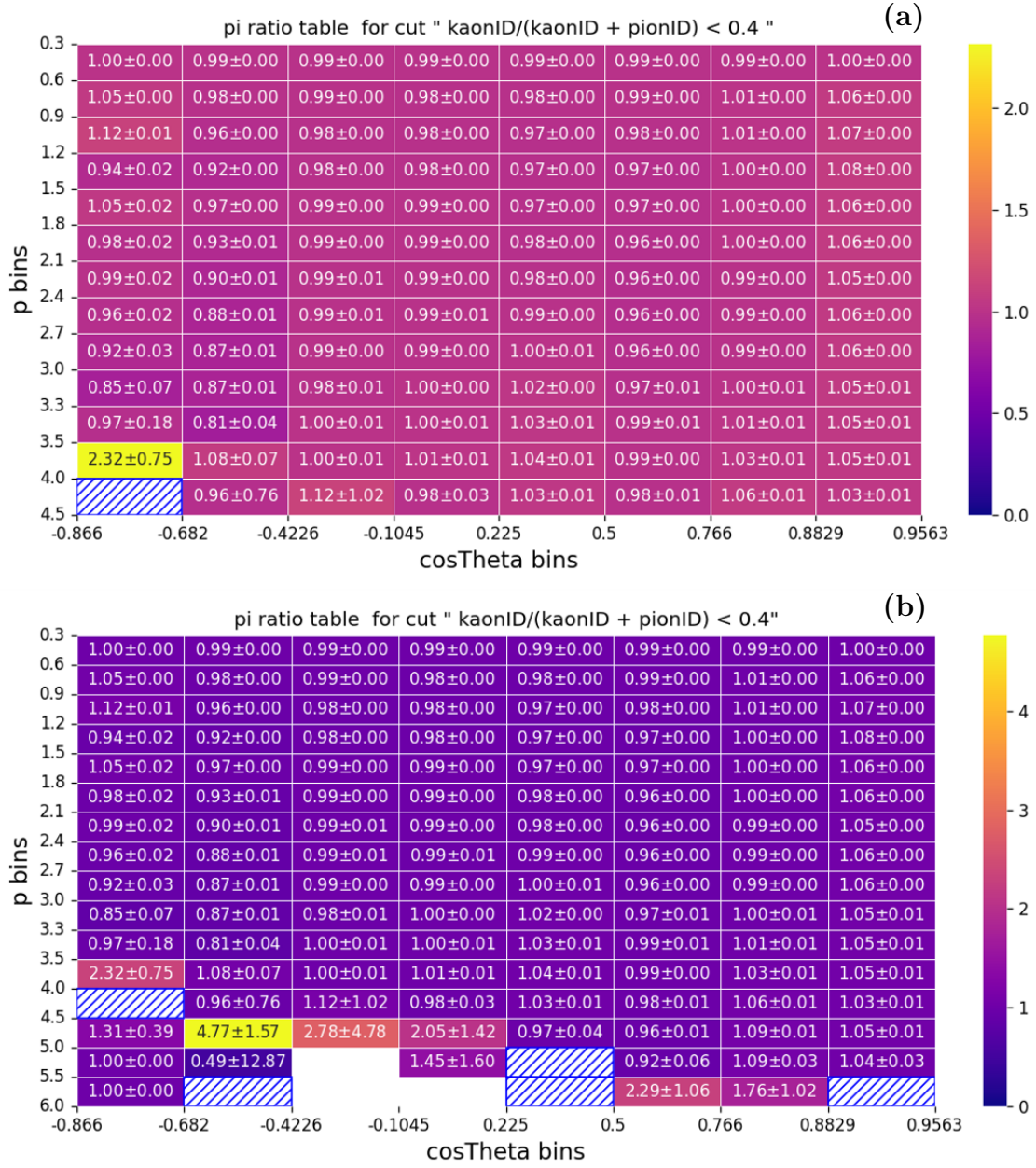
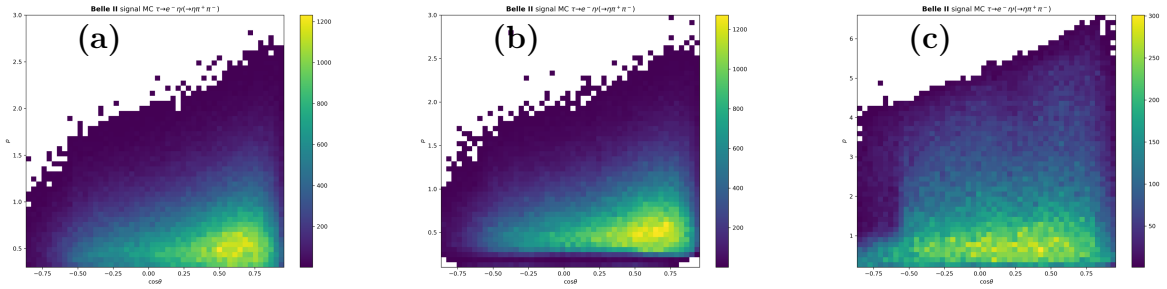
对于轻子和重子的校正因子我们采用了不同的方法进行计算。对于重子, 在 $\cos\theta - p$ 平面内的每个 bin 中, π_{sig} 和 π_{tag} 的校正因子及其不确定性通过 Systematic Corrections Frame (<https://syscorr fw.readthedocs.io/en/latest/>) 获得。对于 $p - \theta$ 平面内的轻子, 我们在离线分析中使用了轻子鉴别权重, 以校正 MC 和数据之间的 LID 效率和伪分辨率差异。权重是基于动量和角度进行应用的, 轻子鉴别使用的全局标签是用的 leptonid_official_rel6_mc15ri [32], 适用于与运行相关的 MC。校正因子及其不确定性是从 PID 性能组中获得的。在对轻子和重子校正中我们忽略了误差与自身相比太大的校正因子。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 如图 3.39 所示为 Systematic Corrections Frame 得到的数据与 MC 效率比的分布表。在使用所有选择条件后, 强子的 $\cos\theta - p$ 二维分布如图 3.40 所示, 轻子的 $p - \theta$ 二维分布如图 3.41 所示。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'(\rightarrow \rho \gamma)$, 如图 3.42 所示为 Systematic Corrections Frame 得到的数据与 MC 效率比的分布表。在使用所有选择条件后, 强子的 $\cos\theta - p$ 二维分布如图 3.43 所示, 轻子的 $p - \theta$ 二维分布如图 3.44 所示。

