

Аннотация

В настоящей работе рассматривается возможность поиска Новой физики в CP -нарушении в распадах B -мезонов.

Представлены два способа поиска Новой физики: с помощью анализа распада $B \rightarrow \phi K_S$ и $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. В первом методе показывается, что экспериментальные ограничения на параметры CP -нарушения позволяют исключить определенные области в пространстве параметров Новой физики, однако из-за неопределенности сильной фазы этот метод оказывается недостаточно эффективным.

Во второй части работы описывается новый метод поиска Новой физики, использующий распад $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Этот метод основан на интерференции пингвинной и древесной амплитуд, что позволяет избежать проблем, связанных с неопределенностью сильной фазы. Показано, что этот метод обладает лучшей чувствительностью к Новой физике по сравнению с методом $B \rightarrow \phi K_S$.

В заключительной части работы предлагается метод интерпретации прямого CP -нарушения, экспериментально обнаруженного в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Предлагается измерять слабую фазу процесса и сравнивать ее с предсказаниями Стандартной модели. Значимое отличие измеренной слабой фазы от предсказанной может указывать на наличие Новой физики.

Содержание

1	Введение	4
2	Поиск Новой физики в $B \rightarrow \phi K_S$	7
2.1	Смешивание B -мезонов	7
2.2	Вывод параметров CP -нарушения	8
2.3	Экспериментальные ограничения	11
3	Поиск Новой физики в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$	14
3.1	Вывод функций плотности вероятности	15
3.2	Извлечение параметров из экспериментальных данных	16
3.2.1	Детектор Belle	17
3.2.2	Отбор событий, подавление фона	18
3.2.3	Распределения Далица	21
3.2.4	Подгонка распределений	23
3.3	Оценка эффективности метода	26
3.3.1	Монте-Карло генерация событий	26
3.3.2	Подгонка распределений Далица	29
3.3.3	Сравнение методов $B \rightarrow \phi K_S$ и $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$	32
4	Интерпретация прямого CP-нарушения в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$	36
4.1	Случай вклада одного из источников CP -нарушения	40
4.2	Случай вклада обоих источников CP -нарушения	42
5	Заключение	45
	Список литературы	46

1 Введение

На сегодняшний день Стандартная модель (СМ) является последним словом в физике элементарных частиц. Эта теория описывает три фундаментальных взаимодействия — сильное, слабое и электромагнитное. Стандартная модель выдержала множество проверок, и ее предсказания блестяще подтверждаются на эксперименте. В частности, теория успешно предсказала существование некоторых фундаментальных частиц, таких как b - и t -кварки, τ -нейтрино и бозон Хиггса.

Однако, несмотря на большие успехи в понимании фундаментальной физики, Стандартная модель оставляет множество неразрешенных проблем. Например, очевидным недостатком теории является невозможность описания гравитации, происхождения темной материи и энергии. Среди менее явных вопросов, но не менее важных, значатся проблема иерархии масс, сильная CP -проблема и большое количество свободных параметров в теории. Также великой загадкой остается само возникновение Вселенной с преимуществом материи над антиматерией. В своей знаменитой работе [1] А.Д. Сахаров поставил три необходимых условия существования мира в нынешнем виде: нарушение термодинамического равновесия на некотором этапе развития Вселенной, нарушение CP -инвариантности и несохранение барионного числа. Именно вопросу CP -нарушения посвящена настоящая работа.

В Стандартной модели CP -нарушение заключено в единственной неприводимой комплексной фазе матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы (ККМ), описывающей смешивание кварков [2]. Из-за наличия этой ненулевой фазы, а также унитарности ККМ-матрицы, вытекает существование шести треугольников на комплексной плоскости, называемых треугольниками унитарности. Один из них описывается уравнением $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$, а его углы обозначаются как α , β и γ (рис. 1). Эти углы являются важными измеряемыми параметрами CP -нарушения.

Помимо этого, неприводимая фаза приводит к возникновению асимметрии между материей и антиматерией. Тем не менее, на сегодняшний день известно, что данного нарушения недостаточно для описания наблюдаемой Вселенной [3]. Таким образом, можно ожидать наличие новых источников CP -нарушения, не предсказываемых Стандартной моделью и являющихся частью долгожданной Новой физики (НФ) — некоторой теории, обобщающей СМ.

Прекрасным способом проверки Стандартной модели и поиска Новой физики является исследование CP -нарушения в пингвинных распадах B -мезонов, поскольку процессы со значительным вкладом петлевых диаграмм могут содержать некоторый интегрирующийся вклад в петлю. Этот вклад может быть

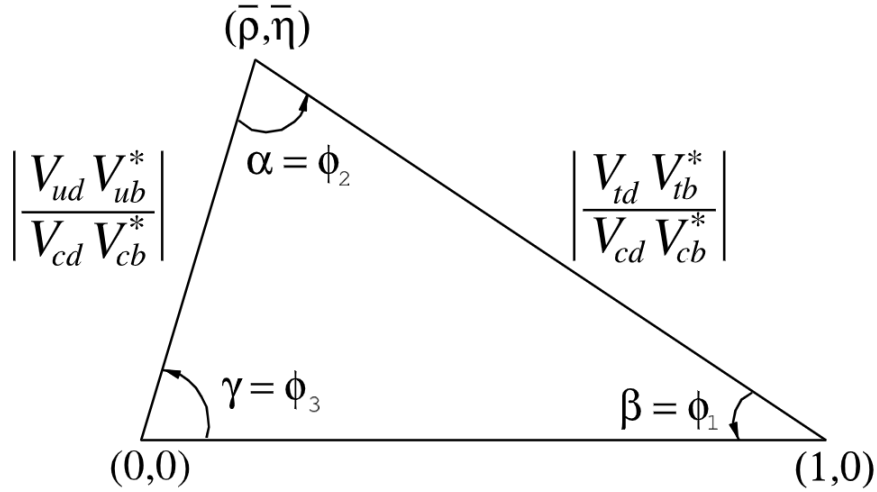


Рис. 1: Треугольник унитарности

вызван, например, неизвестными частицами, оказывающими заметное влияние на амплитуды процесса. Кроме того, распады B -мезонов являются подавленными в Стандартной модели из-за малости значений V_{ub} и V_{cb} ККМ-матрицы, которые пропорциональны малым величинам λ^3 и λ^2 в параметризации Вольфенштейна [4] соответственно. На фоне этого подавления возникает больше шансов обнаружить отклонения, вызванные малыми вкладами Новой физики.

Поскольку в Стандартной модели имеется единственный источник CP -нарушения, заключенный в ККМ-матрице, можно ожидать, что всевозможные различные эксперименты с CP -нарушением должны давать коррелированные результаты. В частности, в рамках Стандартной модели не прямое CP -нарушение в модах распада B -мезона, связанных с переходом $b \rightarrow s\bar{s}s$, параметризуется тем же углом Треугольника унитарности, β , что и в древесных переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$. В рамках Стандартной модели прямое CP -нарушение в этих модах ожидается сопоставимым с нулем, а отклонение измеренного $S_{\phi K_S}$ из-за вклада $b \rightarrow u$ имеет величину порядка $\lambda^2 \sim 5\%$ [5]. Значимое отклонение от этих ожиданий может сигнализировать о Новой физике.

Первой частью настоящей работы (раздел 2) является оценка эффективности поиска Новой физики в CP -нарушении в некотором известном канале. Одним из наиболее интересных и перспективных каналов распада для поиска Новой физики в $b \rightarrow s\bar{s}s$ переходах считается «золотая мода» $B \rightarrow \phi K_S$. Благодаря большой относительной вероятности распада и узкому резонансу в конечном состоянии эти процессы достаточно удобны для эффективного экспериментального восстановления. С теоретической точки зрения это конечное состояние также выглядит предпочтительным ввиду малости иных амплитуд (в частности, древесных $b \rightarrow u$). Этот факт позволяет оценить, что отклонения от ожиданий составят не более, чем несколько процентов. Тем не менее,

как будет показано в настоящей работе, $B \rightarrow \phi K_S$ оказывается недостаточно эффективным для поиска Новой физики в CP -нарушении в условиях неизвестной сильной фазы процесса.

Вторая, основная часть работы (раздел 3) посвящена разработке методологии поиска вкладов Новой физики в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Показывается, что данный метод имеет преимущество над $B \rightarrow \phi K_S$ благодаря наличию резонанса — достаточно широкого состояния чармония $\chi_{c0}(1P)$. Быстро меняющаяся вблизи полюса $\chi_{c0}(1P)$ разность сильных фаз интерферирующих амплитуд $b \rightarrow c\bar{c}s$ и $b \rightarrow s\bar{s}s$ гарантирует, что любая возможная Новая физика проявится в некоторой области распределения Далица. В разделе производится реалистичная Монте-Карло генерация событий распада $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$, доказывающая значительно лучшую чувствительность нового метода по сравнению с $B \rightarrow \phi K_S$.

В заключительной части работы (раздел 4) предлагается дополнительный способ проверки Стандартной модели. Поскольку вклад в CP -нарушение в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ способна вносить не только Новая физика, но и процессы внутри СМ, необходимо уметь отличать их вклады друг от друга. Уже сейчас коллаборация LHCb заявила об обнаружении прямого CP -нарушения в канале $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ [6], что ставит вопрос о природе возникновения данного явления. Именно возможности прояснения происхождения измеренного CP -нарушения посвящен последний раздел.

2 Поиск Новой физики в $B \rightarrow \phi K_S$

Рассмотрим подробно метод поиска Новой физики в прямом и непрямом CP -нарушениях в пингвинной $b \rightarrow s\bar{s}s$ амплитуде распада $B \rightarrow \phi K_S$ и оценим его эффективность. Для этого необходимо выяснить, какой вклад в измеряемые параметры CP -нарушения будет вносить добавочная амплитуда Новой физики. Затем на основании экспериментальных данных можно будет сделать вывод о возможности наблюдения эффектов НФ в зависимости от ее параметров. Как следствие, получим информацию об эффективности данного метода для поиска физики за пределами Стандартной модели.

2.1 Смешивание B -мезонов

Перед обсуждением CP -нарушения необходимо рассмотреть смешивание B -мезонов. Тот факт, что состояния B^0 и $\bar{B}^0$, обладающие определенным ароматом, способны распадаться на, например, $\pi^+\pi^-$ [7], говорит о неортогональности этих состояний.

Рассмотрим гамильтониан смешивания B -мезонов:

$$H = \mathbf{M} - \frac{i\mathbf{\Gamma}}{2} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{11} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Он имеет собственные состояния, назовем их B_1 и B_2 . Эти состояния обладают определенными массами и временами жизни. Однако наличие переходов $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ (рис. 2) указывает на то, что B_1 и B_2 не обладают определенным кварковым составом.

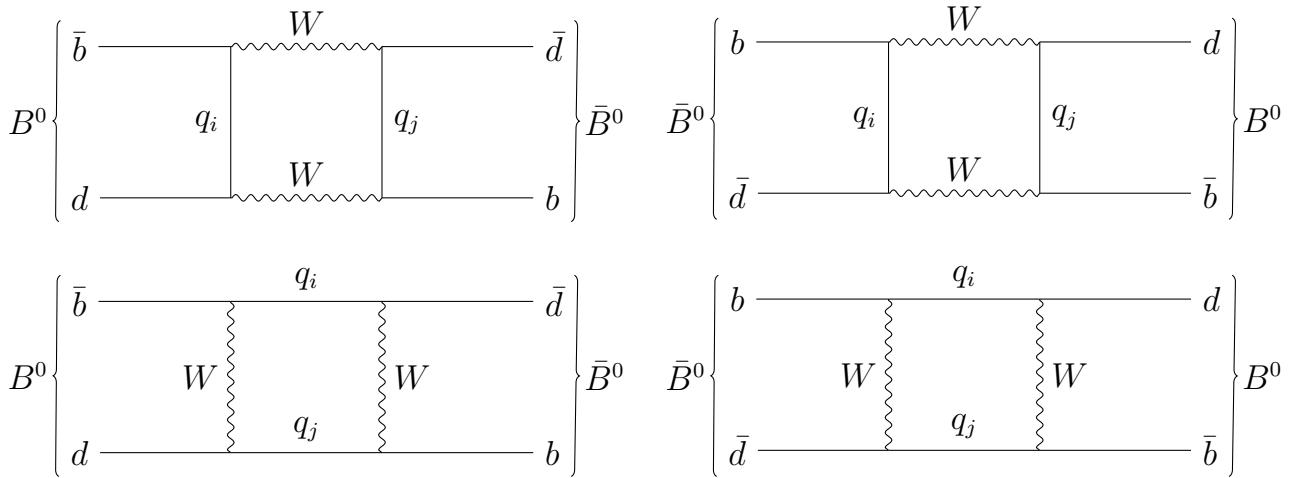


Рис. 2: Диаграммы смешивания $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$

Таким образом, состояния B_1 и B_2 можно выразить как суперпозиции состояний с определенным ароматом:

$$\begin{aligned} |B_1\rangle &= p |B^0\rangle - q |\bar{B}^0\rangle, \\ |B_2\rangle &= p |B^0\rangle + q |\bar{B}^0\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

причем $\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \equiv \left(\frac{q}{p}\right)_B$.

Фактор $\left(\frac{q}{p}\right)_B$ отвечает смешиванию нейтральных B мезонов. Значения M_{12} и Γ_{12} можно оценить, рассмотрев диаграммы смешивания, изображенные на рис. 2. Эти диаграммы пропорциональны квадрату массы промежуточного кварка q [8], значит, процесс $B^0 \leftrightarrow t\bar{t} \leftrightarrow \bar{B}^0$ доминирует, и $M_{12} \sim m_t^2$. Однако в Γ_{12} могут вносить вклад только те процессы, в которых B -мезон распадается, значит, $\Gamma_{12} \sim m_c^2$. Так как $m_c \ll m_t$, то и $|\Gamma_{12}| \ll |M_{12}|$.

Используя малость Γ_{12} , фактор смешивания мезонов можно записать в виде

$$\left(\frac{q}{p}\right)_B \approx \sqrt{\frac{M_{12}^*}{M_{12}}} = e^{-2i \arg M_{12}} = e^{2i \arg V_{tb}^* V_{td}} = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*}. \quad (3)$$

В случае смешивания K -мезонов можно аналогично определить отношение $\left(\frac{p}{q}\right)_K$, равное

$$\left(\frac{p}{q}\right)_K \approx \frac{V_{cs} V_{cd}^*}{V_{cs}^* V_{cd}}. \quad (4)$$

2.2 Вывод параметров CP -нарушения

Теперь перейдем к анализу распада $B \rightarrow \phi K_S$. Состояние ϕK_S является CP -собственным, и в него могут распадаться как B^0 , так и $\bar{B}^0$. Такой процесс происходит посредством распадов $B^0 \rightarrow \phi K^0$ и $\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0$ (рис. 3) с дальнейшим переходом в ϕK_S . Помимо этого, в силу смешивания B -мезонов, возможны распады с последовательными переходами $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0$ и $\bar{B}^0 \rightarrow B^0 \rightarrow \phi K^0$.

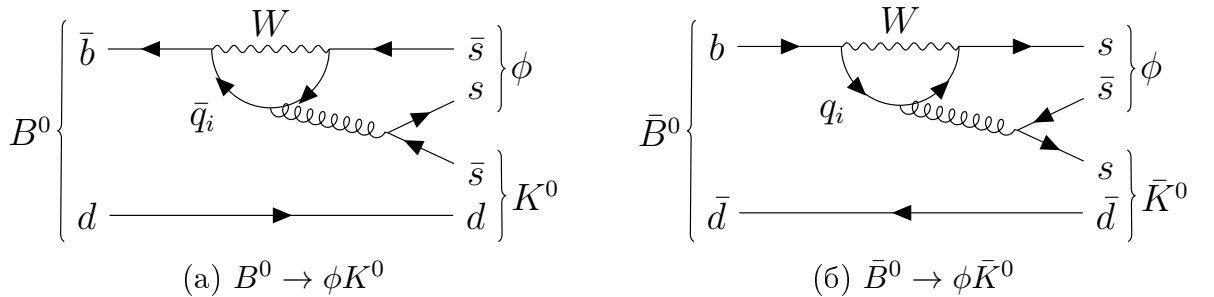


Рис. 3: Диаграммы распада $B \rightarrow \phi K$

Эволюция состояния B -мезона во времени может быть описана как решение уравнения Шредингера следующим образом:

$$\begin{pmatrix} |B^0(t)\rangle \\ |\bar{B}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = e^{-i\frac{(M_1+M_2)t}{2}} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\Delta M t}{2} & i\frac{q}{p} \sin \frac{\Delta M t}{2} \\ i\frac{p}{q} \sin \frac{\Delta M t}{2} & \cos \frac{\Delta M t}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |\bar{B}^0\rangle \end{pmatrix}, \quad (5)$$

здесь $\Delta M = M_2 - M_1$ — разность масс для собственных массовых состояний B_2 и B_1 . Для них верно соотношение $|\Delta\Gamma| \ll |\Delta M|$, поэтому в данном выражении $\Delta\Gamma$ было отброшено.