对于标记侧的 π_{tag} , 以及信号侧的 π_1^{sig} 和 π_2^{sig} , 最终的加权因子 (f) 及其不确定性 (Δf) 是使用效率表手动进行计算的。类似地, 对于标记侧的 e_{tag} 和 μ_{tag} , 以及信号侧的 e_{sig} , 最终的加权因子 (f) 及其不确定性 (Δf) 是通过应用权重进行计算的。

然后, 使用方程 3.13 计算 PID 总的权重因子, 其中 ϵ_x 是标记侧 τ 衰变到不同模式的事例数与总生成信号事例数之比, x 代表了 $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$, $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$


 图 3.39: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 (a) π_{sig} 和 (b) π_{tag} 的数据与 MC 效率比的分布表。

 图 3.40: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 $\cos\theta - p$ (a) π_1 , (b) π_2 和 (c) π_{tag} 的分布图。

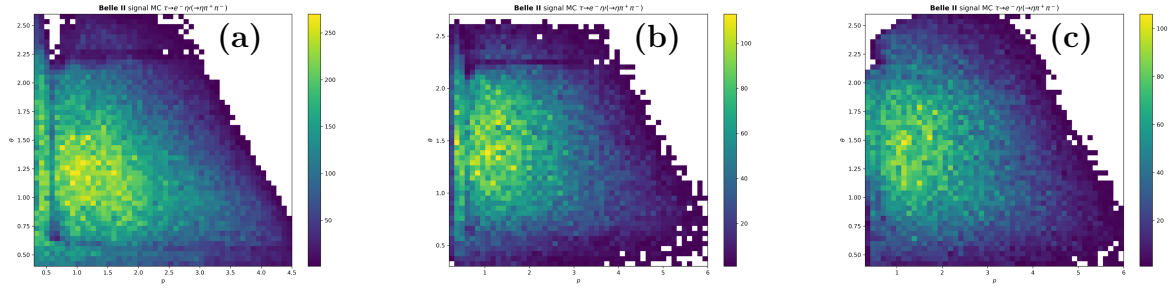


图 3.41: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 $p - \theta$ (a) e_{sig} , (b) e 和 (c) μ 的分布图。

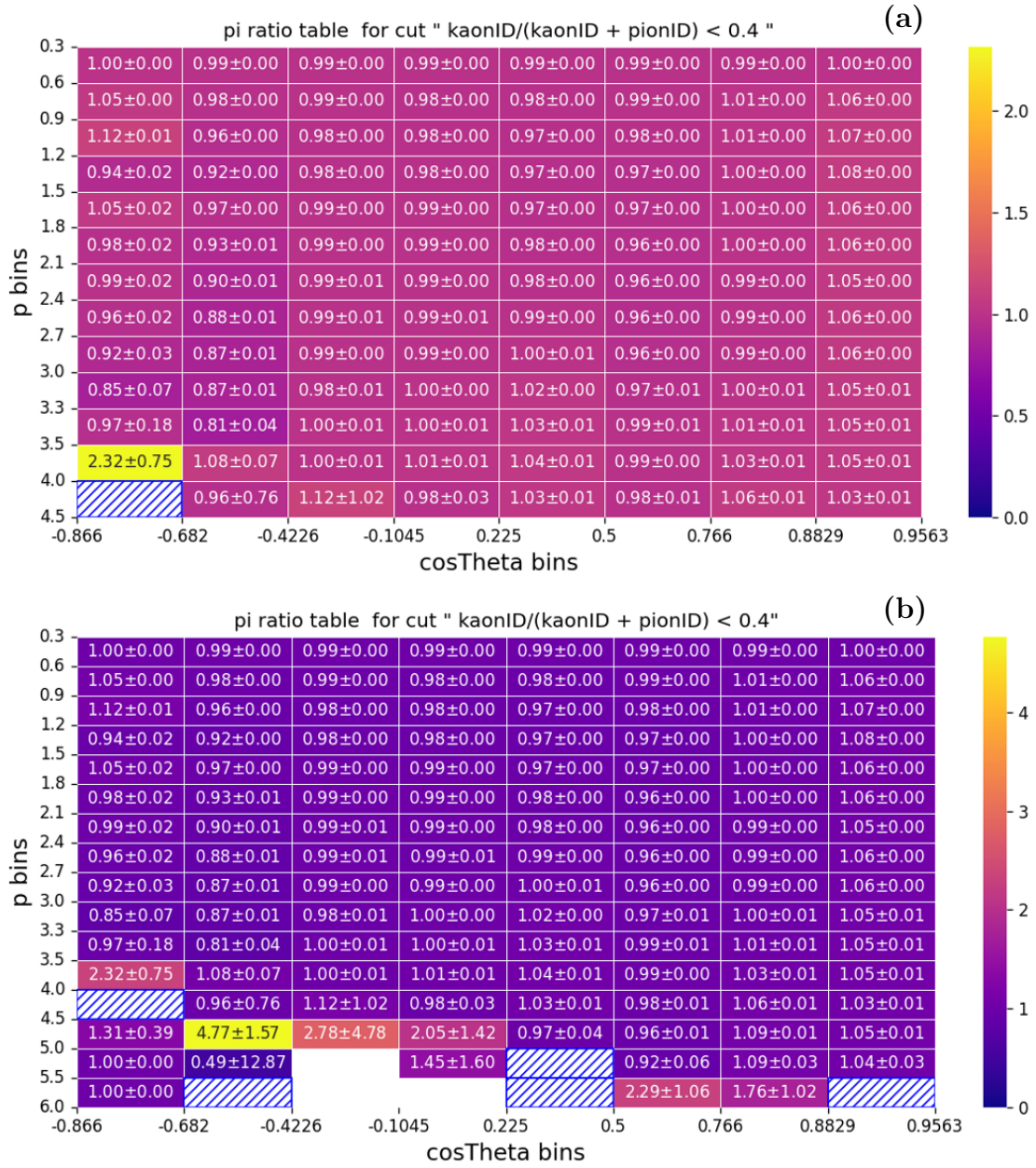
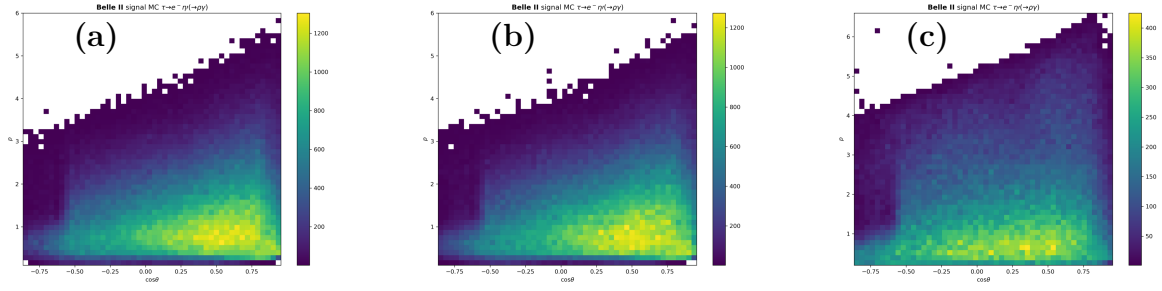
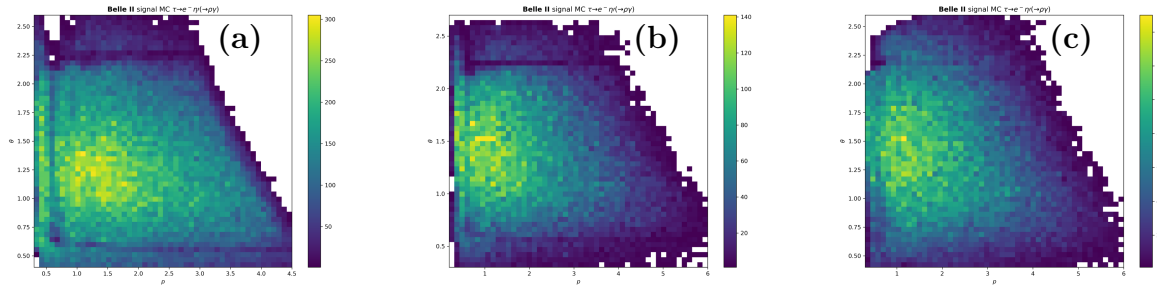


图 3.42: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 (a) π_{sig} 和 (b) π_{tag} 的数据与 MC 效率比的分布表。


 图 3.43: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 $\cos\theta - p$ (a) π_1 , (b) π_2 和 (c) π_{tag} 的分布图。

 图 3.44: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 $p - \theta$ (a) e_{sig} , (b) e 和 (c) μ 的分布图。

三种不同的模式。

$$f_{PID} = \frac{f_{e_{sig}} \cdot f_{\pi_1^{sig}} \cdot f_{\pi_2^{sig}} (\epsilon_{e_{tag}} f_{e_{tag}} + \epsilon_{\mu_{tag}} f_{\mu_{tag}} + \epsilon_{\pi_{tag}} f_{\pi_{tag}})}{\epsilon_{e_{tag}} + \epsilon_{\mu_{tag}} + \epsilon_{\pi_{tag}}} \quad (3.13)$$

应用修正如下：

- 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$:
 - 对于信号侧的径迹, e_{sig} 、 π_1^{sig} 和 π_2^{sig} 的修正因子分别为 $f_{e_{sig}} = 0.9998 \pm 0.0108$ 、 $f_{\pi_1^{sig}} = 0.9921 \pm 0.0071$ 和 $f_{\pi_2^{sig}} = 0.9921 \pm 0.0071$ 。
 - 对于标记侧的径迹, e_{tag} 、 μ 和 π_{tag} 的修正因子分别为 $f_e = 0.9947 \pm 0.0107$ 、 $f_\mu = 0.9487 \pm 0.0028$ 和 $f_{\pi_{tag}} = 0.9926 \pm 0.0084$ 。主要的轻子径迹污染来自于 π 和 K 的误判, 这在使用 PIDvar 计算 f_e 和 f_μ 时已经考虑在内。根据 MC 模拟, $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$ 的标记侧衰变模式的 ϵ_x 分别为 28.87%、30.10% 和 40.56%。

最后, 计算得到总 PID 效率的数据/MC 比值为 $f_{PID}^{\pi^+ \pi^- \eta} = (96.43 \pm 1.90)\%$ 。这里的 96.43% 用于校正检测效率。

- 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$:

- 对于信号侧的径迹, e_{sig} 、 π_1^{sig} 和 π_2^{sig} 的修正因子分别为 $f_{e_{sig}} = 0.9988 \pm 0.0101$ 、 $f_{\pi_1^{sig}} = 0.9921 \pm 0.0071$ 和 $f_{\pi_2^{sig}} = 0.9921 \pm 0.0071$ 。
- 对于标记侧的径迹, e_{tag} 、 μ 和 π_{tag} 的修正因子分别为 $f_e = 0.9963 \pm 0.0103$ 、 $f_\mu = 0.9500 \pm 0.0034$ 和 $f_{\pi_{tag}} = 0.9938 \pm 0.0084$ 。主要的轻子径迹污染来自于 π 和 K 的误判, 这在使用 PIDvar 计算 f_e 和 f_μ 时已经考虑在内。根据 MC 模拟, $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$ 的标记侧衰变模式的 ϵ_x 分别为 30.76%、31.06% 和 37.73%。

最后, 计算得到总 PID 效率的数据/MC 比值为 $f_{PID}^{\pi^+\pi^-\eta} = (96.38 \pm 1.84)\%$ 。这里的 96.38% 用于校正检测效率。

3.5.2 触发效率

信号 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma \gamma))$ 的触发效率是通过使用另一个控制道 $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$ 来计算的, 控制道的粒子配置与信号道相同。我们以相对方式计算效率, 以正交触发线作为参考。ECL 和 CDC 对于 MC 和数据的效率是通过计算得到的。

$$\epsilon_{ECL(CDC)} = \frac{\text{ECLbits and CDCbits}}{\text{CDC(ECL)bits}} \quad (3.14)$$

所使用的 L1 触发位如下:

- CDC trigger bits: fff-ffo-fzo-fyo-ssb;
- ECL trigger bits: hie1-lml8-lml9-lml13-lml14-lml15-lml16-c3-sttecl-yecl-secl1.