Таким образом, опуская громоздкие вычисления, для вероятностей распада имеем

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0(t) \rightarrow \phi K_S) &\sim e^{-\Gamma t} |A(B^0 \rightarrow \phi K^0)|^2 \left(1 - \frac{|\lambda_{\phi K_S}|^2 - 1}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1} \cos \Delta M t - \frac{2 \operatorname{Im} \lambda_{\phi K_S}}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1} \sin(\Delta M t) \right), \\ \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \phi K_S) &\sim e^{-\Gamma t} |\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0)|^2 \left(1 + \frac{|\lambda_{\phi K_S}|^2 - 1}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1} \cos \Delta M t + \frac{2 \operatorname{Im} \lambda_{\phi K_S}}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1} \sin(\Delta M t) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь был введен важный параметр

$$\lambda_{\phi K_S} \equiv -1 \cdot \left(\frac{q}{p} \right)_B \left(\frac{p}{q} \right)_K \frac{\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0)}{A(B^0 \rightarrow \phi K^0)}, \quad (7)$$

где -1 — CP -собственное значение ϕK_S , $\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0)$ и $A(B^0 \rightarrow \phi K^0)$ — амплитуды распадов $\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0$ и $B^0 \rightarrow \phi K^0$ соответственно. Поскольку $\left(\frac{q}{p} \right)_B$ и $\left(\frac{p}{q} \right)_K$ приближенно выражаются как отношения комплексно сопряженных величин (3, 4), ясно, что

$$|\lambda_{\phi K_S}| \approx \left| \frac{\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0)}{A(B^0 \rightarrow \phi K^0)} \right|. \quad (8)$$

Определим CP -асимметрию распадов как

$$a_{\phi K_S}(t) = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \phi K_S) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow \phi K_S)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \phi K_S) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow \phi K_S)}. \quad (9)$$

Подставляя полученные выражения для вероятностей распада (6), можем записать $a_{\phi K_S}(t)$ в виде

$$a_{\phi K_S}(t) = S_{\phi K_S} \sin(\Delta M t) + A_{\phi K_S} \cos(\Delta M t), \quad (10)$$

здесь

$$\begin{aligned}
S_{\phi K_S} &\equiv \frac{2 \operatorname{Im} \lambda_{\phi K_S}}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1}, \\
A_{\phi K_S} &\equiv \frac{|\lambda_{\phi K_S}|^2 - 1}{|\lambda_{\phi K_S}|^2 + 1}.
\end{aligned}
\tag{11}$$

Эти два параметра ответственны за не прямое и прямое CP -нарушения соответственно. Они являются измеряемыми параметрами, т.е. их значения могут быть определены экспериментально.

Следующим шагом станет получение аналитических выражений для амплитуд распадов. Как видно из рис. 3, амплитуды распадов $B^0 \rightarrow \phi K^0$ и $\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0$ пропорциональны $V_{qib}^* V_{qis}$ и $V_{qib} V_{qis}^*$ соответственно. Если пренебречь вкладом $b \rightarrow u$ и мнимыми частями остальных матричных элементов (т.е. проводить расчеты в параметризации Вольфенштейна [4]), эти амплитуды равны. Опуская нормировочный множитель, примем их равными 1.

Предположим наличие некоторых дополнительных амплитуд, отвечающих вкладу Новой физики. Для этого параметризуем амплитуду Новой физики тремя величинами: модулем амплитуды r , сильной и слабой фазами δ и φ соответственно. Фаза δ имеет смысл разности фаз между амплитудами 1 и r , а φ вносит разницу между распадами $B^0 \rightarrow \phi K^0$ и $\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0$. Таким образом, получим амплитуды

$$\begin{aligned}
A(B^0 \rightarrow \phi K^0) &= 1 + r e^{i(\delta + \varphi)}, \\
\bar{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi \bar{K}^0) &= 1 + r e^{i(\delta - \varphi)}.
\end{aligned}
\tag{12}$$

Используя определение $\lambda_{\phi K_S}$ (7) и выражение его модуля (8), а также амплитуды (12), мы можем получить формулы зависимости измеряемых величин CP -нарушения (11) от параметров Новой физики r , φ и δ . Для этого подставим $\left(\frac{q}{p}\right)_B$ и $\left(\frac{p}{q}\right)_K$ из (3) и (4), получим

$$\begin{aligned}
S_{\phi K_S}(r, \varphi, \delta) &= \operatorname{Im} \left[-e^{-2i\beta} \frac{1 + r^2 e^{-2i\varphi} + 2r e^{-i\varphi} \cos \delta}{1 + r^2 + 2r \cos(\delta + \varphi)} \right], \\
A_{\phi K_S}(r, \varphi, \delta) &= \frac{2r \sin \delta \sin \varphi}{1 + r^2 + 2r \cos \delta \cos \varphi},
\end{aligned}
\tag{13}$$

здесь $\beta \equiv \arg \left(-\frac{V_{cb}^* V_{cd}}{V_{tb}^* V_{td}} \right)$ — угол треугольника унитарности (рис. 1).

Поскольку в Стандартной модели $r \equiv 0$ (отсутствуют эффекты НФ), то

параметры CP -нарушения ожидаются равными

$$\begin{aligned} S_{\phi K_S}(r=0) &= \sin 2\beta, \\ A_{\phi K_S}(r=0) &= 0. \end{aligned} \tag{14}$$

2.3 Экспериментальные ограничения

Полученные формулы (13) задают зависимость измеряемых величин CP -нарушения, введенных в (11), от параметров Новой физики, определяющих дополнительную амплитуду в выражении (12). Таким образом, эксперименты по измерению $S_{\phi K_S}$ и $A_{\phi K_S}$ позволяют получать информацию о Новой физике. Подобные измерения в канале $B \rightarrow \phi K_S$ были проведены коллаборациями Belle [9] и BaBar [10]. Усредненные значения полученных параметров равны

$$\begin{aligned} S_{\phi K_S, \text{эксп}} &= 0.74^{+0.11}_{-0.13}, \\ A_{\phi K_S, \text{эксп}} &= -0.01 \pm 0.14. \end{aligned} \tag{15}$$

Благодаря этим измеренным значениям параметров можно построить запрещенные области в пространстве параметров Новой физики. Иначе говоря, мы можем исключить с определенным уровнем достоверности некоторые значения r , φ и δ . Для этого следует сравнить $S_{\phi K_S}(r, \varphi, \delta)$ и $A_{\phi K_S}(r, \varphi, \delta)$ (13) с предсказаниями Стандартной модели (14). Нужно построить области, удовлетворяющие неравенству

$$\frac{|S_{\phi K_S} - \sin 2\beta|^2}{(\sigma_{S_{\phi K_S, \text{эксп}}})^2} + \frac{|A_{\phi K_S} - 0|^2}{(\sigma_{A_{\phi K_S, \text{эксп}}})^2} < 1.65^2. \tag{16}$$

Это неравенство содержит в себе разности предсказанных параметров и их формульных зависимостей (13). Они делятся на ошибку σ , взятую из измерений (15) с дополнительным коэффициентом 1.65, отвечающим уровню достоверности 90%. Таким образом, выражение (16) имеет смысл «эллипса ошибок» вида $\frac{|\Delta x|^2}{\sigma_x^2} + \frac{|\Delta y|^2}{\sigma_y^2} < 1$.

Выражение (16) зависит от трех величин Новой физики: амплитуды r , фаз φ и δ . Получающиеся запрещенные области можно изобразить графически, если допустить одну из величин как параметр, например, δ . Поскольку физические наблюдаемые (13) не изменяются при, например, одновременном преобразовании $\delta \rightarrow \delta \pm \pi$, $\varphi \rightarrow \varphi \pm \pi$, то одна из фаз может быть выбрана в ограниченном диапазоне $[0, \pi)$. Откладывая по вертикальной оси относительную амплитуду r , а по горизонтальной — слабую фазу φ , при разных $\delta \in [0, \pi)$ получим запрещенные области, изображенные на рис. 4, 5.

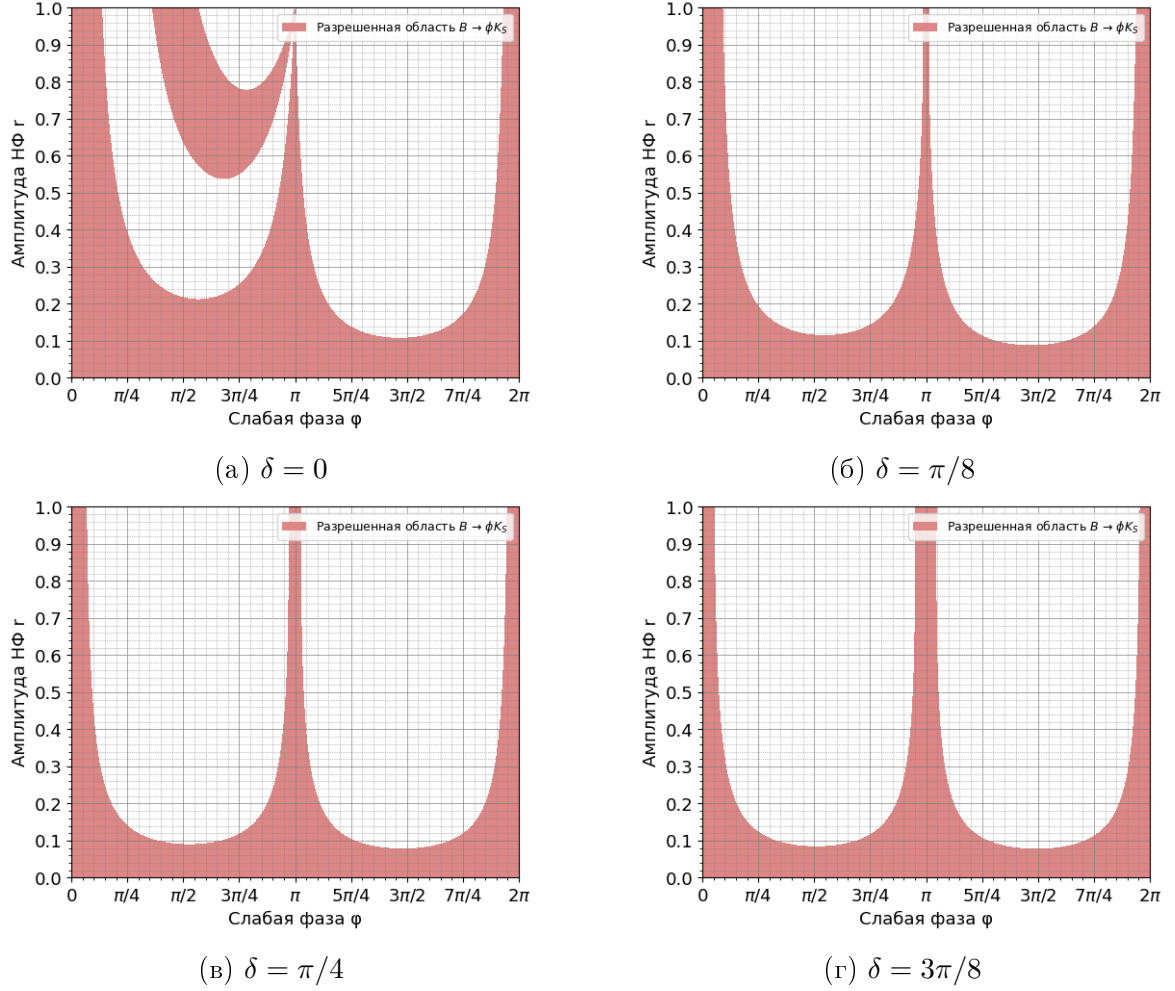
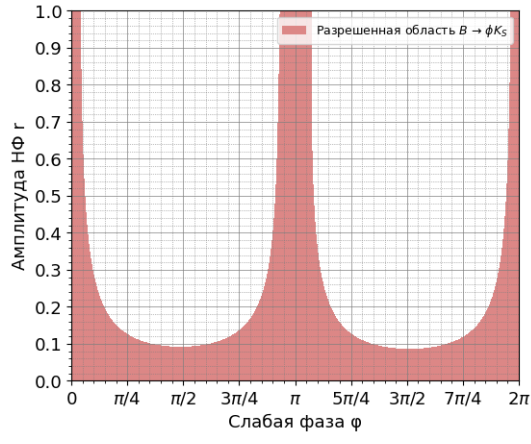


Рис. 4: Разрешенные области параметров НФ с уровнем достоверности 90% при различных сильных фазах ($\delta < \pi/2$)

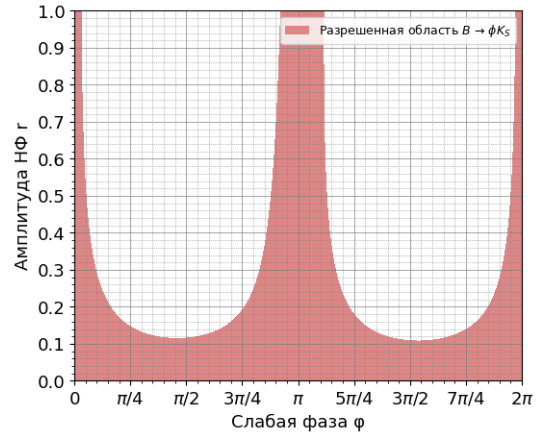
Как следует из рис. 4, 5, полученные картины областей несколько отличаются при разных значениях сильной фазы δ . При фазах, близких к 0 или π , возникает дополнительная разрешенная область с большой относительной амплитудой r . Тем не менее, видно, что для многих значений слабой фазы достигается чувствительность к Новой физике на уровне амплитуды порядка 10% — 20% от Стандартной модели.

Важно отметить, что вычислить теоретически сильные фазы на сегодняшний день невозможно. Таким образом, мы не имеем информации о возможном значении δ , и для корректного описания исключенных параметров следует проинтегрировать по сильной фазе, т.е. наложить друг на друга все разрешенные области. Это приводит к картине, изображенной на рис. 6 (для бóльших относительных амплитуд Новой физики приведен дополнительный рисунок).

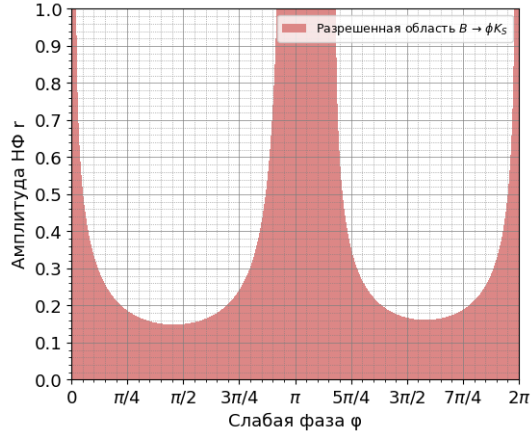
Из рис. 6 можно видеть, что полученные ограничения на Новую физику из $B \rightarrow \phi K_S$ запрещают малую область амплитуд и фаз с большими амплитудами. Таким образом, ввиду отсутствия ограничений на сильную фазу δ , канал распада $B \rightarrow \phi K_S$ оказывается недостаточно эффективным для поиска Новой



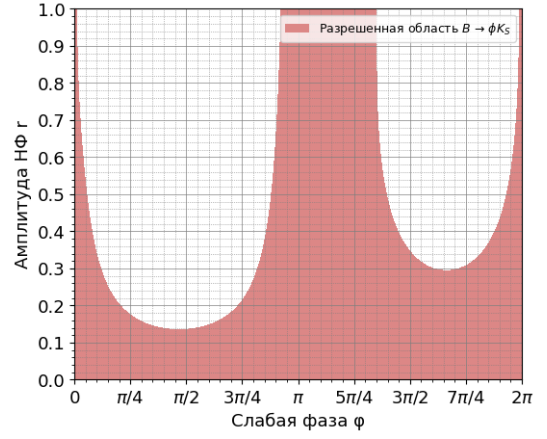
(а) $\delta = \pi/2$



(б) $\delta = 5\pi/8$

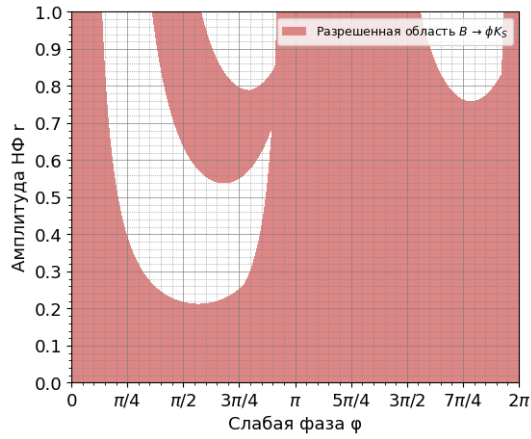


(в) $\delta = 3\pi/4$

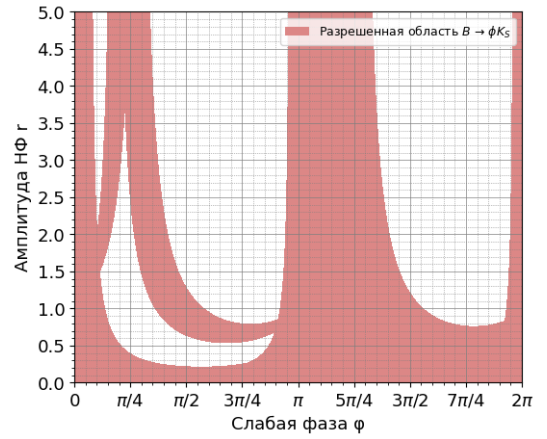


(г) $\delta = 7\pi/8$

Рис. 5: Разрешенные области параметров НФ с уровнем достоверности 90% при различных сильных фазах ($\delta \geq \pi/2$)



(а) Диапазон r : 0 — 1



(б) Диапазон r : 0 — 5

Рис. 6: Разрешенные области с любой сильной фазой

физики в CP -нарушении.

3 Поиск Новой физики в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$

В настоящей работе предлагается альтернативный способ поиска физики вне Стандартной модели в прямом CP -нарушении в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Нас будут интересовать распады B -мезона посредством пингвинной $b \rightarrow s\bar{s}s$ (рис. 7а, 7в) и древесной $b \rightarrow c\bar{c}s$ (рис. 7б, 7г, 8) диаграмм. Эти распады приводят к одному и тому же конечному состоянию (три заряженных K -мезона), что происходит благодаря присутствию в древесной диаграмме промежуточного резонанса $\chi_{c0}(1P)$, распадающегося на $K^+ K^-$.