如果 CDC 触发位中的任何一个位被触发, 事件满足 $\text{CDC-bit}=1$, ECL 触发位也类似。我们使用的 CDC 触发位和 ECL 触发位中的所有位之间都是“或”关系, 同时考虑 CDC 和 ECL 之间也被视为“或”关系来计算触发效率。MC 和数据之间的相对差异定义为:

$$\delta_{ECL(CDC)} = \left| 1 - \frac{\epsilon_{ECL(CDC)}^{\text{Data}}}{\epsilon_{ECL(CDC)}^{\text{MC}}} \right| \quad (3.15)$$

与触发效率相关的不确定性可以用以下公式表示:

$$\sigma_{\text{trigger}} = \epsilon_{\text{ECL}}^{\text{MC}} \delta_{\text{ECL}} + (\epsilon_{\text{tot}}^{\text{MC}} - \epsilon_{\text{ECL}}^{\text{MC}}) \delta_{\text{CDC}} \quad (3.16)$$

ϵ^{MC} 是信号的绝对触发效率。使用以下公式计算 ECL 或 CDC 触发器的绝对效率：

$$\epsilon^{\text{MC}} = \frac{\text{ECLbits or CDCbits}}{\text{Numberofselectedevents}} \quad (3.17)$$

$\epsilon_{\text{tot}}^{\text{MC}}$ 表示通过 CDC 位或 ECL 位的事件数，并考虑在计算触发效率时 CDC 和 ECL 之间的“或”关系。

通过计算，我们确定了基于信号 MC 样本的 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 衰变的 L1 触发的效率为 99.88%，触发效率的总系统误差为 3.63%。

此外，我们还研究了高级别触发的效率，并发现 HLT 的效率为 100%。

信号 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的触发效率以相对方式计算效率，以正交触发线作为参考。所使用的 L1 触发位如下：

- CDC trigger bits: fff-fzo-ssb;
- ECL trigger bits: hie1-lml16-c3-sttecl-yecl-secl1.

ECL 和 CDC 触发器对于信号 MC 的绝对效率是通过公式 3.17 计算得到的，为 99.77%。

此外，我们还研究了高级别触发的效率，并发现 HLT 的效率为 100%。

3.5.3 η 重建

我们使用信号 MC 来计算两光子系统的系统误差，并根据官方提供的程序 (https://gitlab.desy.de/belle2/software/basf2/-/tree/main/analysis/examples/tutorials?ref_type=heads) 来获取 η 的重建效率。

η 重建总效率计算为 $f_\eta = (95.58 \pm 1.67)\%$ 。这里，95.58% 用于校正光子探测效率。

对于信号 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，最终信号效率需要使用 L1 触发、PID 和 η 重建进行校正。最终信号效率计算为 $\epsilon_{\pi\pi\eta}^{\text{final}} = \epsilon_{\text{sig}} \times f_{\text{L1-trigger}} \times f_{\text{PID}} \times f_\eta = 4.32\%$ 。

对于信号 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，最终信号效率需要使用 L1 触发、PID 进行校正。最终信号效率计算为 $\epsilon_{\rho\gamma}^{\text{final}} = \epsilon_{\text{sig}} \times f_{\text{L1-trigger}} \times f_{\text{PID}} = 5.20\%$ 。

3.5.4 单举 MC 样本的不完整模拟

在 $M - \Delta E$ 平面内，如图 3.45 所示，我们可以得到数据样本在边带区域内的幸存事例数，其中数据样本在 SR 中是盲区。单举 MC 样本的幸存事例数如图 3.38 所示。数

据事例数与单举 MC 样本事例数的比值被视为校正因子，这个校正因子的不确定性被视为系统误差。

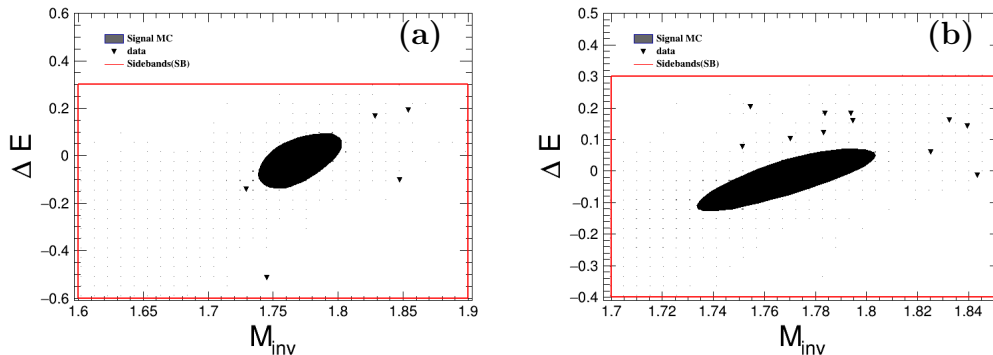


图 3.45: 数据在 $M - \Delta E$ 平面内的分布，(a) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，(b) 为衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，并且不知道具体结果的情况下进行分析。

表 3.10 中呈现了一系列计算结果，其中 N_{data} 代表数据在信号区域外且在边带区域内剩余事例的数量， N_{genmc} （归一化产量）代表单举 MC 样本在信号区域外且在边带区域内剩余事例的数量，并根据数据亮度进行归一化。 f 代表单举 MC 样本模拟不完整的校正因子，用于校正预期事例数。在校正前的预期事例数为 N_{exp} （校正前），在校正后的预期事例数为 N'_{exp} （校正后）。

表 3.10: 单举 MC 样本不完整模拟的校正和一些参数。

来源	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$
N_{data}	5.00 ± 2.23	11.00 ± 3.32
N_{genmc} (归一化)	2.94 ± 1.11	3.74 ± 1.25
$f = N_{\text{data}}/N_{\text{genmc}}$	1.70 ± 1.00	2.94 ± 1.32
N_{exp} (校正前)	0.42 ± 0.42	0.83 ± 0.59
N'_{exp} (校正后)	0.71 ± 0.82	2.44 ± 2.05

3.6 系统误差

在估计 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 分支比上限时的系统误差来自于跟踪效率、粒子鉴别、 η 重建、GBDT 选择， $Br(\eta' \rightarrow X)$ 分支比、 $\tau\tau$ 截面，积分亮度、MC 统计、 π^0 否决和触发效率。

3.6.1 径迹重建效率

Belle II 中的径迹重建效率已由 Belle II 性能组的径迹重建小组进行了测量。他们利用了标记和证明技术对 $\tau^+ \tau^-$ 事件的 3×1 prong 衰变进行了径迹重建效率的测量, 并且已经讨论了 MC 和数据之间每条径迹的系统误差。这种不确定性源自 MC 的错误建模, 因此可以通过公式 3.18 进行计算。

$$\delta = 1 - \frac{\epsilon_{\text{tracking}}^{\text{data}}}{\epsilon_{\text{tracking}}^{\text{MC}}} \quad (3.18)$$

径迹重建小组建议每条径迹的重建效率的系统误差为 0.24% [33], 总贡献等于每个径迹的线性和。因此, 在本分析中, 径迹重建效率的总不确定性为 $0.24\% \times 4 = 0.96\%$ 。