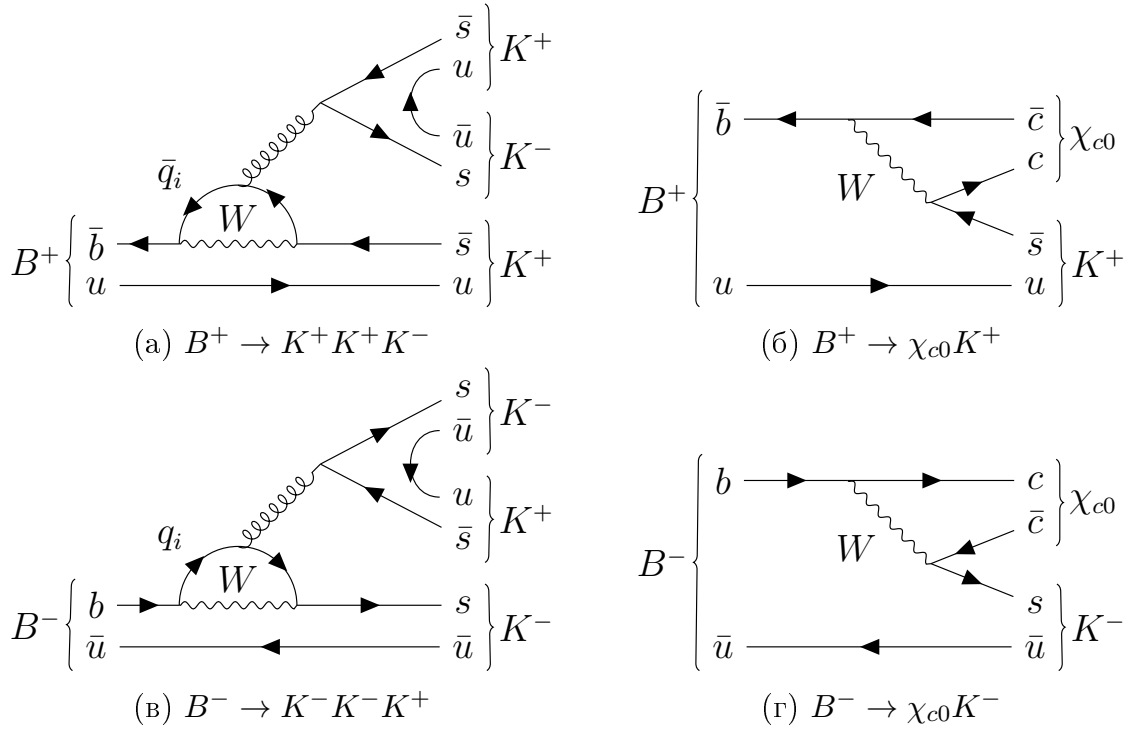


Рис. 7: Диаграммы распадов $B \rightarrow KKK$ и $B \rightarrow \chi_{c0}K$

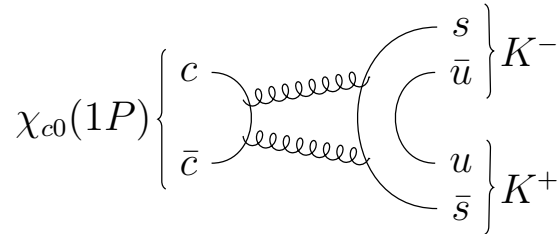


Рис. 8: Диаграмма распада $\chi_{c0} \rightarrow K^+ K^-$

Состояние чармония $\chi_{c0}(1P)$ имеет квантовые числа 0^{++} [7]. Значит, при распаде $\chi_{c0} \rightarrow K^+ K^-$ система двух заряженных K -мезонов будет обладать нулевым орбитальным моментом (S-волна). Это приводит к тому, что процессы $b \rightarrow s\bar{s}s$ и $b \rightarrow c\bar{c}s$ могут одновременно вносить вклад в распад $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ только в случае S-волнового состояния пары K -мезонов в конечном состоянии.

На основании вывода работы [11] здесь и далее предполагается, что для пар K^+K^- состояние с нулевым орбитальным моментом является доминирующим.

Предлагаемый метод основывается на использовании интерференции этих процессов. В отличие от канала $B \rightarrow \phi K_S$, где слабая фаза пингвинной амплитуды входит как параметр непрямого CP -нарушения, а затем сравнивается с независимым измерением слабой фазы древесной амплитуды, в нашем методе определяется непосредственно разность этих двух фаз. В этом заключается преимущество метода: благодаря наличию резонанса с существенной шириной достигается возможность избежать «скрытой» амплитуды Новой физики. Это связано с тем, что разность сильных фаз между амплитудами Новой физики и Стандартной модели меняется вблизи полюса резонанса $\chi_{c0}(1P)$ во всем диапазоне, поскольку фаза амплитуды Брейта-Вигнера претерпевает скачок при переходе через полюс резонанса. Таким образом, осуществляется «сканирование» по всем возможным разностям сильных фаз СМ и НФ, а значит, можно ожидать, что Новая физика проявится в некоторой области распределения Далица. Кроме того, сильно меняющаяся амплитуда резонанса позволяет усилить эффект CP -нарушения в отдельных областях фазового объема, где амплитуды Стандартной модели и Новой физики сравнимы.

3.1 Вывод функций плотности вероятности

Теперь нам необходимо выписать амплитуды процессов, изображенных на рис. 7, 8. Пингвинную часть мы можем записать аналогично случаю $B \rightarrow \phi K_S$ (12):

$$\begin{aligned} A_{\text{пингвин}}(B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-) &= 1 + r e^{i(\delta+\varphi)}, \\ \bar{A}_{\text{пингвин}}(B^- \rightarrow K^- K^- K^+) &= 1 + r e^{i(\delta-\varphi)}, \end{aligned} \quad (17)$$

здесь 1 и r — модули амплитуд Стандартной модели и Новой физики соответственно. Нормировочный множитель был опущен.

Поскольку как пингвинная $b \rightarrow s\bar{s}s$, так и древесная $b \rightarrow c\bar{c}s$ диаграммы приводят к одинаковому конечному состоянию, необходимо учесть интерференцию соответствующих амплитуд. Кроме того, из-за присутствия в конечном состоянии двух тождественных K -мезонов возникает корреляция Бозе-Эйнштейна. Учесть все необходимые эффекты позволяют следующие формулы:

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-) &= \underbrace{1 + re^{i(\delta+\varphi)}}_{\text{«пингвин»}} + \underbrace{ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)]}_{\text{«дерево»}}, \\
\bar{A}(B^- \rightarrow K^- K^- K^+) &= \underbrace{1 + re^{i(\delta-\varphi)}}_{\text{«пингвин»}} + \underbrace{ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)]}_{\text{«дерево»}},
\end{aligned} \tag{18}$$

где m_{13} и m_{23} — инвариантные массы двух пар $K^+ K^-$, способных образовать резонанс, δ_T — относительная фаза между древесными и пингвинными амплитудами. Древесный резонанс $\chi_{c0}(1P)$ с массой $m_0 \approx 3.4$ ГэВ и естественной шириной $\Gamma_0 \approx 10$ МэВ [7] описан релятивистской амплитудой Брейта-Вигнера:

$$A_{\text{BW}}(m_{ij}^2) \equiv \frac{m_0 \Gamma_0}{(m_0^2 - m_{ij}^2) - im_0 \Gamma_0}. \tag{19}$$

Для практического применения полученных амплитуд следует получить функции плотности вероятности. Возведем (18) в квадрат:

$$\begin{aligned}
\text{PDF}(B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-) &= \left| 1 + re^{i(\delta+\varphi)} + ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2, \\
\text{PDF}(B^- \rightarrow K^- K^- K^+) &= \left| 1 + re^{i(\delta-\varphi)} + ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2.
\end{aligned} \tag{20}$$

Функции (20) описывают распределение числа событий $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ на диаграмме Далица вблизи резонанса $\chi_{c0}(1P)$. Их можно использовать для следующих этапов работы, где с их помощью проводятся генерации и подгонки распределений Далица. Аппроксимация моделированных или реальных данных функциями (20) позволяет извлекать параметры Новой физики. Важно отметить, что необходима именно одновременная подгонка диаграмм Далица для событий $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ с использованием одних и тех же параметров в функциях плотности вероятности, поскольку в противном случае теряется возможность извлечения слабой фазы Новой физики.

3.2 Извлечение параметров из экспериментальных данных

Перед тем, как приступить к оценке эффективности метода с помощью Монте-Карло моделирования, необходимо сперва оценить, какие по величине параметры должны быть заложены в функции плотности вероятности (20). Для этого можно выполнить отбор реальных событий $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ а затем с помощью подгонки извлечь параметры Стандартной модели и Новой физики. В работе используются 711 фб^{-1} интегральной светимости, собранной детектором Belle на энергии $\Upsilon(4S)$ -резонанса.

3.2.1 Детектор Belle

Детектор Belle [12] (рис. 9) представляет собой магнитный спектрометр с большим телесным углом, состоящий из трехслойного кремниевого вершинного детектора (SVD), 50-слойной центральной дрейфовой камеры (CDC) для отслеживания заряженных частиц и измерения удельной ионизации (dE/dx), массива аэрогелевых пороговых черенковских счетчиков (ACC), времяпролетных сцинтилляционных счетчиков (TOF) и массива из 8736 кристаллов CsI(Tl) для электромагнитной калориметрии (ECL), расположенного внутри сверхпроводящей соленоидной катушки, что обеспечивает магнитное поле в 1.5 Тл. Магнитное поле возвращается через железное ярмо, приспособленное для обнаружения мюонов и K_L -мезонов (KLM). Идентификация электронов основана на комбинации измерений CDC dE/dx , отклике ACC, а также положении, форме и выделении энергии соответствующего электромагнитного ливня.

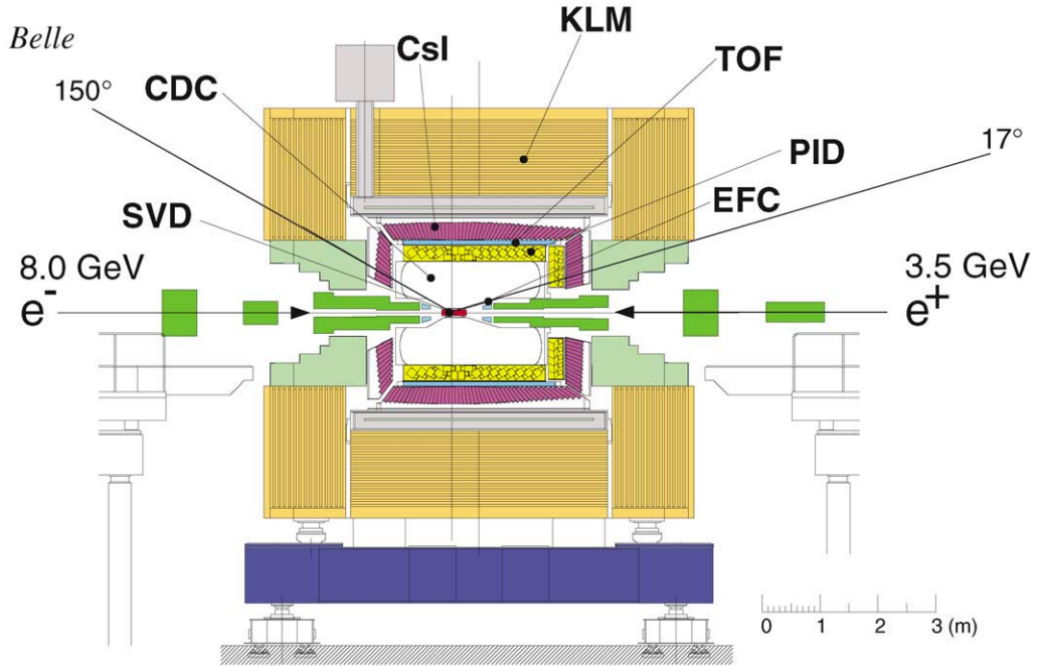


Рис. 9: Детектор Belle (вид сбоку)

Идентификация заряженных адронов осуществляется путем объединения откликов ACC и TOF с dE/dx измерениями в CDC в одно значение с использованием метода правдоподобия:

$$\mathcal{L}(h) = \mathcal{L}^{ACC}(h) \times \mathcal{L}^{TOF}(h) \times \mathcal{L}^{CDC}(h), \quad (21)$$

где h обозначает тип адрона (π , K , p). Заряженные треки идентифицируются как π -мезоны, K -мезоны или протоны путем наложения требования к отношениям правдоподобия (PID):

$$\begin{aligned}
\text{PID}(p) &= \frac{\mathcal{L}(p)}{\mathcal{L}(p) + \mathcal{L}(K)}, \\
\text{PID}(K) &= \frac{\mathcal{L}(K)}{\mathcal{L}(K) + \mathcal{L}(\pi)}, \\
\text{PID}(\pi) &= \frac{\mathcal{L}(\pi)}{\mathcal{L}(K) + \mathcal{L}(\pi)} = 1 - \text{PID}(K).
\end{aligned} \tag{22}$$

При больших импульсах (> 2.5 ГэВ) используются только АСС и dE/dx , поскольку TOF не обеспечивает существенного разделения K - и π -мезонов.

3.2.2 Отбор событий, подавление фона

Для отбора событий $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ восстанавливаются треки трех K -мезонных кандидатов, сводящиеся в одну вершину, соответствующую распаду B -мезона. Для подавления ложной идентификации π -мезона как K -мезона используется критерий по функциям правдоподобия (22): $\text{PID}(K) > 0.6$.

Следующим шагом является подавление фоновых событий. Для этого используются дискриминирующие переменные:

- Моменты Фокса-Вольфрама [13] —

вводится отношение второго момента к нулевому

$$R_2 = \frac{H_2}{H_0} = \frac{\sum_{i,j}^N |\mathbf{p}_i| |\mathbf{p}_j| P_k(\cos \theta_{ij})}{\sum_{i,j}^N |\mathbf{p}_i| |\mathbf{p}_j|}, \tag{23}$$

здесь θ_{ij} — угол между импульсами частиц $\mathbf{p}_i$ и $\mathbf{p}_j$, а $P_k(\cos \theta_{ij})$ — полиномы Лежандра k -го порядка.

Распределение переменной R_2 для различных процессов взято из статьи [14] и изображено на рис. 10.

Эта переменная отвечает за топологию события и позволяет эффективно подавлять так называемый «континуальный» фон, т.е. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, где $q = u, d, s, c$. Нас интересуют события рождения двух B -мезонов из e^+e^- столкновений. Такие мезоны появляются практически в покое, поскольку они рождаются из $\Upsilon(4S)$ -резонанса с массой $m_{\Upsilon(4S)} = 2E_{\text{пуч}}^* = 10.58$ ГэВ [15], что близко к массе двух B -мезонов: $2m_B = 10.56$ ГэВ. Таким образом, углы раз-

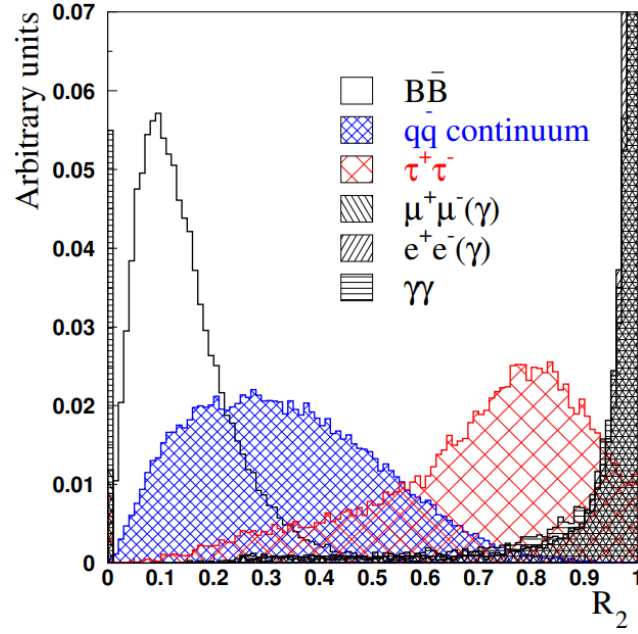


Рис. 10: Распределение R_2 для различных вкладов

лета продуктов распада B -мезонов будут некоррелированы, а события близки к «сферическим».

Напротив, события $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ отличаются сильной коллимированностью получающихся адронных струй из-за больших скоростей рождающихся кварка и антикварка, поскольку энергия в системе центра инерции $2E_{\text{пуч}}^* = 10.58$ ГэВ много больше, чем $2m_q$. Иначе говоря, в случаях рождения пар кварк-антикварк все последующие родившиеся частицы будут иметь большую проекцию импульса на направление изначального разлета $q\bar{q}$.

Значения R_2 для B -мезонных событий группируются ближе к 0. Это позволяет применить следующий критерий отбора: $R_2 < 0.4$.

- Угол между осями «тяги».

Переменная $|\cos(\theta_{\text{thr}})|$ (модуль косинуса угла между осями «тяги») также используется для подавления континуального фона. Для этого вычисляются оси, проекции импульсов частиц на которые оказываются максимальными. Таких осей две: одна для продуктов распада B -мезонного кандидата, другая отвечает остальным частицам в событии. Угол между этими осями и есть требуемый θ_{thr} . Поскольку B -мезоны рождаются практически в покое в системе $\Upsilon(4S)$, для них распределение $|\cos(\theta_{\text{thr}})|$ можно ожидать близким к равномерному. Для континуального же фона в распределении этой переменной будет наблюдаться пик ближе к 1.

Оптимизация отбора для улучшения статистической значимости осуществляется с помощью максимизации функции $S/\sqrt{S+B}$, где S и B — число сиг-

нальных и фоновых событий соответственно. В результате получается критерий отбора $|\cos(\theta_{\text{thr}})| < 0.73$.