3.6.2 粒子鉴别

我们使用子节 3.5.1 中描述的校正因子的不确定性作为粒子鉴别效率的不确定性。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 粒子鉴别的不确定性为 1.90%。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, 粒子鉴别效率的不确定性为 1.84%。

3.6.3 η 重建

我们使用子节 3.5.3 中描述的校正因子的不确定性作为 η 重建效率的不确定性, η 重建的不确定性为 1.67%。

3.6.4 GBDT 选择

我们将信号 MC 样本与单举 MC 样本均按照 4:4:1 的比例分割, 形成了训练样本 1、训练样本 2 以及测试样本三组样本。随后, 我们独立使用训练样本 1 和训练样本 2 来训练两个 GBDT 模型。通过测试样本对这两个不同的 GBDT 模型进行性能评估。在此过程中, 我们也充分考虑了单举 MC 样本中可能存在的波动情况。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 这些结果显示在图 3.46 中, 其中黑色虚线显示了在子节 3.4.2 中优化得到的 GBDT 切割值。对于两次训练的 GBDT 输出值切割点的信号和背景选择效率分别为 $\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} = 90.01\%$, $\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}} = 89.67\%$ 。因此, 引入到探测效率的不确定性为 $|(\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} - \epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}}) / (\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} + \epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}})| = 0.19\%$ 。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, 这些结果显示在图 3.47 中, 其中黑色虚线显示了在子节 3.4.2 中优化得到的 GBDT 切割值。对于两次训练的 GBDT 输出值切割点的信号和

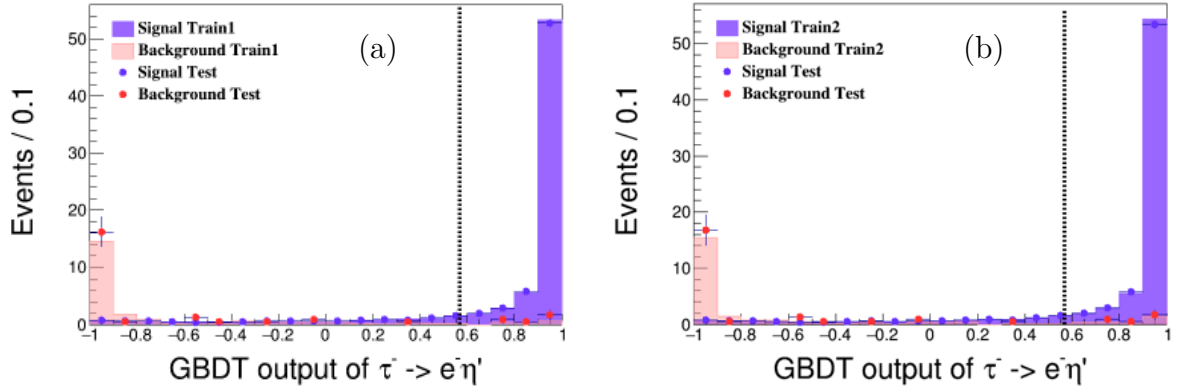


图 3.46: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 的 GBDT 输出值的分布如图所示: (a) 训练样本 1 和 (b) 训练样本 2。训练样本的数据分布以填充图形的形式直观呈现, 测试样本以带有误差条的点图形式标出, 红色直方图表示单举 MC 样本, 紫色直方图表示信号 MC 样本。黑色虚线表示 GBDT 切割值 (0.568)。

背景选择效率分别为 $\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} = 90.38\%$, $\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}} = 90.02\%$, 因此, 引入到探测效率的不确定性为 $|(\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} - \epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}}) / (\epsilon_{\text{sig}}^{\text{training1}} + \epsilon_{\text{sig}}^{\text{training2}})| = 0.20\%$ 。

3.6.5 $B(\eta' \rightarrow XX)$

$B(\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma \gamma))$ 分支比的不确定性为 1.24% [34], $B(\eta' \rightarrow \rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma)$ 分支比的不确定性为 0.55% [34]。

3.6.6 $\tau\tau$ 截面

根据 KKMC 蒙特卡洛模拟程序 [28], 电子正负电子湮灭被计算为 $\sigma(e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-) = (0.919 \pm 0.003) \text{ nb}$, 在 $\sqrt{s} = 10.58 \text{ GeV}$ 处。 $\tau\tau$ 截面的不确定性为 0.33%。

3.6.7 积分亮度

通过大角度 Bhabha 散射过程测量, 积分亮度的不确定性估计为 0.60% [35]。

3.6.8 MC 统计量

我们可以通过公式 3.19 计算 MC 效率的统计不确定性,

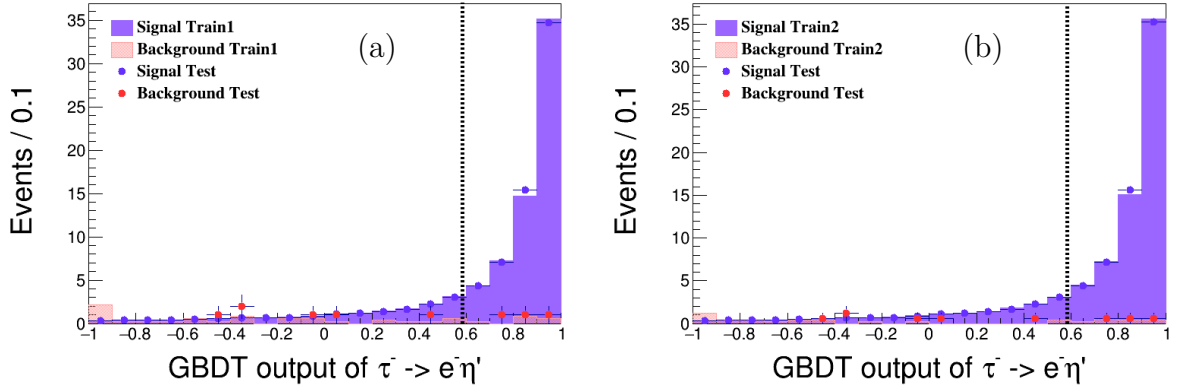


图 3.47: 衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 的 GBDT 输出值的分布如图所示: (a) 训练样本 1 和 (b) 训练样本 2。训练样本的数据分布以填充图形的形式直观呈现, 测试样本以带有误差条的点图形式标出, 红色直方图表示单举 MC 样本, 紫色直方图表示信号 MC 样本。黑色虚线表示 GBDT 切割值 (0.585)。

$$\sqrt{\frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon \times N_{tot}}}, \quad (3.19)$$