- Масса, ограниченная энергией пучка —

$$m_{bc} = \sqrt{E_{\text{пуч}}^{*2} - \mathbf{p}_B^{*2}}, \quad (24)$$

здесь $E_{\text{пуч}}^*$ — половина суммарной энергии e^+e^- столкновения в системе центра инерции, $\mathbf{p}_B^*$ — импульс восстановленного B -мезона в системе центра инерции.

Согласно закону сохранения энергии, в системе центра инерции процесса $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$ B -мезон должен обладать половиной энергии e^+e^- -столкновения. Таким образом, переменная m_{bc} , определенная соотношением (24), зависит только от импульса B -мезонного кандидата. Если кандидат действительно является B -мезоном, m_{bc} должна быть приблизительно равна m_B .

На рис. 11 показано распределение переменной m_{bc} при учтенных критериях отбора по R_2 и $|\cos(\theta_{\text{thr}})|$.

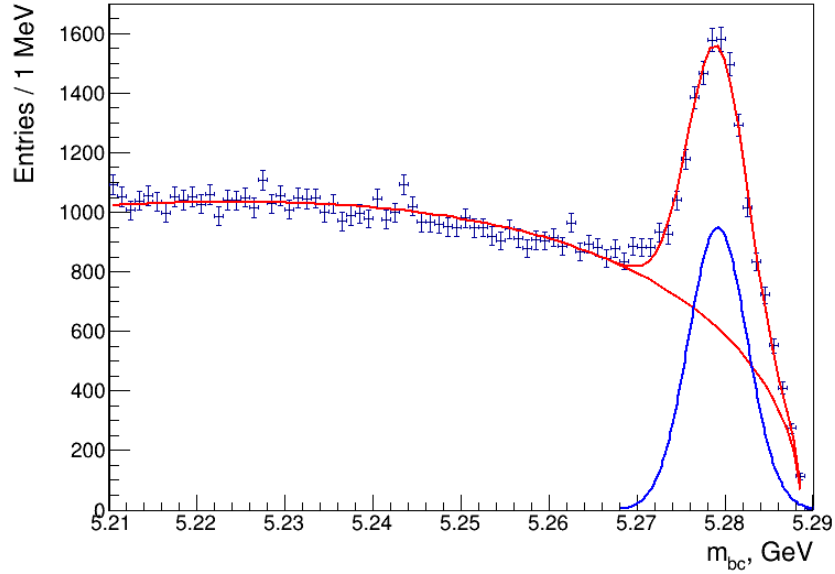


Рис. 11: Распределение m_{bc}

На распределении ясно виден пик в области 5.28 ГэВ, что соответствует массе B -мезона. Подгонка фоновых событий осуществляется эмпирической пороговой функцией $f(m_{bc}) = \xi_1 x \cdot \sqrt{1 - x^2} \exp\{-\xi_2(1 - x^2)\}$, где $x = m_{bc}/E_{\text{пуч}}^*$, а ξ_i — параметры [16]. Сигнальные события в области массы B -мезона описываются функцией Гаусса. Аппроксимация позволяет получить следующий критерий отбора: $m_{bc} > 5.27$ ГэВ.

- Разность восстановленной энергии и половины энергии пучка —

$$\Delta E = E_B^* - E_{\text{пуч}}^*, \quad (25)$$

здесь E_B^* — энергия восстановленного B -мезонного кандидата в системе центра инерции, $E_{\text{пуч}}^*$ — половина суммарной энергии e^+e^- столкновения в системе центра инерции.

Распределение переменной ΔE изображено на рис. 12, применены критерии отбора по R_2 , $|\cos(\theta_{\text{thr}})|$ и m_{bc} .

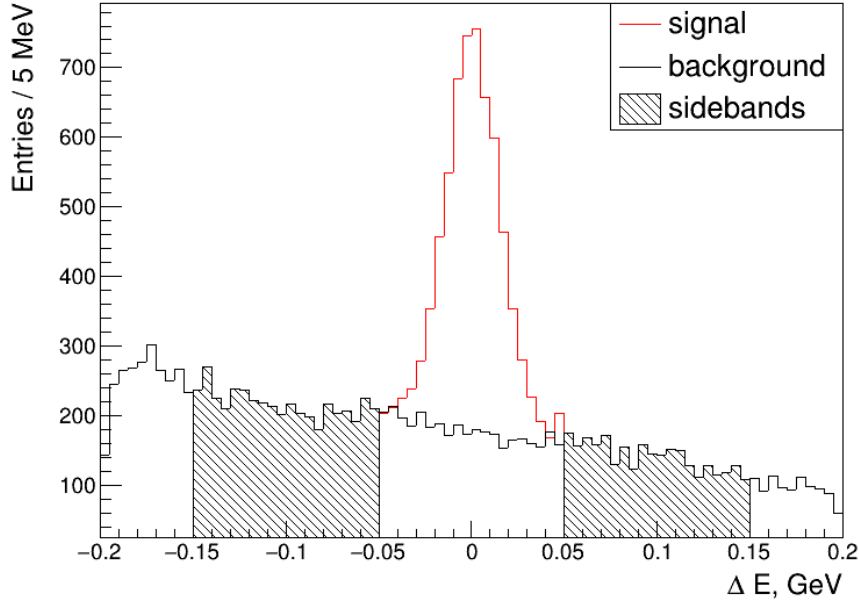


Рис. 12: Распределение ΔE

В отличие от переменной m_{bc} , которая зависела только от импульса B -мезона, ΔE зависит лишь от восстановленной энергии кандидата. Поскольку в системе центра инерции энергия B -мезона, родившегося из $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$, должна быть равной $E_{\text{пуч}}^*$, то переменная ΔE для настоящих B -мезонов должна принимать значение, близкое к 0.

Переменная ΔE (25) также может быть использована для описания фоновых событий. Для этого будут применяться боковые полосы — события, не попадающие в область нуля ΔE . На рис. 12 они находятся в пределах $(-0.15 \div -0.05)$ ГэВ и $(0.05 \div 0.15)$ ГэВ и выделены штрихом. Если определить фон под сигналом в нуле как среднее арифметическое двух боковых полос, можно явно выделить распределение сигнала и подавить фоновые события с помощью «мягкого» критерия $|\Delta E| < 0.05$ ГэВ.

3.2.3 Распределения Далица

После подавления фоновых процессов возможно построение распределения числа событий от инвариантных масс комбинаций K^+K^- . Поскольку таких комбинаций в конечном состоянии две, следует исключить повторный счет тождественных K -мезонов. Для этого можно считать «первым» K -мезоном частицу с максимальным импульсом, а «вторым» — с минимальным. Для по-

строения распределений имеем две комбинации K^+K^- с инвариантными массами $\min(m_{13}, m_{23})$ и $\max(m_{13}, m_{23})$, которые обозначим для краткости m и M соответственно.

Сперва нужно построить распределение Далица в координатах m^2 и M^2 . На рис. 13 изображено распределение числа событий для $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$.

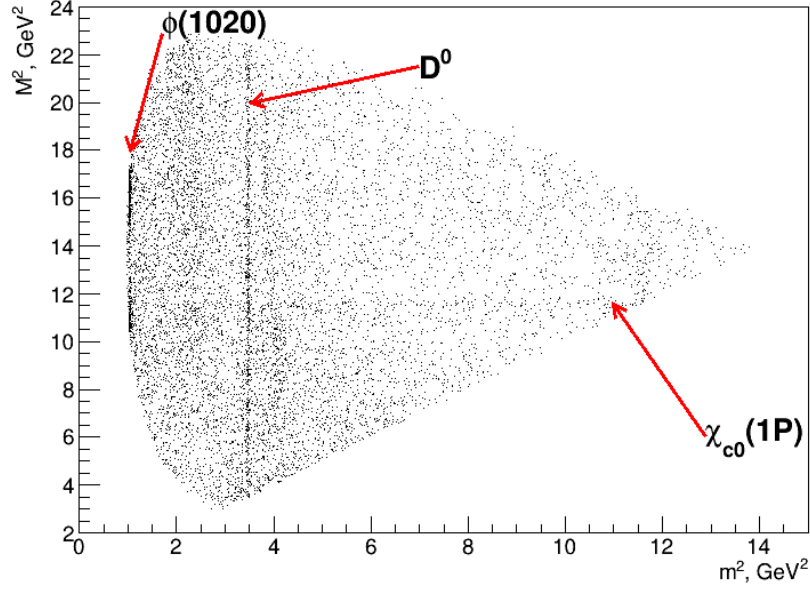


Рис. 13: Диаграмма Далица $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ (с резонансами ϕ и D^0)

На диаграмме четко видны некоторые резонансы, например, $\phi(1020)$ в области $m^2 = 1$ ГэВ² и D -мезон около $m^2 = 3.5$ ГэВ². От них лучше избавиться, поскольку, например, ϕ дает большое число событий в районе $10 \text{ ГэВ}^2 < M^2 < 12 \text{ ГэВ}^2$. Это привело бы к возникновению широкого пика в распределении M в области $(3.2 \div 3.4)$ ГэВ. Значит, следует оставить только те события, для которых $|m - m_\phi| > 40$ МэВ и $|m - m_{D^0}| > 20$ МэВ. Выбор границ отбрасывания обусловлен разрешением детектора Belle (порядка 10 МэВ), шириной $\phi(1020)$ (около 4 МэВ [7]) и возможными интерференционными эффектами ϕ с подложкой.

Получившееся распределение Далица изображено на рис. 14. На нем можно заметить интересный нам резонанс $\chi_{c0}(1P)$ в области 11.5 ГэВ².

После исключения нежелательных резонансов можно построить одномерные распределения, где число событий будет зависеть от $(m + M)/2$. Получившиеся картины изображены на рис. 15.

Данное распределение позволяет качественно сравнить величины пингвинных и древесных амплитуд. Пингвинная часть амплитуды не вносит вклада в резонанс $\chi_{c0}(1P)$ (около 3.4 ГэВ) и образует «прослойку» над фоновыми событиями, полученными с помощью распределения инвариантных масс для боковых полос ΔE (рис. 12). Видно, что количества пингвинных и древесных событий в области $\chi_{c0}(1P)$ приблизительно равны. Это говорит о сопостави-

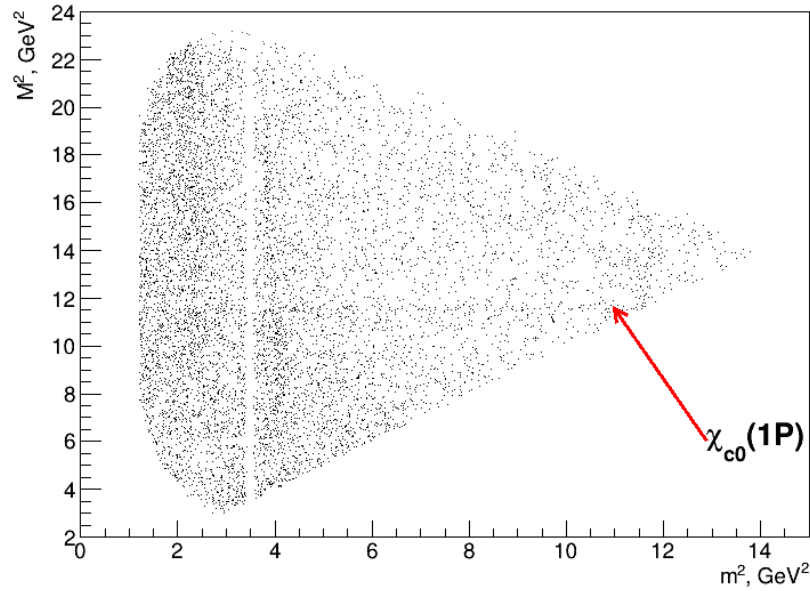


Рис. 14: Диаграмма Далица $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$

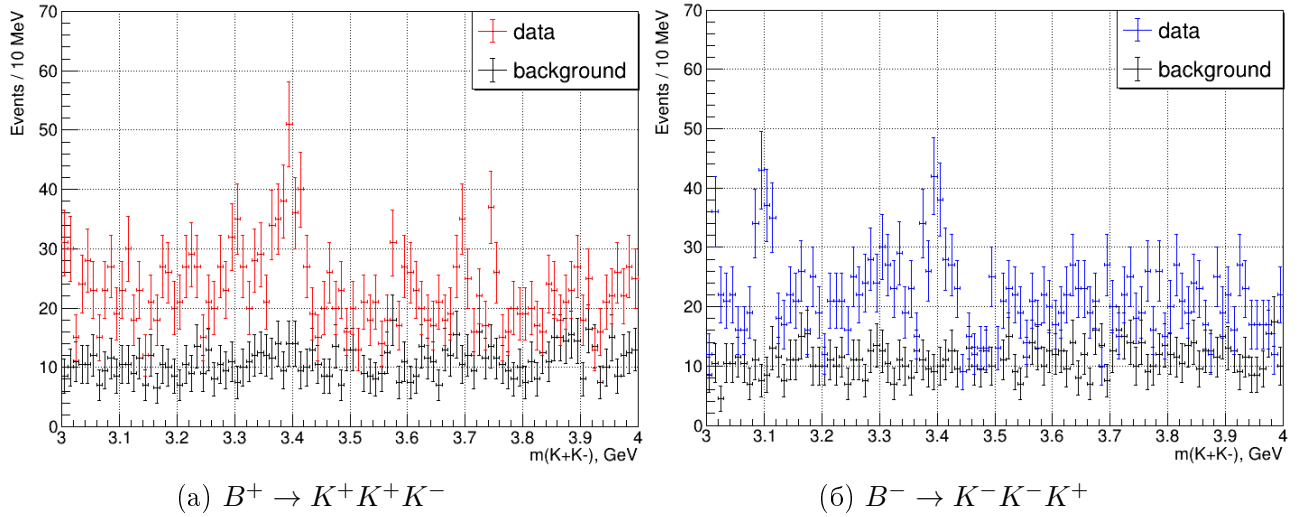


Рис. 15: Распределение инвариантных масс K^+K^-

мых величинах соответствующих амплитуд, что благоприятно сказывается на возможности наблюдения их интерференции.

3.2.4 Подгонка распределений

Получившиеся диаграммы Далица (рис. 14) возможно подогнать функциями плотности вероятности (20), выведенными ранее. Подробно процедура аппроксимации описывается в разделе 3.3.2, посвященном Монте-Карло моделированию схожих распределений. Для того, чтобы осуществить эти генерации и подгонки, необходимо сначала получить значения параметров функций (20), соответствующие реалистичным распределениям (рис. 15). Извлечение величин a, δ_T является целью настоящего раздела.

Распределение Далица (рис. 14) имеет очень сложную структуру в области

малых инвариантных масс ($< 5 \text{ ГэВ}^2$), поскольку в этой области присутствует множество трудноописываемых резонансов. Настоящая работа посвящена исследованию структуры распределения Далица в области резонанса $\chi_{c0}(1P)$, поэтому разумно работать с частью диаграммы, удовлетворяющей условию $m_{13}^2, m_{23}^2 > 5 \text{ ГэВ}^2$ (рис. 16). Кроме того, для большей наглядности распределение по m_{13}^2, m_{23}^2 было симметризовано, что физически допустимо, поскольку «первый» и «второй» K -мезоны тождественны.

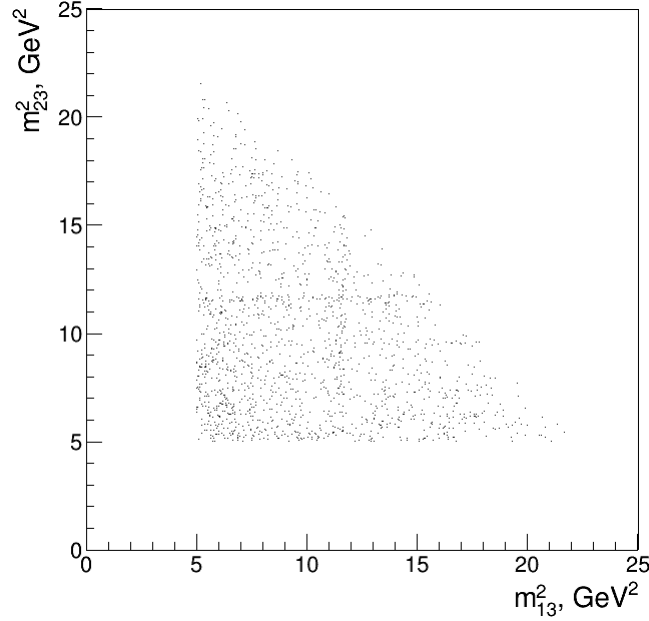


Рис. 16: Диаграмма Далица $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ с вырезанными массами $m_{ij}^2 < 5 \text{ ГэВ}^2$

Диаграммы Далица имеют приблизительно равномерную структуру и явно видную «полосу» $\chi_{c0}(1P)$. Получившиеся распределения для B^+ и B^- следует аппроксимировать одновременно следующими функциями плотности вероятности:

$$\text{FIT}(m_{13}^2, m_{23}^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{PDF}(m_{13}^2 - u, m_{23}^2 - v) \cdot \text{gauss}(u, v) \cdot du dv, \quad (26)$$

где PDF — функции плотности вероятности (20), *gauss* — заданная стандартным образом нормированная двумерная функция Гаусса.

Функция Гаусса в формуле (26) имеет среднее значение, равное нулю. Стандартное отклонение σ_{res} отвечает разрешению детектора Belle в области инвариантных масс поблизости $\chi_{c0}(1P)$. Для определения разрешения детектора проводилась Монте-Карло генерация распадов $K^+ K^+ K^-$ с помощью EvtGen и последующая реконструкция событий, использующая Geant4. Разрешение определяется следующей формулой:

$$\Delta(m^2) = m_{reconstructed}^2 - m_{true}^2. \quad (27)$$

Для улучшения разрешения, как на реальных данных, так и на моделированных, была проделана процедура масс-вершинной подгонки — 4-импульсы K -мезонов немного изменяются так, чтобы их треки выходили из одной вершины, соответствующей точке распада B -мезона, а инвариантная масса комбинации $K^+ K^+ K^-$ в точности совпадала с табличной массой m_B . Получившиеся картины разрешения детектора показаны на рис. 17.