其中, ϵ 是应用所有事例选择后的重建效率, N_{tot} 是生成的信号事例的总数, 为 10^7 。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, MC 统计量的不确定性为 0.14%; 对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$, MC 统计量的不确定性为 0.13%。

3.6.9 π^0 否决

为了压低信号光子与能量 $E_\gamma > 0.05$ GeV 的任何其他光子组成的 π^0 相关的本底事例, 我们移除不变质量在 $0.10 \text{ GeV}/c^2 < M_{\gamma\gamma} < 0.16 \text{ GeV}/c^2$ 范围的 π^0 候选事例, 并把此条件作为 π^0 的否决条件。

我们分别计算单举 MC 样本和数据样本应用 π^0 否决条件后的相关效率, 其中效率被定义为 $\epsilon = 1 - \frac{N_{\text{cut}}}{N_{\text{without}}}$, 其中 N_{cut} 是施加 π^0 否决条件后的事例数, N_{without} 是没有施加 π^0 否决条件的事例数。单举 MC 和数据之间的效率差异, 因此可以通过公式 3.20 计算来确定。

$$\delta = \left| 1 - \frac{\epsilon_{\text{data}}}{\epsilon_{\text{genericMC}}} \right|. \quad (3.20)$$

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$, 根据效率定义, 我们可以计算得到 $\epsilon_{\text{genericMC}}$ 和 ϵ_{data} 分别为 92.61% 和 93.18%, π^0 否决条件的系统误差为 0.62%。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$,

根据效率定义，我们可以计算得到 $\epsilon_{\text{genericMC}}$ 和 ϵ_{data} 分别为 72.40% 和 72.90%， π^0 否决条件的系统误差为 0.69%。

3.6.10 触发效率

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，我们使用子节 3.5.2 中描述的校正因子的不确定性作为触发效率的不确定性，其不确定性为 3.63%。对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，其为 3×1 prong 的衰变模式，触发效率的不确定性为 0.70% [36]。

3.6.11 单举 MC 样本的不完全模拟

在这里，我们使用章节 3.5.4 中描述的方法考虑这种系统误差。

前十项系统不确定性被视为信号效率的不确定性，包括粒子鉴别效率校正因子等对信号效率的影响，这些系统误差总结在表 3.11 中。在第十一项系统误差估计中，使用了一个用于修正数据和 MC 模拟之间的不一致性的修正因子来校正预期事例数 (N_{exp})，这个校正因子的误差被考虑在 N'_{exp} (校正后) 的误差中。目前，在 90% 置信水平下估计衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的分支比上限时，这些是我们考虑的所有系统误差。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，在考虑 N'_{exp} (校正后) 和信号效率的校正和不确定性后，使用 BPULE 软件包重新计算得到 s_{90} 为 1.87。然后， $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的分支比上限被重新计算为 3.17×10^{-7} 。

对于衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，在考虑 N'_{exp} (校正后) 和信号效率的校正和不确定性后，使用 BPULE 软件包重新计算得到 s_{90} 为 2.06。然后， $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的分支比上限被重新计算为 1.72×10^{-7} 。

将 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 和 $\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 衰变道的效率之和作为 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的信号效率，联合的预期的本底事例为两个衰变道的预期本底事例相加并且误差用误差传递公式得到，在此基础上我们用 BPULE 的方法计算总的 s_{90} 。在考虑上述系统误差后，在 90% 置信水平下衰变 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 的分支比上限为 1.17×10^{-7} ，如表 3.12 所示。

3.7 总结

根据 Belle II 探测器在 $\Upsilon(4S)$ 共振态、 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近和 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近收集的 424 fb^{-1} 数据样本，使用多变量分析方法中的 GBDT 方法研究 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 衰变，其中 η' 衰变为 $\eta (\rightarrow \gamma \gamma) \pi^+ \pi^-$ 和 $\rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$ 。在盲分析阶段，使用多变量分析的方法进行研究，并未发现意外现象。考虑了主要的系统误差后，基于单举蒙特卡洛样本和

表 3.11: 信号效率的系统误差列表。

来源	不确定性 (%)	
	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$	$\tau \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$
粒子鉴别	1.90	1.84
η 重建	1.67	—
触发效率	3.63	0.70
跟踪效率	0.96	0.96
GBDT 选择	0.19	0.20
$\mathcal{B}(\eta' \rightarrow X)$	1.24	0.55
$\tau\tau$ 截面	0.33	0.33
π^0 否决	0.62	0.69
积分亮度	0.60	0.60
MC 统计	0.14	0.13
总共	4.79	2.47

 表 3.12: 考虑系统误差后 $\tau \rightarrow e^- \eta'$ 模式的分支比上限总结表。

模式	$Br(\eta' \rightarrow X) \times \text{Eff.}$	N'_{exp} (校正后)	N_{obs}	s_{90}	上限
$\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \eta \pi^+ \pi^-)$	$0.445 \times 0.3943 \times 4.3\%$	0.71 ± 0.82	0	1.87	$< 3.17 \times 10^{-7}$
$\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$	$0.295 \times 1 \times 5.2\%$	2.44 ± 2.05	0	2.06	$< 1.72 \times 10^{-7}$
Combined	2.29%	3.15 ± 2.21	0	2.09	$< 1.17 \times 10^{-7}$

bootstrap MC 样本，在 90% 置信水平下估计的 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 的分支比上限为 1.17×10^{-7} 。与 Belle [22] 之前发表的结果相比，如表 3.13所示，基于 bootstrap MC 样本，本研究确定的上限限制更为严格。

表 3.13: 与 Belle 实验结果的比较。

	亮度 (fb^{-1})	$\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')(\times 10^{-7})$
Belle [22]	401	< 1.6
Belle II	424	< 1.17