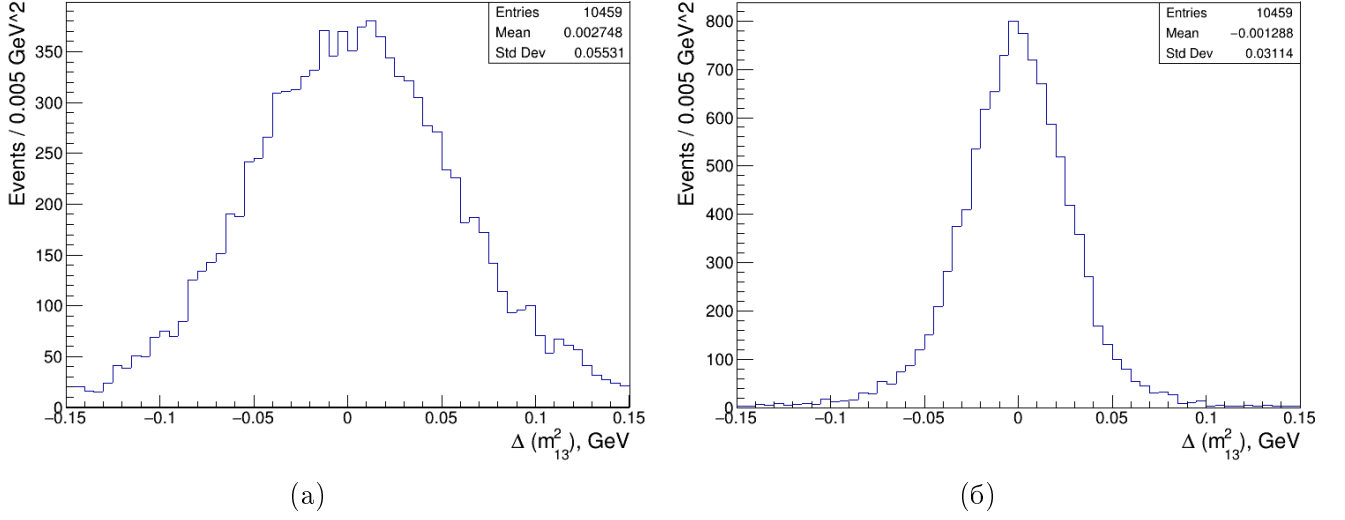


Рис. 17: Разрешение детектора Belle до (а) и после (б) масс-вершинной подгонки

В качестве разрешения детектора Belle берется среднеквадратичное отклонение распределения после масс-вершинной подгонки. Таким образом, вычисленное разрешение составляет $\Delta(m^2) \approx 0.031 \text{ ГэВ}^2$.

После вычисления разрешения можно приступить к непосредственной подгонке распределений (рис. 16) функциями плотности вероятности (26). Для приближенного вычисления функций использовалось численное интегрирование в пределах 3σ распределения Гаусса. Получившиеся проекции диаграммы и аппроксимации показаны на рис. 18.

Получившиеся извлеченные параметры оказались равны

- $a = 1.93 \pm 0.18$,
- $\delta = 0.02\pi \pm 0.11\pi$,
- $\delta_T = 1.94\pi \pm 0.06\pi$,
- $r = 0.13 \pm 0.20$,
- $\varphi = 1.69\pi \pm 0.41\pi$.

Видно, что амплитуда Новой физики r согласуется с нулем, поэтому фазы δ, φ не имеют смысла и никакой информации о параметрах дополнительной

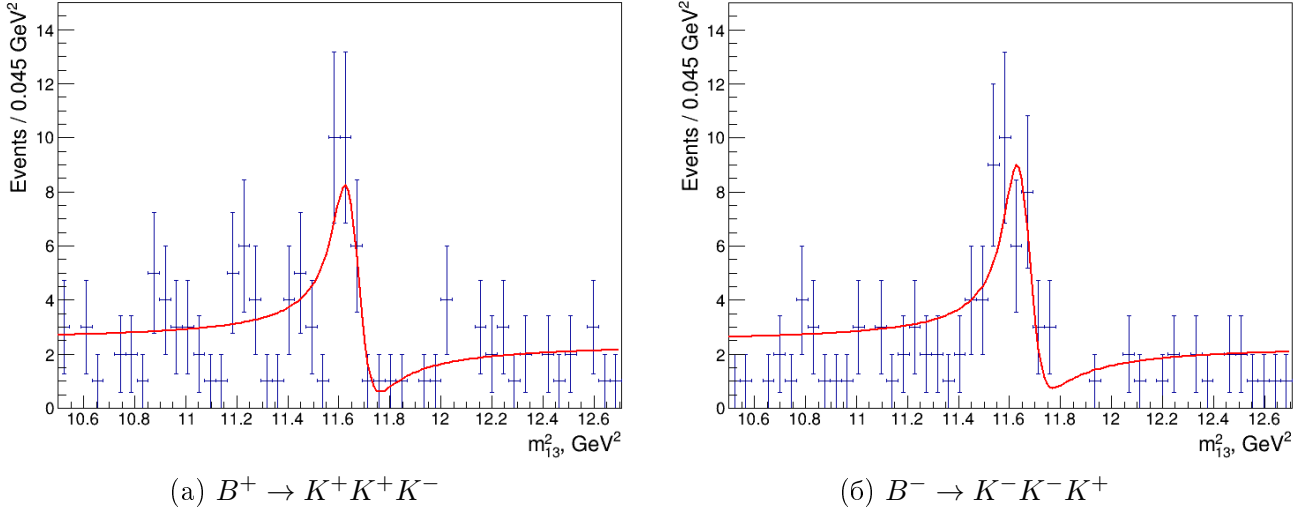


Рис. 18: Проекция и подгонка диаграмм Далица с учетом разрешения детектора Belle

амплитуды получить не удалось. Тем не менее, параметры a , δ_T были успешно извлечены и могут использоваться для дальнейшей работы.

3.3 Оценка эффективности метода

Для оценки точности предлагаемого метода в условиях различных экспериментов, т.е. определения эффективности извлечения параметров Новой физики в распаде $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$, производится процедура Монте-Карло моделирования, состоящая из следующих этапов:

- генерация событий распадов $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ и $B^- \rightarrow K^-K^-K^+$ в соответствии с функциями плотности вероятности (20) при различных сильных и слабых фазах процесса (раздел 3.3.1),
- подгонка сгенерированных распределений Далица теми же функциями распределения с помощью небинированного метода максимального правдоподобия (раздел 3.3.2),
- получение оценки точности извлечения амплитуды Новой физики из ансамбля генераций и подгонок при одних и тех же сильных и слабых фазах (раздел 3.3.3).

3.3.1 Монте-Карло генерация событий

Для моделирования кинематики распадов $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ используется тот факт, что фазовое пространство распада материнской частицы на три дочерних описывается лишь двумя независимыми переменными. Чтобы построить диаграммы Далица, такими величинами могут выступать квадраты ин-

вариантных масс пар K -мезонов m_{13}^2 и m_{23}^2 . При отсутствии каких-либо резонансов распределение является равномерным [17]. Таким образом, для моделирования распределения событий возможна случайная генерация переменных m_{13}^2 и m_{23}^2 и последующий отбор в соответствии с полученными функциями плотности вероятности (20).

Вообще говоря, задача оценки точности метода при применении на эксперименте Belle требует проведения Монте-Карло моделирования в условиях реального детектора с неидеальными разрешением и эффективностью, т.е. использования функций (26), т.е. свернутых с гауссовым распределением, отвечающим разрешению детектора Belle. Эта процедура приводит к значительному усложнению и замедлению генераций и подгонок. Поскольку свертка практически не оказывает влияния на точность извлечения параметров Новой физики, в настоящей работе используются функции без свертки.

Итак, моделирование проводится с помощью выведенных ранее функций плотности вероятности (20). Эти функции, аналогично случаю $B \rightarrow \phi K_S$, не зависят от преобразований $\delta \rightarrow \delta \pm \pi$, $\varphi \rightarrow \varphi \pm \pi$. Параметры функций были выбраны следующим образом:

- $r = 0$ (модуль амплитуды Новой физики),
- δ варьируется в диапазоне $[0, \pi)$ (разность сильных фаз амплитуд Новой физики и Стандартной модели),
- φ варьируется в диапазоне $[0, 2\pi)$ (разность слабых фаз амплитуд Новой физики и Стандартной модели),
- $a = 1.93$ (отношение модулей древесной и пингвинной амплитуд),
- $\delta_T = 1.94\pi$ (разность сильных фаз пингвинной и древесной амплитуд в Стандартной модели),
- $m_0 = m_{\chi_{c0}}^{\text{PDG}} \approx 3.415 \text{ ГэВ}$ (масса резонанса) [7],
- $\Gamma_0 = \Gamma_{\chi_{c0}}^{\text{PDG}} \approx 10.7 \text{ МэВ}$ (ширина резонанса) [7].

Значения параметров a и δ_T выбраны именно такими, поскольку получающиеся функции наиболее точно описывают интерференционную картину резонанса и пингвинной подложки на реальных данных эксперимента Belle (раздел 3.2.4). Заложим выбранные параметры функций (20) на генераторном уровне. Стоит отметить, что модуль амплитуды Новой физики r был выбран равным нулю. Это соответствует отсутствию вклада НФ, поэтому задачей раздела является оценка точности извлечения этой амплитуды.

Функции плотности вероятности (20) представляют собой зависимость вида $f(m_{13}^2, m_{23}^2)$. Для генерации выбирается параллелепипед фиксированных размеров в координатах (x, y, z) , отвечающих $(m_{13}^2, m_{23}^2, f(m_{13}^2, m_{23}^2))$. В данный объем попадают точки с псевдослучайным образом сгенерированными значениями координат (x, y, z) , отвечающие событию $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ или $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$. Так как трехчастичный распад может быть описан всего двумя независимыми переменными m_{13}^2 и m_{23}^2 , максимально возможные значения которых равны $(m_B - m_K)^2 < 25 \text{ ГэВ}^2$, а x и y генерируются в диапазоне $[0, 25] \text{ ГэВ}^2$, то фазовый объем распада $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ полностью покрывается данной процедурой. Поскольку для генерации используются функции при $r = 0$, то для B^+ и B^- они имеют общий максимум, служащий верхней границей параллелепипеда по оси z . Для $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ используется равное количество точек внутри объема параллелепипеда. Таким образом, после того, как с вероятностями в $1/2$ выбран знак распада (событие B^+ или B^-), производится отбор по функциям плотности вероятности: если выбранная точка (x, y, z) удовлетворяет неравенству $z < f(x, y)$, то она принимается как событие на распределении Далица с координатами (m_{13}^2, m_{23}^2) . Пример выбранного параллелепипеда и функции плотности вероятности внутри него показаны на рис. 19.

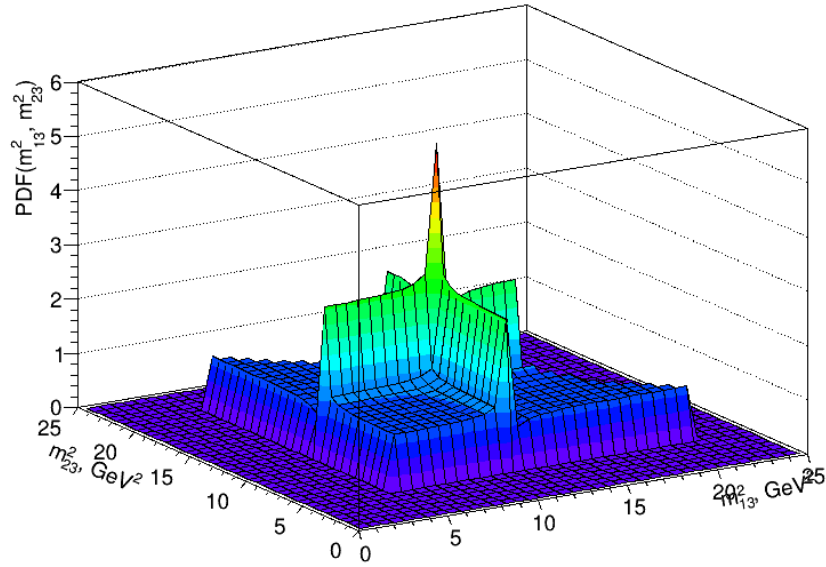


Рис. 19: Функция плотности вероятности, описывающая распад $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$

За счет псевдослучайной генерации чисел, а также в случае генерации с нетривиальной амплитудой Новой физики (т.е. возникновении прямого CP -нарушения), число событий в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ может отличаться. Как результат, получаем два набора Монте-Карло данных, отвечающих распадам B^+ - и B^- -мезонов в терминах квадратов инвариантных масс

m_{13}^2, m_{23}^2 . Количество событий генерируется таким образом, чтобы приблизительно совпадать со статистикой, набранной в рамках эксперимента Belle на энергии $\Upsilon(4S)$ -резонанса. Также с целью унификации сгенерированных распределений и полученных реальных данных (раздел 3.2.4) отбрасываются события с $m_{ij}^2 < 5 \text{ ГэВ}^2$. Пример получающегося распределения Далица показан на рис. 20, что похоже на реальную картину (рис. 16).

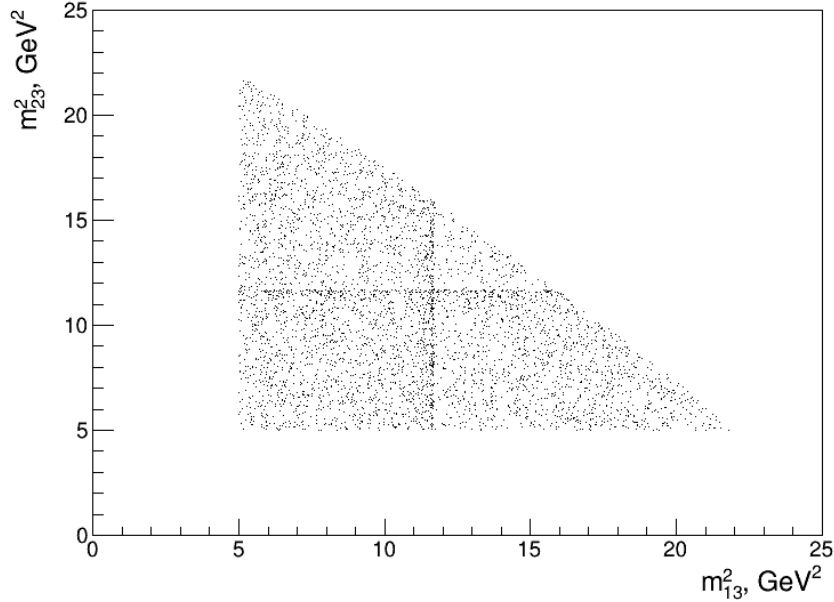


Рис. 20: Пример сгенерированного распределения Далица $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$

3.3.2 Подгонка распределений Далица

Следующий шаг — одновременная подгонка получающихся распределений Далица (рис. 20) для распадов $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ и $B^- \rightarrow K^-K^-K^+$ теми же функциями плотности вероятности (20). Для этого используется небинированный метод максимального правдоподобия. Аппроксимация распределений осуществляется с помощью пакета MINUIT с минимизатором MIGRAD при зафиксированных параметрах $\delta, \varphi, m_0, \Gamma_0$ в формулах (19, 20). Поскольку способ требует подгонки распределений нормированной функцией, необходимо иметь возможность вычислять интеграл функций плотности вероятности по всему распределению Далица. Однако это невозможно сделать аналитически, поэтому в настоящей работе проводится численное интегрирование двумерных распределений Далица. Эта процедура должна выполняться каждый раз, когда минимизатор изменяет параметры функций для подгонки, из-за чего численное интегрирование является самой времязатратной процедурой в работе, требующей наибольшего внимания и оптимизации.

В анализе $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ процедура интегрирования производится следующим образом. Сгенерированные распределения Далица разбиваются

на области (рис. 21), в которых производится разное по методике интегрирование. Выделенные области вблизи резонанса удовлетворяют условию $(m_{\chi_{c0}}^{\text{PDG}} - 0.15 \text{ ГэВ})^2 < m_{ij}^2 < (m_{\chi_{c0}}^{\text{PDG}} + 0.15 \text{ ГэВ})^2$. Требующие наибольшей точности области (выделены красным) располагаются поблизости пересечения полюсов резонанса по осям (m_{13}^2, m_{23}^2) , т.е. поблизости точки $(m_{\chi_{c0}}^2, m_{\chi_{c0}}^2)$, а также по краям линий резонанса, поэтому в них используется полноценное, наиболее точное, двумерное интегрирование. В областях линий резонанса (выделены зеленым) используется одномерное интегрирование, поскольку функция плотности вероятности изменяется слабо по одной из осей и резко меняется по другой. Оставшуюся же область (выделена синим), вдали от резонанса, мы предполагаем равномерной, и потому интегрирование не производится — лишь умножается площадь области на некоторое значение функции на ней. Данный способ интегрирования является достаточно быстрым и позволяет производить множество операций вычисления нормировки за разумное время. Вычисленные таким образом интегралы согласуются с истинными (посчитанными с помощью Монте-Карло интегрирования с большим числом событий) с ошибкой менее 1%, чего вполне достаточно для относительно небольшой статистики Belle.

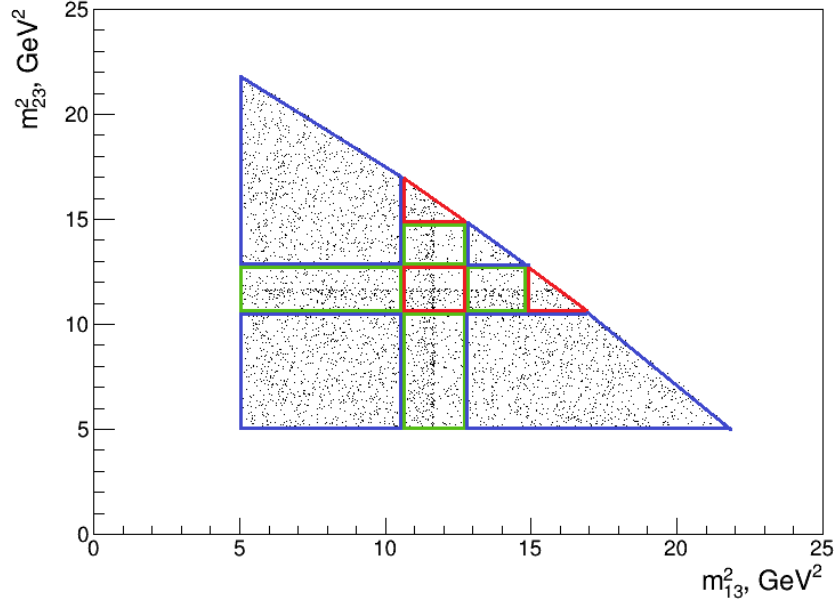


Рис. 21: Области интегрирования на диаграмме Далица $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$

Благодаря вычислению интеграла функции плотности вероятности с заданными параметрами возможно применение небинированного метода максимального правдоподобия. Важно отметить, что функция правдоподобия $\mathcal{L}(r, \delta, \varphi, a, \delta_T \mid m_{13}^2, m_{23}^2)$ вычисляется для обоих распределений $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$ одновременно с одними и

теми же параметрами, поскольку в противном случае не достигается чувствительность к слабой фазе Новой физики φ . Минимизатор начинает подгонку с тех же параметров, что были заложены на генераторном уровне, и имеет фиксированные значения сильной и слабой фазы. Возвращенные параметры оказываются близкими к изначально заложенным в пределах ошибок. Так, например, при заложенных фиксированных фазах $\delta = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$, извлеченные параметры оказались равны

- $a = 1.99 \pm 0.08$,
- $r = 0.024 \pm 0.017$,
- $\delta_T = 1.92\pi \pm 0.02\pi$,

что хорошо соотносится с заложенными параметрами. Само распределение Далица и его подгонка показаны на рис. 22.

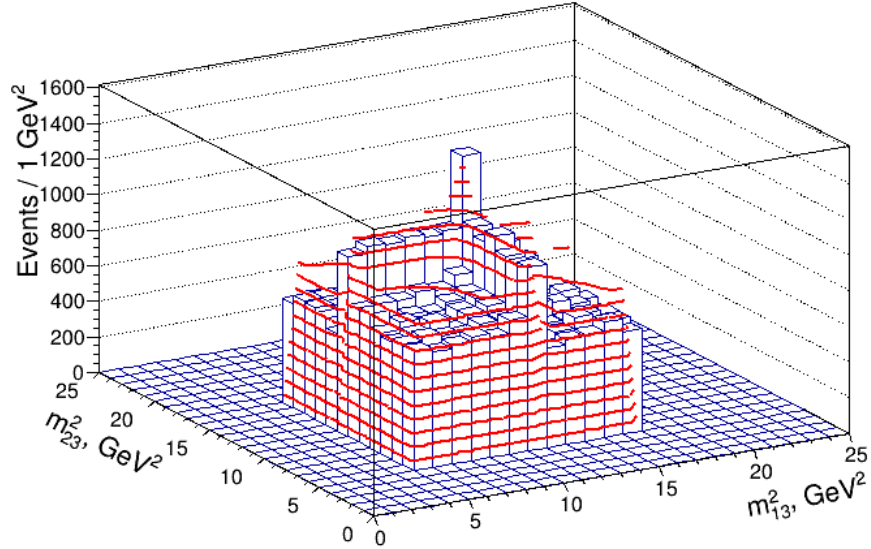
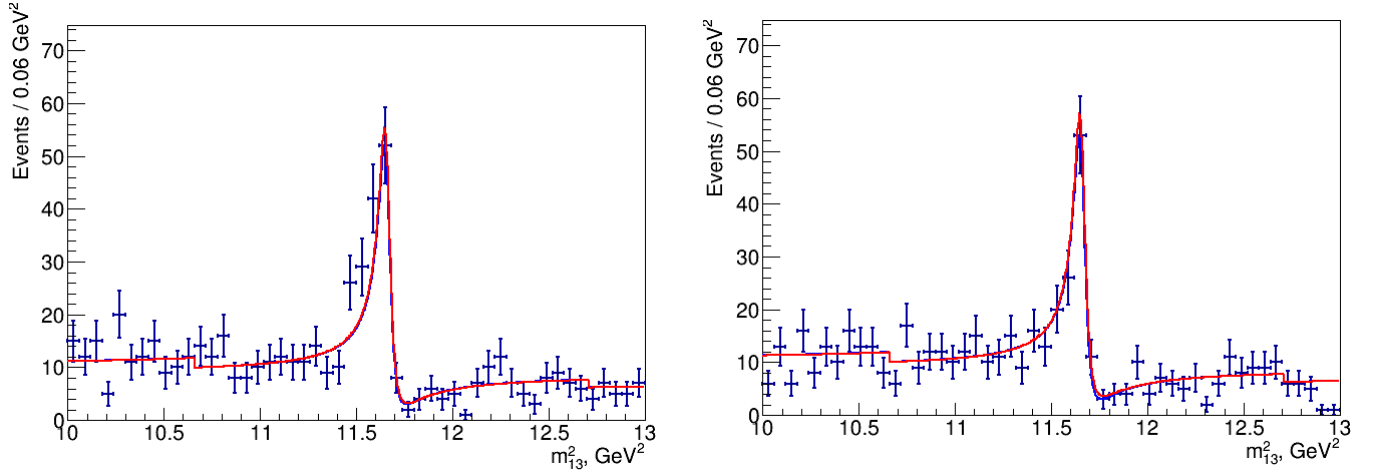


Рис. 22: Пример трехмерного сгенерированного распределения Далица $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ и его подгонки

Для проверки качества подгонки диаграмма Далица и аппроксимационная функция проецируются на одну из осей, например, на s_{13} . Пример таких проекций показан на рис. 23. Видно, что подгонка успешно описывает распределение вблизи резонанса $\chi_{c0}(1P)$. Подобные картины можно получать для любых значений сильной и слабой фаз.

Тем не менее, из-за псевдослучайной генерации событий каждый раз получаются отличающиеся друг от друга распределения Далица и, соответственно, результаты их подгонки также будут отличаться. По этой причине наиболее правильной процедурой, позволяющей оценить точность извлечения амплитуды Новой физики, является ансамбль, основанный на множественном повторении генераций и подгонок с разными порождающими элементами («сидами»).



(a) $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$

(б) $B^- \rightarrow K^-K^-K^+$

Рис. 23: Пример проекции распределения Далица $B \rightarrow KKK$ и его подгонки

Благодаря упрощенному и ускоренному вычислению интеграла возможно производить множество генераций-подгонок за разумное время. Для дальнейшего анализа из каждой подгонки нам потребуется только возвращенное значение амплитуды Новой физики, в данном случае $r = 0.024$ при $\delta = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$.

3.3.3 Сравнение методов $B \rightarrow \phi K_S$ и $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$

Для оценки точности метода $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ используются ансамбли из 1000 генераций-подгонок для каждой выбранной пары значений сильной и слабой фаз. Чувствительностью метода к амплитуде Новой физики с уровнем достоверности в 90% является некоторое значение, для которого 90% событий в ансамбле имеют меньшую восстановленную величину амплитуды НФ, r (рис. 24).

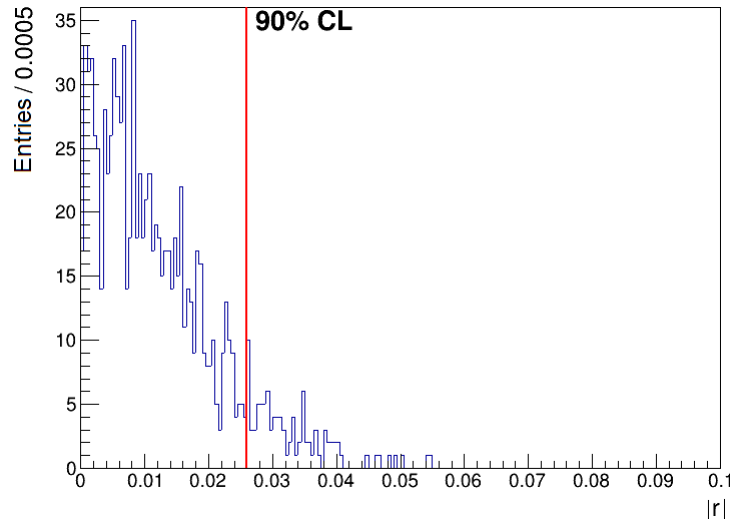


Рис. 24: Распределение извлеченных амплитуд при $\delta = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$

В данном примере такой точностью $|r|$ является 0.026 при $\delta = \pi/4$, $\varphi = \pi/4$.

Это значение и является ошибкой извлечения r , т.е. оценкой точности предлагаемого метода поиска Новой физики при данных сильной и слабой фазах на уровне достоверности 90% в рамках эксперимента Belle.

Таким образом, для каждой желаемой пары значений сильной и слабой фаз возможно получить оценку точности метода $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Изобразим результат графически: слабую фазу φ отложим по горизонтальной оси, модуль амплитуды Новой физики r — по вертикальной, а сильную фазу δ заложим как параметр. Вычисленные ошибки метода для каждой из желаемых фаз аппроксимируем гиперболами в промежутках $\varphi \in (0, \pi/2)$; $(\pi/2, \pi)$; $(\pi, 3\pi/2)$; $(3\pi/2, 2\pi)$.

Сравнение эффективностей методов $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ и $B \rightarrow \phi K_S$ можно провести с помощью сопоставления разрешенных областей параметров в методе $B \rightarrow \phi K_S$ и ошибок извлечения амплитуды Новой физики в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Результаты, наложенные на оценки точности метода $B \rightarrow \phi K_S$, вычисленные в разделе 2.3, показаны на рис. 25, 26.

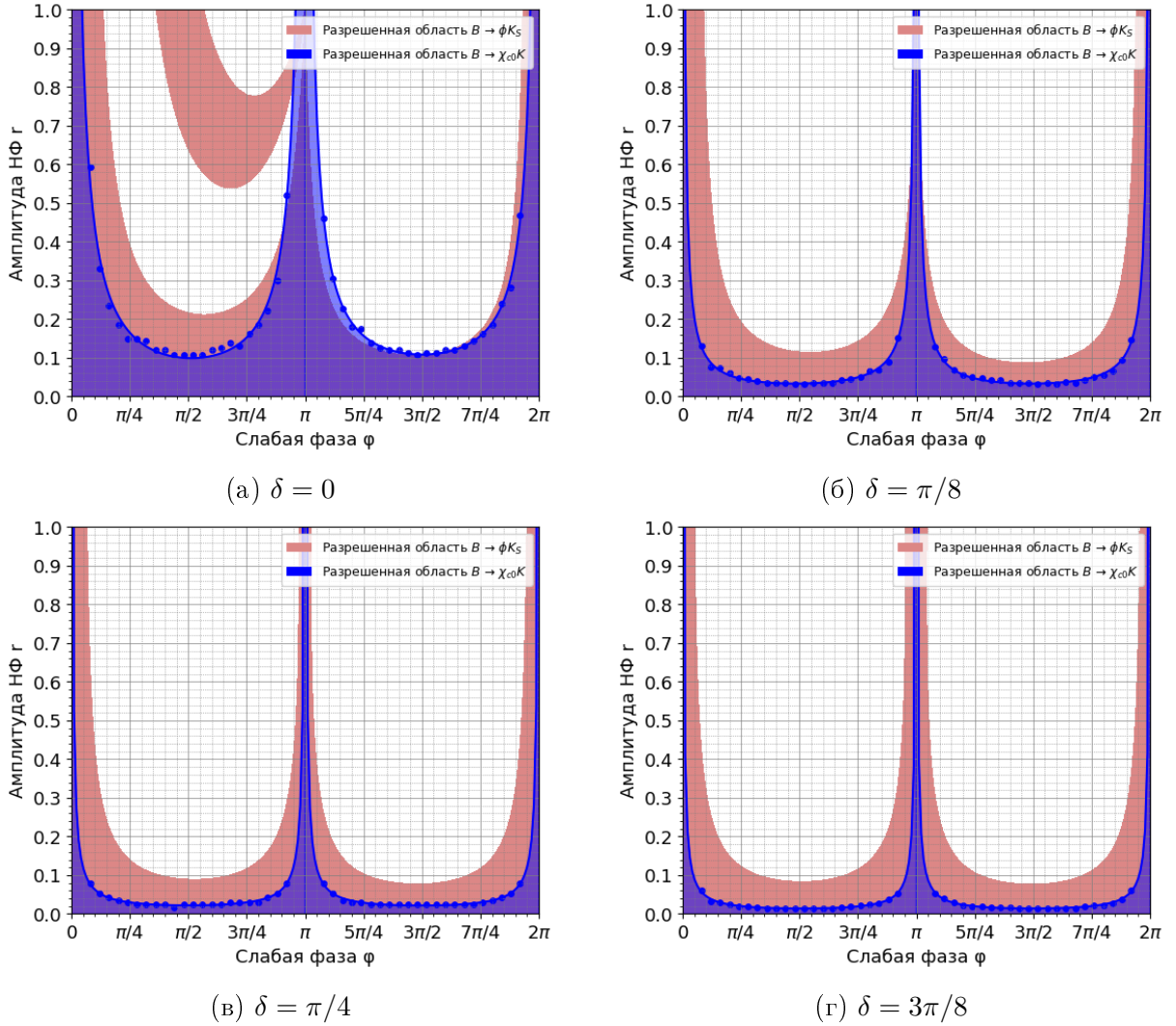


Рис. 25: Сравнение эффективностей $B \rightarrow \phi K_S$ и $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ ($\delta < \pi/2$)

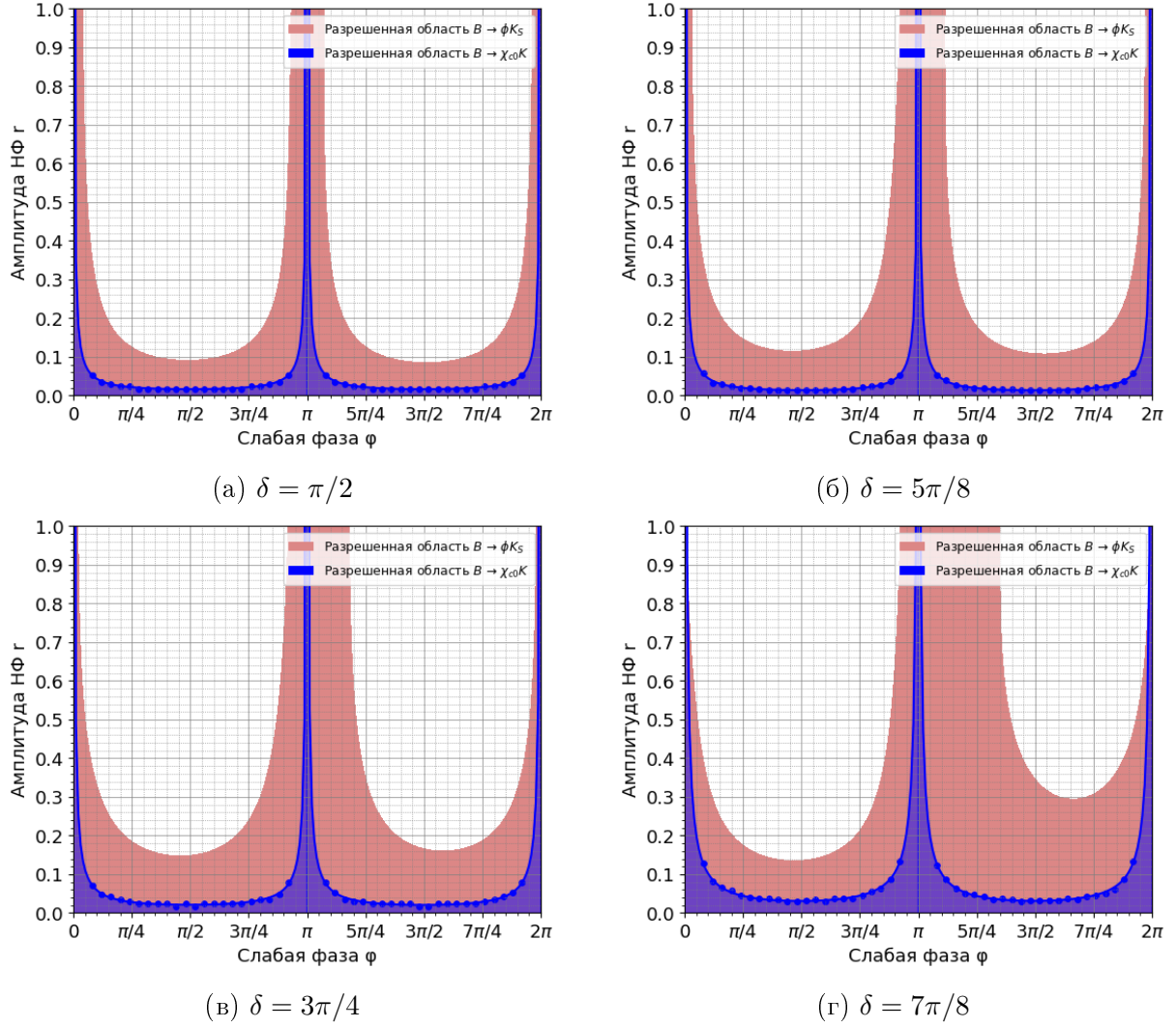


Рис. 26: Сравнение эффективностей $B \rightarrow \phi K_S$ и $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ ($\delta \geq \pi/2$)

Флуктуации точек на рис. 25, 26, отвечающих чувствительности метода $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$, вызваны конечным числом генераций и подгонок в ансамбле и уменьшаются при увеличении ансамбля. Можно заметить, что новый способ способен исключить возникавшие в $B \rightarrow \phi K_S$ области с высокими амплитудами (рис. 25а). Также из этих рисунков следует, что метод $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ имеет

- стабильно высокую чувствительность к Новой физике в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ при $\delta \neq 0$,
- более низкую точность при $\delta = 0$, по сравнению с другими фазами,
- сопоставимую чувствительность при $\delta = 0$ с «золотой» модой $B \rightarrow \phi K_S$,
- значительно лучшую точность при $\delta \neq 0$ по сравнению с каналом $B \rightarrow \phi K_S$.