第四章 总结与展望

在本文中, 利用运行在 e^+e^- 能量部队成的对撞机 SuperKEKB 上 Belle II 在 $\Upsilon(4S)$ 共振态、 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近和 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近采集到的 424 fb^{-1} 的数据样本, 我们使用多变量分析的方法, 开展了对轻子味破坏过程 $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ 的寻找。我们采用 1 (标记侧) $\times$ 3 (信号侧) 的拓扑结构来重建事例: 信号侧 τ 衰变到 $e^- \eta'$, 这里的 η' 衰变为 $\pi^+ \pi^- \eta (\rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $\rho (\rightarrow \pi^+ \pi^-) \gamma$ 的末态; 标记侧的 τ 用 $\tau^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 、 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau$ 三种过程。目前处于盲分析阶段, 我们从单举 MC 样本中提取一个子样本模拟数据, 其大小与真实数据亮度 (424 fb^{-1}) 相同, 并将其命名为 “bootstrap” MC, 用于从真实数据中模拟信号区域中预期的剩余事例数。其余的单举 MC 样本用于训练 GBDT, 提取预期的本底产额。在 90% 置信水平下, 预期衰变 $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow e^- \eta')$ 的分支比上限为 1.17×10^{-7} 。

Belle II 实验的数据采集仍在进行中, 预计未来将采集到更大的数据样本 (目标为 50 ab^{-1})。未来, 随着 SuperKEKB 对撞机性能的进一步提升, Belle II 将能够积累更大规模的数据样本。这将显著提高对稀有过程的探测灵敏度, 例如轻子味破坏过程 ($\tau^- \rightarrow e^- \eta'$) 的分支比上限有望降低到 10^{-8} 甚至更低, 从而为新物理的发现提供更严格的实验约束。轻子味破坏是标准模型之外的重要物理现象, 其研究对于理解中微子质量起源、轻子夸克统一性以及新物理模型 (如超对称、额外维度等) 具有重要意义。Belle II 实验将继续探索 τ 轻子的稀有衰变过程, 并结合理论模型, 揭示轻子味破坏的微观机制。并且 Belle II 实验的高精度数据将为多种新物理模型提供检验平台。例如, 超对称模型、额外维度模型以及轻子夸克统一模型等都预言了轻子味破坏过程的存在。通过分析稀有衰变和轻子味破坏过程, Belle II 有望为新物理模型的参数空间提供严格的实验限制, 甚至可能发现新粒子或新相互作用的迹象。

参考文献

- [1] 肖振军, 吕才典. 粒子物理学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [2] 岳崇兴, 马璐. 粒子物理研究现状与发展趋势之概述 [J]. 辽宁师范大学学报 (自然科学版), 2016, 39(03): 327-331.
- [3] Glashow S L. Partial Symmetries of Weak Interactions[j]. Nucl. Phys., 1961, 22: 579-588.
- [4] Weinberg S. A Model of Leptons[j]. Phys. Rev. Lett., 1967, 19: 1264-1266.
- [5] GLASHOW S L, ILIOPOULOS J, MAIANI L. Weak interactions with Lepton-Hadron symmetry[J]. Phys. Rev., 1970, D2(7):1285-1292.
- [6] G. Aad et al., (ATLAS Collaboration), Phys. Lett. B **716**, 1 (2012).
- [7] S. SHatrchyan et al., (CMS Collaboration), Phys. Lett. B **716**, 30 (2012).
- [8] https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model.
- [9] C.N.Yang, R.L. Mills, Phys. Rev., **96** 191, (1954).
- [10] M. Conversi, E. Pancini, and O. Piccioni. On the Disintergration of Negative Mesons. Phys. Rev., 71:209-210, 1947.
- [11] B. Pontecorvo. Nuclear capture of mesons and the meson decay. Phys. Rev., 72:246, 1947.
- [12] S.Lokanathan and J.Steinberger. Search for the B-decay of the pion. Nuovo Cim., 2(1suppl): 151-162, 1955
- [13] J. Hisano, T. Moroi, K. Tobe and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **53**, 2442 (1996).
- [14] K.S. Babu and C. Kolda, Phys. Rev. Lett. **89**, 241802 (2002).

-
- [15] A. Dedes, J. Ellis and M. Raidal, Phys. Lett. B **549**, 159 (2002).
- [16] A. Brignole and A. Rossi, Nucl. Phys. B **701**, 3 (2004).
- [17] M. Sher, Phys. Rev. D **66**, 057301 (2002).
- [18] M.C. Gonzalez-Garcia and J.W.F. Valle, Mod. Phys. Lett. A **7**, 477 (1992).
- [19] A. Ilakovac, Phys. Rev. D **62**, 036010 (2000).
- [20] D. Black et al., Phys. Rev. D **62**, 053002 (2002).
- [21] 刘泽坤. 轻子味改变过程和相关新物理研究 [D]. 华中师范大学,2019.
- [22] Y. Miyazaki, *et al.*, (Belle Collaboration), Phys. Lett. B **648**, 341-350 (2007).
- [23] Kurokawa S, Kikutani E. Overview of the KEKB accelerators[J]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 499: 1–7.
- [24] Brodzicka J, Browder T, Chang P, et al. Physics achievements from the Belle experiment[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2012, 2012(1): 04D001.
- [25] Ohnishi Y, Abe T, Adachi T, et al. Accelerator design at SuperKEKB[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2013, 2013(3): 03A011.
- [26] https://indico.inp.nsk.su/event/20/contributions/957/attachments/515/600/_Belle2CDC_v2.pdf
- [27] R. L. Workman et al. (Particle Data Group), PTEP **2022**, 083C01 (2022).
- [28] S. Banerjee, B. Pietrzyk, J. M. Roney, and Z. Was, Phys. Rev. D **77** 054012 (2008).
- [29] Hadron ID Performance confluence page. <https://confluence.desy.de/display/BI/Hadron+ID+Performance>
- [30] X. Y. Zhou, et al., Comp. Phys. Commun. **258**, 107540 (2021).
- [31] Y. S. Zhu, Nucl. Instr. and Methods Phys. Res. Sect. A **578**, 322–328 (2007).

- [32] <https://xwiki.desy.de/xwiki/bin/view/BI/Belle%20II%20Internal/Physics%20Performance%20Webhome/Charged%20PID%20performance/Charged%20PID%20Recommendations/Recommendations%20for%20Lepton%20ID%20-%20Moriond2024/>
- [33] P. Rados. and L. Zani. Conference readiness page. <https://confluence.desy.de/pages/\viewpage.action?spaceKey=BI&title=Conference+readiness>
- [34] M. Ablikim et al. [BESIII Collaboration], Phys. Rev.Lett. **122**, 142002 (2019).
- [35] F. Abudinetn, et al., (Belle II Collaboration), Chin Phys. C **44**, no.2, 021001 (2020).
- [36] I. Adachi, et al., (Belle II Collaboration), Phys. Rev. D **110**, 112003 (2024).

附录 A：拓扑分析

使用单举 MC 样本来研究本底来源和潜在本底。在施加所有选择要求后，对于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ ，信号区域中做完拓扑分析后幸存的事例如表 1 所示。

表 1: 衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)$ 中单举 MC 样本中信号区域内幸存的事例。

No.	衰变链	末态	iTopo	nEvt	nTot
1	$e^+ e^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^* K^+ \eta', \bar{K}^* \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0, \eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta, \bar{K}^0 \rightarrow K_L^0, \eta \rightarrow \gamma \gamma$	$\pi^0 K_L^0 \pi^+ \pi^- \pi^- K^+ \gamma \gamma$	0	1	1

我们可以看到末态仅有一个仅存的事例。

对于衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ ，信号区域中做完拓扑分析后幸存的事例如表 2 所示。

表 2: 衰变 $\tau^- \rightarrow e^- \eta' (\rightarrow \rho \gamma)$ 中单举 MC 样本中信号区域内幸存的事例。

No.	衰变链	末态	iTopo	nEvt	nTot
1	$e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^- \pi^+ \pi^+ \pi^- \gamma^I, \tau^+ \rightarrow \bar{\nu}_\tau, \tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \bar{\nu}_\tau \pi^+ \pi^+ \pi^- \gamma^I$	0	2	2

我们可以看到末态仅有两个仅存的事例。

附录 B：不同数据采集能量下截面及其加权平均值

在 $\Upsilon(4S)$ 共振态，产生的 $\tau^+\tau^-$ 的正电子负电子对的截面为 $\sigma_{\tau\tau} = 0.919 \text{ nb}$ ，其对应的数据亮度为 363 fb^{-1} ；在 $\Upsilon(4S)$ 共振态附近，产生的 $\tau^+\tau^-$ 的正电子负电子对的截面为 $\sigma_{\tau\tau} = 0.929 \text{ nb}$ ，其对应的数据亮度为 42 fb^{-1} ；在 $\Upsilon(5S)$ 共振态附近，产生的 $\tau^+\tau^-$ 的正电子负电子对的截面为 $\sigma_{\tau\tau} = 0.891 \text{ nb}$ ，其对应的数据亮度为 19 fb^{-1} 。见表 3 所示。

表 3: 不同能量点下对应的对撞截面。

	质心能量 (GeV)	截面 (nb)	亮度 (fb^{-1})
$\Upsilon(4S)$	10.58	0.919	363
$\Upsilon(4S)$ 非共振态	10.52	0.929	42
$\Upsilon(5S)$ 扫描	10.75	0.891	19

我们使用加权平均的方法计算其截面值，其公式如 1 所示，

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^3 \mathcal{L}_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^3 \mathcal{L}_i} \quad (1)$$

其中 $\mathcal{L}$ 代表不同质心能量对应的亮度， σ_i 为与之相对应的截面，求得其结果为 $\bar{\sigma}=0.919 \text{ nb}$ 。

致 谢

作为研究生生涯即将结束，回首这四年的时光，让我感慨万千，也收获了许多人的帮助。首先，我要衷心感谢我的导师姬清平副教授。早在我大一时，我就对姬老师有了深刻的了解。作为班主任，她在同学受伤后亲自携带水果和点心前来探望，这给我留下了深刻的印象，姬老师非常关心同学们的状况，在有的同学需要帮助的时候又能及时的提供支持。进入研究生阶段后，姬老师温和而平静地鼓励和指导我，引领我踏入了高能物理实验分析的领域。在接下来的工作和学习中，姬老师始终是我们的楷模，她以身作则，早早来到办公室工作，为我们树立了良好的榜样。在我们生病时，姬老师总是亲自为我们买药并送到办公室，展现出无微不至的关怀与帮助。她拥有敏锐的物理洞察力和丰富的实验分析经验，是一位非常出色的教师。姬老师一字一句地指导我教导我的工作，教我作为科研人员应该具备怎样的品质。老师不遗余力地为我提供最好的学习条件，送我去复旦大学学习 Belle II 实验，让我感受顶尖大学的氛围和科研的魅力。对姬老师的教诲，我深表感激！

另一位要感谢的是在复旦大学的合作导师沈成平教授，在学习工作上给予我很大支持。沈老师对于自己所研究的领域有着深刻的理解和广泛的知识储备，不仅熟知前人的研究成果，还能够提出新颖的观点和见解，为学术界带来新的思考和启示。在学术交流中，能够以丰富的知识储备和深刻的见解引领着讨论的方向，让人叹为观止。沈老师早期以其执着的科研态度和不懈的为我们所熟知，他对于科学研究充满热情和探索欲望，不断地进行实验、分析和总结，力求在学术领域取得更大的突破和进步。他的科研成果不仅为学术界带来了新的发现，还为行业的发展提供了重要的支持和指导。不仅在学术领域有着卓越的表现，还以其和蔼可亲的态度和真诚友善的待人方式赢得了同事和学生们的喜爱。沈老师乐于分享自己的知识和经验，愿意倾听他人的意见和建议，并且始终保持着谦逊和谨慎的态度。在和交流中，人们感受到了一种温暖和亲切，让人倍感亲近和舒心。

另外，我还要感谢李郁博老师和李文哲师兄对我的耐心指导，非常感谢他对我工作提供了很大的帮助，手把手的带我学习 Belle II 实验，无论我有什么问题他们都能给

我非常有用的方案。还有在上海学习时期唐世帅师兄和李文哲师兄对我的工作和生活都提供了莫大的帮助，带给了我亲人的温暖，非常感谢。此外还有和我一同朝夕相处的办公室的同学们，蒋小梅、闫文鹏、杨润佳、朱文卓、李洋，谢谢他们在生活中对我的帮助和支持。我更要感谢父母家人的支持与理解，给我物质和心灵上的双重鼓励。特别感谢信安桐同学，在我生活和学习中对我莫大的支持和鼓励，你如同温暖的月光，无声地照亮周围的每个角落，给人带来安宁和温暖。另外还要感谢张文科同学和崔荣荣同学，在生活中对我提供了很多帮助，感谢小八。

攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] 撰写的学术论文 Search for lepton flavor violation decay $\tau^- \rightarrow e^- \eta'$ at Belle II, 在 BelleII 内部收录中, 其编号为 BELLE2-NOTE-PH-2024-054。

独 创 性 声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含为获得河南师范大学或其他教育机构的学位或证书所使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

作者签名：_____ 日期：_____

关于论文使用授权的说明

本人完全了解河南师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权河南师范大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。（**保密的学位论文在解密后适用本授权书**）

作者签名：_____ 导师签名：_____ 日期：_____