Таким образом, проведенный предварительный анализ указывает на перспективность нового метода для поиска Новой физики в пингвин-доминирующих распадах. Благодаря будущим экспериментам с большой статистикой распадов $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$, таким как Belle II и LHCb (HL-LHC), предложенный метод будет способен проверить значительную область в пространстве параметров на наличие вкладов Новой физики.

4 Интерпретация прямого CP -нарушения в $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$

В разделе 2.2 было выведено, что, согласно Стандартной модели, прямое CP -нарушение в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ ожидается равным нулю. Однако данный вывод был сделан в предположении малости древесной амплитуды $b \rightarrow u$ (рис. 27), так же приводящей к конечному состоянию $K^+ K^+ K^-$. Если же этот процесс имеет существенный вклад в распад, то $b \rightarrow u$ будет проявляться точно так же, как и ранее проанализированная Новая физика, т.е. $b \rightarrow u$ может быть описан в тех же терминах r, δ, φ . Значит, для корректного вывода о природе возникающих отличий от ожиданий (14), необходимо иметь способ различать вклады НФ и $b \rightarrow u$ друг от друга.

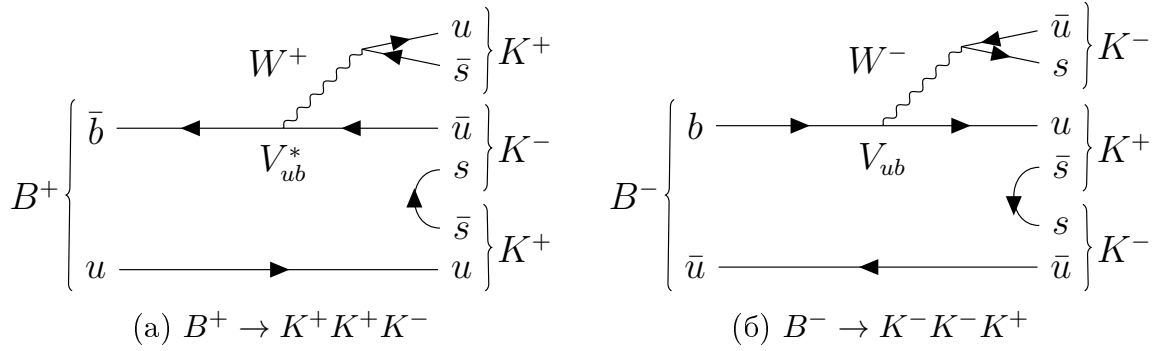


Рис. 27: Диаграммы Фейнмана $B \rightarrow KKK$ с древесным переходом $b \rightarrow u$

Так, коллаборация LHCb в 2023 году заявила об обнаружении прямого CP -нарушения в канале $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ [6]. Согласно их измерению,

$$A_{CP}(B^\pm \rightarrow K^\pm K^+ K^-) = -0.037 \pm 0.002 \pm 0.002 \pm 0.003. \quad (28)$$

Отклонение измеренного параметра A_{CP} от 0 имеет статистическую значимость на уровне 8.5σ . Это ясно говорит о присутствии хотя бы одного из вкладов — Новой физики или амплитуды $b \rightarrow u$. Настоящий раздел посвящен разработке способа прояснения природы обнаруженного прямого CP -нарушения.

В отличие от Новой физики, параметры r, δ, φ которой могут быть произвольными, амплитуда $b \rightarrow u$ имеет более понятную природу. Рассмотрев диаграмму Фейнмана (рис. 27), можно заметить, что одна из вершин диаграммы содержит элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы V_{ub} . Этот элемент является комплексным, причем его мнимая часть сопоставима с действительной, поэтому у распада $b \rightarrow u$ возникает разность слабых фаз с амплитудой $b \rightarrow s\bar{s}s$. Покажем, что в этом случае слабая фаза равна углу треугольника унитарности γ (рис. 1). По определению,

$$\gamma \equiv \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right). \quad (29)$$

Все матричные элементы, за исключением V_{ub}^* , с хорошей точностью (например, в параметризации Вольфенштейна) являются действительными. Также важно, что $V_{cd} \approx -|V_{cd}|$. Отсюда получаем

$$V_{ub} \approx |V_{ub}|e^{-i\gamma}. \quad (30)$$

Таким образом, если обнаруженное прямое CP -нарушение индуцировано вкладом $b \rightarrow u$, то слабая фаза φ обязана быть равной γ . Остальные же параметры остаются неизвестными — теоретическое вычисление амплитуды и сильной фазы крайне затруднено из-за сложности работы с КХД. Значит, прояснить природу обнаруженного прямого CP -нарушения можно следующим образом — будем извлекать слабую фазу процесса с помощью процедуры, аналогичной описанной в разделе 3.3.2. Гипотеза о наличии Новой физики подтверждается в том случае, если измеренная слабая фаза φ значительно отличается от таковой в Стандартной модели, равной γ . Важно отметить, что, в случае, если извлеченная слабая фаза φ совпадает с γ в пределах погрешности, нельзя сделать однозначный вывод о присутствии или отсутствии вклада Новой физики. Это происходит из-за того, что НФ может иметь ту же слабую фазу γ или интерферировать с вкладом $b \rightarrow u$ таким образом, что извлекаемая слабая фаза так же равна γ .

Согласно последнему результату подгонки ККМ-матрицы, выполненной CKMfitter group [18],

$$\gamma = (66.23_{-1.43}^{+0.60})^\circ. \quad (31)$$

Для Монте-Карло генерации событий будем использовать следующие формулы:

$$\begin{aligned} \text{PDF}(B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-) &= \left| 1 + re^{i(\delta+\gamma)} + ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2, \\ \text{PDF}(B^- \rightarrow K^- K^- K^+) &= \left| 1 + re^{i(\delta-\gamma)} + ae^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\gamma = 0.368\pi$, что отвечает (31).

В отличие от раздела 3.3, здесь проводится оценка точности извлечения слабой фазы φ в случае, если она заложена равной γ . Число распадов $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$, собранных LHCb при интегрированной светимости 5.9 fb^{-1} , превосходит Belle приблизительно в 45 раз при сопоставимой

«чистоте» событий. Аналогичной статистикой будет обладать и Belle II [19], что позволит провести похожий анализ, используя данные, собранные во время эксперимента.

Из-за значительно большей статистики возникает необходимость в пересмотре метода интегрирования, поскольку приближенный способ, использованный в случае Belle (раздел 3.3.2), уже не имеет достаточной точности и приводит к систематически неверному извлечению параметров. В данном разделе выполняется «настоящее» двухмерное интегрирование в «прямоугольных» областях распределения Далица, т.е. выбраны области, указанные на рис. 28.

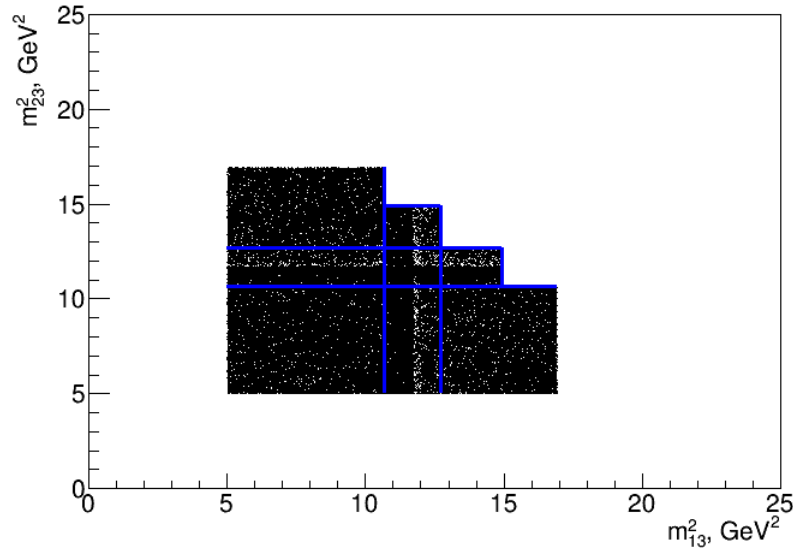


Рис. 28: Сгенерированное распределение Далица (LHCb 5.9 фб⁻¹)

Теперь интегрирование не содержит никаких приближений, и вся его погрешность определяется лишь мелкостью разбиения соответствующей суммы Римана. В областях полюса резонанса заложено разбиение около 0.005 ГэВ², вдали от «полос» — 0.04 ГэВ². Значение функции плотности вероятности может существенно изменяться на масштабе около 0.02 ГэВ², поэтому интегрирование с заданными точностями имеет малую ошибку.

Естественно, выполнение ансамбля генераций-подгонок уже не представляется разумным из-за значительных затрат времени на вычисление. Вместо этого выполняется оценка асимметричных ошибок извлечения слабой фазы с помощью сканирования зависимости функции правдоподобия $\mathcal{L}$ от слабой фазы φ . Пример графика $-2 \ln \mathcal{L}(\varphi)$ показан на рис. 29.

В приведенном примере явно виден «перегиб» ошибки извлечения слабой фазы φ , что приводит к явно асимметричным ошибкам. В рамках работы производится оценка точности извлечения слабой фазы по порядку величины, поэтому в дальнейшей работе будет использоваться усредненная ошибка.

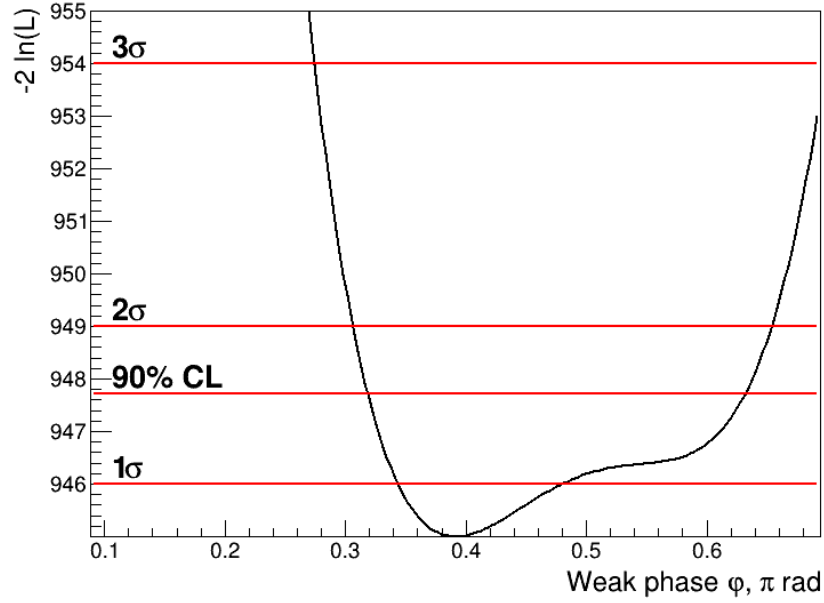


Рис. 29: Пример зависимости функции правдоподобия от слабой фазы

Кроме того, здесь показан один из «неудачных» случаев, в большинстве же генераций форма распределения имеет более выраженный параболический вид. Аналогичным образом определяются ошибки извлечения всех остальных параметров, однако выраженная асимметрия, как правило, присутствует только в извлеченных сильной и слабой фазах.

Оказалось, что асимметричные ошибки извлечения флуктуируют слабо благодаря большому числу заложенных событий. Тем не менее, было проверено, что среднеквадратичное отклонение распределения, полученное из ансамбля 100 генераций-подгонок, дает похожую оценку. По этой причине использование ошибок, вычисленных в единственной генерации, является разумной оценкой точности метода.

Изменению функции $-2 \ln \mathcal{L}$ на n^2 соответствует ошибка на уровне $n\sigma$. Будем использовать стандартные ошибки в 1σ . Заложенные, извлеченные параметры и их погрешности в данном примере генерации-подгонки приведены ниже.

- | | |
|--|---|
| • $r_{true} = 0.022$, | • $r_{fitted} = 0.024 \pm 0.002$, |
| • $\delta_{true} = 1.375\pi$, | • $\delta_{fitted} = 1.369\pi^{+0.053\pi}_{-0.039\pi}$, |
| • $\varphi_{true} = \gamma = 0.368\pi$, | • $\varphi_{fitted} = 0.391\pi^{+0.089\pi}_{-0.048\pi}$, |
| • $a_{true} = 1.930$, | • $a_{fitted} = 1.950 \pm 0.012$, |
| • $\delta_{T, true} = 1.940\pi$, | • $\delta_{T, fitted} = 1.940\pi \pm 0.004$. |

Проекции сгенерированных распределений Далица и их подгонки показаны на рис. 30. Видно, что подгонка успешно описывает распределения, извлеченные параметры оказываются близкими к заложенным. «Изломанность» проекций в районе 10.7 и 12.7 ГэВ^2 легко объясняется формой выбранного распределения Далица на рис. 28.

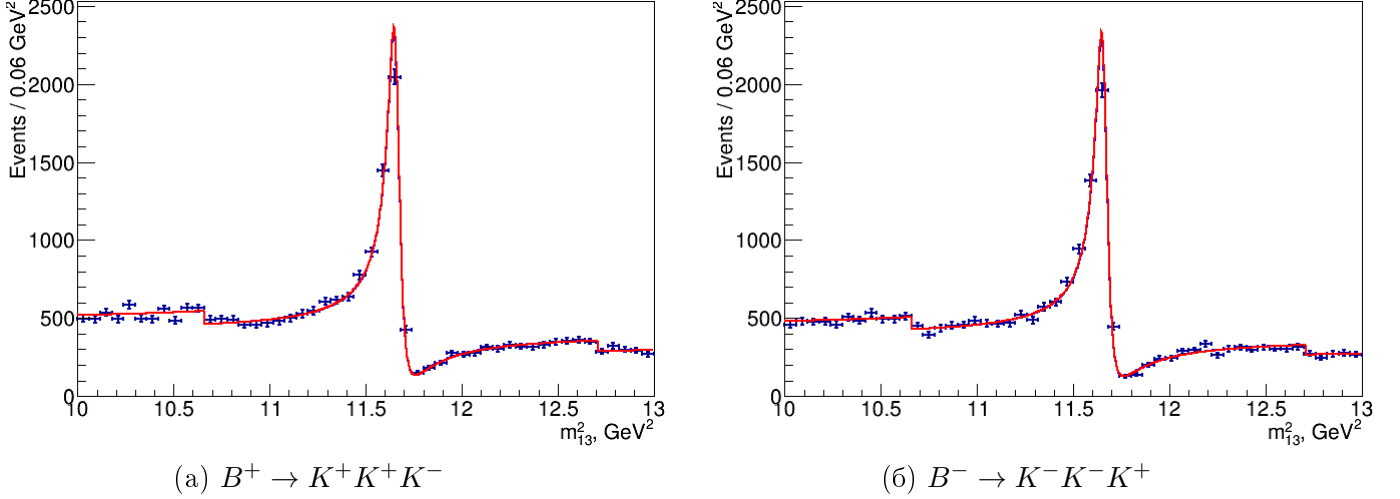


Рис. 30: Пример проекции распределения Далица $B \rightarrow KKK$ и его подгонки (LHCb, 5.9 фб^{-1})

Далее описанная методика применяется в работе для двух различных случаев: либо присутствует лишь одна из амплитуд (раздел 4.1), либо в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ присутствуют вклады как Новой физики, так и $b \rightarrow u$ (раздел 4.2).

4.1 Случай вклада одного из источников CP -нарушения

Рассмотрим случай, когда обнаруженное прямое CP -нарушение (28) обусловлено лишь одним вкладом — амплитудой $b \rightarrow u$ или Новой физикой. В этом случае, на экспериментальных данных LHCb необходимо измерить слабую фазу процесса φ . В данном разделе приводится оценка точности извлечения этой фазы в случае, если она обусловлена процессом $b \rightarrow u$, т.е. равна γ .

Сперва определим, какие параметры дополнительной амплитуды r, δ приводят к такой же величине CP -нарушения, что была обнаружена коллаборацией LHCb (28). Полагая, что CP -нарушение в основном обусловлено пингвиновой и добавочной амплитудами, получим, что выведенная ранее формула для A_{CP} (13), так же описывает и случай $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Вклад $\chi_{c0}(1P)$ несколько искажает величину прямого CP -нарушения, не приводя к существенному отличию.

Значит, приравнивая формулу параметра прямого CP -нарушения к измеренному коллаборацией LHCb, можем получить параметры амплитуды, дающие такое же прямое CP -нарушение в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Для этого построим кривую $r(\delta)$ при фиксированной $\varphi = \gamma$ (рис. 31). Точки на этой кривой обеспечивают необходимую величину прямого CP -нарушения. Также для наглядности построим область вокруг кривой, отвечающую ошибке в измерении A_{CP} на уровне 1σ .

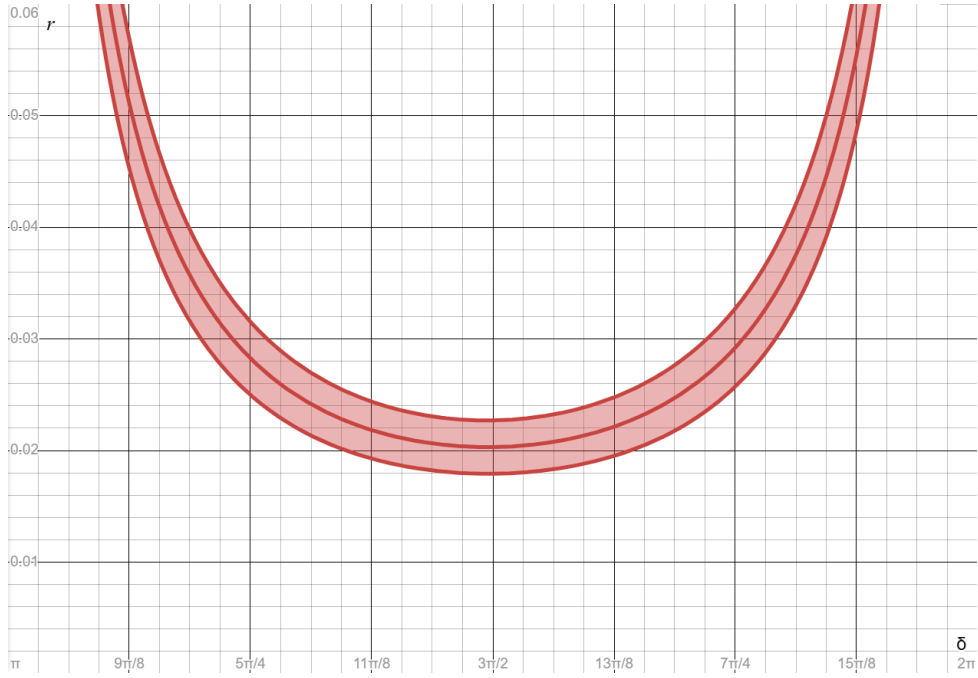


Рис. 31: Параметры r и δ , приводящие к A_{CP} , измеренному коллаборацией LHCb

То, что возможные значения сильной фазы δ лежат только в промежутке $(\pi, 2\pi)$, несколько противоречит выбранным ранее промежуткам $\delta \in [0, \pi)$, $\varphi \in [0, 2\pi)$. На самом деле, в этом нет никакой проблемы — благодаря инвариантности функций плотности вероятности, их можно преобразовать: $\delta \rightarrow \delta - \pi$, $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$ без изменения физического смысла. Тем не менее, для наглядности в дальнейшей работе слабой фазой будет считаться γ , а не $\gamma + \pi$.

Будем закладывать параметры Монте-Карло моделирования согласно полученной зависимости на рис. 31. Для каждой интересующей нас пары значений r, δ , лежащих на этой кривой, получим оценку точности извлечения слабой фазы φ согласно описанному методу. Результат представим в виде таблицы 1, в рамках оценки асимметричные ошибки были усреднены.

$\delta = 9\pi/8$	$10\pi/8$	$11\pi/8$	$12\pi/8$	$13\pi/8$	$14\pi/8$	$15\pi/8$
$\varphi_{error} = 0.042\pi$	0.069π	0.049π	0.036π	0.054π	0.056π	0.031π

Таблица 1: Ошибки извлечения слабой фазы (LHCb, 5.9 fb^{-1})

Видим, что точность извлечения слабой фазы составляет порядка 0.05π для любой сильной фазы. Более того, описанный метод обладает похожей точностью и при других значениях слабой фазы φ .

Наконец, оценим, какую чувствительность к слабой фазе можно ожидать в ближайшем будущем. Согласно [20], к 2030 году в ходе Run 4 LHCb планирует набрать 50 фб^{-1} интегральной светимости. Увеличение собранной статистики распада $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ позволит уменьшить неопределенности в извлечении слабой фазы процесса. Процедура оценки точности отличается от случая LHCb 5.9 фб^{-1} лишь числом событий: заложим статистику в ≈ 8.5 раз больше и заново получим погрешности извлечения слабой фазы. Результаты представлены в таблице 2.

$\delta = 9\pi/8$	$10\pi/8$	$11\pi/8$	$12\pi/8$	$13\pi/8$	$14\pi/8$	$15\pi/8$
$\varphi_{\text{error}} = 0.013\pi$	0.018π	0.017π	0.019π	0.018π	0.012π	0.010π

Таблица 2: Ошибки извлечения слабой фазы (LHCb, 50 фб^{-1})

После увеличения числа событий слабая фаза γ извлекается с точностью лучше 0.02π . Значит, в скором будущем с помощью метода извлечения слабой фазы в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ можно выполнить прецизионную проверку справедливости Стандартной модели.

4.2 Случай вклада обоих источников CP -нарушения

Теперь предположим наличие двух дополнительных амплитуд, вносящих вклад в распад $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ — как Новой физики, так и древесного распада $b \rightarrow u$. Этот случай значительно сложнее, поскольку требует добавления новых параметров и правильной интерпретации извлекаемых величин. Выпишем функции плотности вероятности, отвечающие этому случаю:

$$\begin{aligned} \text{PDF}(B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-) &= \left| 1 + r_{bu} e^{i(\delta_{bu} + \gamma)} + r_{NP} e^{i(\delta_{NP} + \varphi_{NP})} + a e^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2, \\ \text{PDF}(B^- \rightarrow K^- K^- K^+) &= \left| 1 + r_{bu} e^{i(\delta_{bu} - \gamma)} + r_{NP} e^{i(\delta_{NP} - \varphi_{NP})} + a e^{i\delta_T} [A_{\text{BW}}(m_{13}^2) + A_{\text{BW}}(m_{23}^2)] \right|^2, \end{aligned} \quad (33)$$

здесь параметры $r_{bu}, \delta_{bu}, \gamma$ относятся к амплитуде распада $b \rightarrow u$, а $r_{NP}, \delta_{NP}, \varphi_{NP}$ — к Новой физике.

Можно заметить, что формулы (33) в общем случае не сводятся к (20). Действительно, возьмем следующие параметры:

- $r_{bu} = 1,$
- $\delta_{bu} = 1.5\pi,$
- $\gamma = 0.5\pi,$
- $r_{NP} = 1,$
- $\delta_{NP} = 0,$
- $\varphi_{NP} = 0.$

Нетрудно понять, что в этом примере не существует таких r, δ, φ , при которых $re^{i(\delta \pm \varphi)} = r_{bu}e^{i(\delta_{bu} \pm \gamma)} + r_{NP}e^{i(\delta_{NP} \pm \varphi_{NP})}$. Таким образом, при наличии обоих вкладов с различными фазами реальные распределения Далица могут не описываться функциями (20). Такой факт также может служить одной из сигнатур наличия Новой физики.

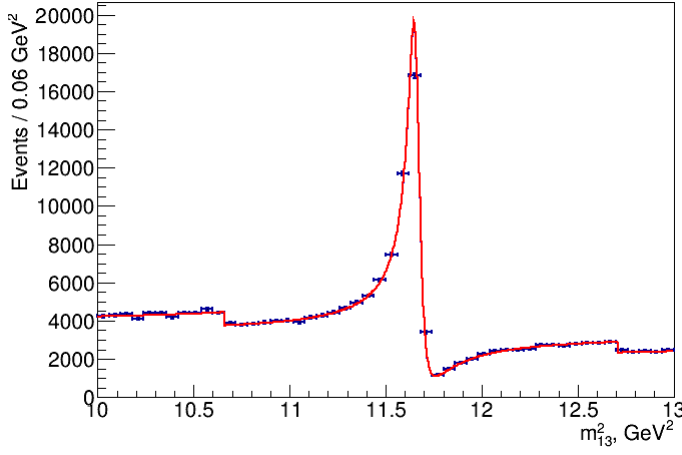
Проверим, насколько успешно извлекаются параметры функций (33). Поскольку мы ожидаем обязательного присутствия $b \rightarrow u$, в подгонке можно зафиксировать величину γ — в таком случае по сравнению с (20) добавляется два дополнительных параметра подгонки. Заложим некоторые параметры $b \rightarrow u$ и Новой физики, например

- $r_{bu} = 0.022,$
- $\delta_{bu} = 1.375\pi,$
- $\gamma = 0.368\pi,$
- $r_{NP} = 0.022,$
- $\delta_{NP} = 0.5,$
- $\varphi_{NP} = 0.5.$

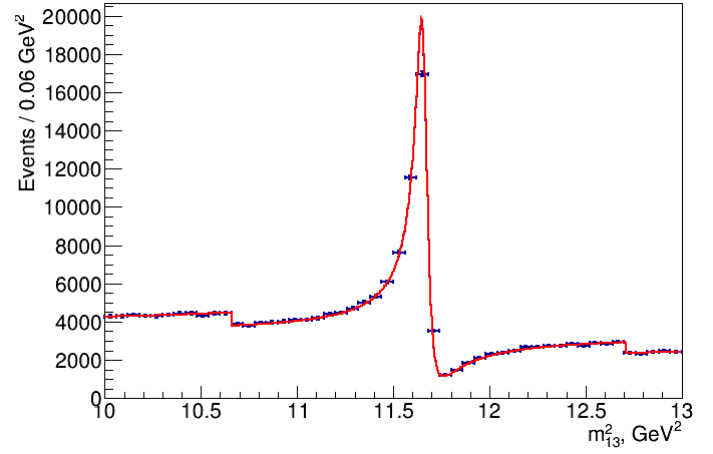
Произведем Монте-Карло генерацию и подгонку одними и теми же функциями плотности вероятности (33). Если минимизатор принимает в качестве начальных параметров истинные, т.е. заложенные в генератор, то он успешно возвращает их в пределах ошибок, аппроксимация показана на рис. 32.

- $r_{bu} = 0.022 \pm 0.001,$
- $\delta_{bu} = 1.381\pi^{+0.019\pi}_{-0.017\pi},$
- $\gamma = 0.368\pi$ (фиксирован),
- $r_{NP} = 0.022 \pm 0.001,$
- $\delta_{NP} = 0.511\pi^{+0.042\pi}_{-0.046\pi},$
- $\varphi_{NP} = 0.463\pi^{+0.047\pi}_{-0.032\pi}.$

При такой подгонке вне зависимости от выбора фаз и амплитуд все заложенные параметры успешно извлекаются в пределах ошибок. Однако, если аппроксимация начинается из некоторых других изначальных параметров, не совпадающих с заложенными на генераторном уровне, то возможно возникновение другого решения. Это решение также верно описывает распределения Далица и имеет точно такое же вычисленное правдоподобие:



(a) $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$



(б) $B^- \rightarrow K^- K^- K^+$

Рис. 32: Пример проекции распределения Далица $B \rightarrow KKK$ и его подгонки (LHCb, 50 фб⁻¹)

- $r_{bu} = 0.009 \pm 0.001$,
- $\delta_{bu} = 0.800\pi^{+0.021\pi}_{-0.022\pi}$,
- $\gamma = 0.368\pi$ (фиксирован),
- $r_{NP} = 0.003 \pm 0.001$,
- $\delta_{NP} = 1.333\pi^{+0.152\pi}_{-0.086\pi}$,
- $\varphi_{NP} = 0.701\pi^{+0.076\pi}_{-0.115\pi}$.

Ясно, что параметры этого решения не согласуются с истинными. Это означает, что из-за большого числа свободных параметров возникает неоднозначность решения, когда различные параметры приводят к фактически одним и тем же функциям плотности вероятности. Такая задача требует отдельного аккуратного анализа и не приводится в настоящей работе — здесь лишь указывается на применимость и перспективность подобного метода.

5 Заключение

В настоящей работе проведена оценка эффективности метода поиска Новой физики в CP -нарушении в канале распада $B \rightarrow \phi K_S$. Вычислены области исключенных экспериментами параметров НФ с уровнем достоверности 90%. Показано, что данный метод имеет существенный недостаток — из-за отсутствия информации о сильной фазе процесса чувствительность к Новой физике существенно уменьшается.

Разработан альтернативный способ поиска физики вне Стандартной модели в CP -нарушении в распаде $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$, основанный на интерференции диаграмм. Приведены оценки точности метода в рамках эксперимента Belle. Показано, что этот метод имеет преимущество над $B \rightarrow \phi K_S$, поскольку благодаря наличию резонанса $\chi_{c0}(1P)$ разность фаз процесса поблизости полюса изменяется во всем диапазоне. Помимо Belle, способ имеет потенциал к применению на таких экспериментах, как Belle II и LHCb.

Предложен метод интерпретации обнаруженного коллаборацией LHCb прямого CP -нарушения в канале $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$. Показано, что новый способ дает возможность проверить Стандартную модель с помощью измерения слабой фазы распада. Приведены соответствующие оценки точности метода, ожидаемые в рамках эксперимента LHCb с собранной интегрированной светимостью 5.9 фб^{-1} и 50 фб^{-1} .

Список литературы

- [1] *Сахаров, А. Д.* Нарушение СР-инвариантности. С-асимметрия и барионная асимметрия Вселенной / А. Д. Сахаров // *ЖЭТФ*. — 1967. — Vol. 5. — Pp. 32–35.
- [2] *Kobayashi, Makoto.* CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction / Makoto Kobayashi, Toshihide Maskawa // *Prog. Theor. Phys.* — 1973. — Vol. 49. — Pp. 652–657.
- [3] *Cohen, Andrew G.* Progress in electroweak baryogenesis / Andrew G. Cohen, D. B. Kaplan, A. E. Nelson // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 1993. — Vol. 43. — Pp. 27–70.
- [4] *Wolfenstein, Lincoln.* Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix / Lincoln Wolfenstein // *Phys. Rev. Lett.* — 1983. — Nov. — Vol. 51. — Pp. 1945–1947.
- [5] *Grossman, Yuval.* CP Asymmetry in $B_d \rightarrow \phi K_S$: Standard Model Pollution / Yuval Grossman, Gino Isidori, Mihir P. Worah // *Physical Review D*. — 1998. — jul. — Vol. 58, no. 5.
- [6] *Aaij, R.* Direct CP violation in charmless three-body decays of $B^\pm$ mesons / R. Aaij et al. // *Phys. Rev. D*. — 2023. — Jul. — Vol. 108. — P. 012008.
- [7] *Workman, R. L.* Review of Particle Physics / R. L. Workman et al. // *PTEP*. — 2022. — Vol. 2022. — P. 083C01.
- [8] *Vysotsky, M.* CKM matrix and CP violation in B-mesons / M. Vysotsky // *Surveys in High Energy Physics*. — 2003. — Vol. 18, no. 1-4. — Pp. 19–54.
- [9] *Nakahama, Y.* Measurement of CP violating asymmetries in $B^0 \rightarrow K^+ K^- K_S^0$ decays with a time-dependent Dalitz approach / Y. Nakahama et al. // *Phys. Rev. D*. — 2010. — Vol. 82. — P. 073011.
- [10] *Lees, J. P.* Study of CP violation in Dalitz-plot analyses of $B^0 \rightarrow K^+ K^- K_{(S)}^0$, $B^+ \rightarrow K^+ K^- K^+$, and $B^+ \rightarrow K_{(S)}^0 K_{(S)}^0 K^+$ / J. P. Lees et al. // *Phys. Rev. D*. — 2012. — Vol. 85. — P. 112010.
- [11] *Garmash, A.* Dalitz analysis of the three-body charmless decays $B^+ \rightarrow K^+ \pi^+ \pi^-$ and $B^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$ / A. Garmash et al. // *Physical Review D*. — 2005. — 05. — Vol. 71.
- [12] *Abashian, A.* The Belle Detector / A. Abashian et al. // *Nucl. Instrum. Meth. A*. — 2002. — Vol. 479. — Pp. 117–232.

- [13] *Fox, Geoffrey C.* Observables for the Analysis of Event Shapes in e^+e^- Annihilation and Other Processes / Geoffrey C. Fox, Stephen Wolfram // *Phys. Rev. Lett.* — 1978. — Dec. — Vol. 41. — Pp. 1581–1585.
- [14] *Bevan, A. J.* The Physics of the B Factories / A. J. Bevan et al. // *Eur. Phys. J. C.* — 2014. — Vol. 74. — P. 3026.
- [15] *Toge, N.* KEK B-factory Design Report / N Toge. — 1995.
- [16] *Albrecht, H.* Search for $b \rightarrow s\gamma$ in exclusive decays of B mesons / H. Albrecht et al. // *Physics Letters B.* — 1989. — Vol. 229, no. 3. — Pp. 304–308.
- [17] *Dalitz, R.H.* CXII. On the analysis of τ -meson data and the nature of the τ -meson / R.H. Dalitz // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.* — 1953. — Vol. 44, no. 357. — Pp. 1068–1080.
- [18] *Charles, J.* CP violation and the CKM matrix: assessing the impact of the asymmetric B factories / J. Charles et al. // *The European Physical Journal C.* — 2005. — May. — Vol. 41, no. 1. — P. 1–131.
- [19] *Ohnishi.* Accelerator design at SuperKEKB / Ohnishi et al. // *Progress of Theoretical and Experimental Physics.* — 2013. — 03. — Vol. 2013, no. 3. — 03A011.
- [20] *Palutan, Matteo.* LHCb Upgrades for the high-luminosity heavy-flavour programme / Matteo Palutan // *The Future of the Large Hadron Collider.* — Pp. 207–212.