



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

粲偶素衰变的测量与 B 介子非粲衰变中 CP 破坏的研究

作者姓名: 侯贤涛

指导教师: 张景芝 研究员

中国科学院高能物理研究所

学位类别: 理学博士

学科专业: 粒子物理与原子核物理

培养单位: 中国科学院高能物理研究所

2025 年 6 月

**Study of charmonium decay and CP violation in B meson
charmless decay**

**A dissertation submitted to
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Doctor of Philosophy
in Particle Physics and Nuclear Physics**

By

Xiantao Hou

Supervisor: Professor Jingzhi Zhang

Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences

June, 2025

中国科学院大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。承诺除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体享有著作权的研究成果，未在以往任何学位申请中全部或部分提交。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人或集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关收集、保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则，保留并向国家指定或中国科学院指定机构送交学位论文的电子版和印刷版文件，且电子版与印刷版内容应完全相同，允许该论文被检索、查阅和借阅，公布本学位论文的全部或部分内容，可以采用扫描、影印、缩印等复制手段以及其他法律许可的方式保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：

摘要

粲偶素位于量子色动力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) 微扰和非微扰的过渡能区。在这个能区, 基于量子色动力学的唯象模型成功解释和预言了 $D\bar{D}$ 阈值以下诸多粲偶素和它们的产生和衰变性质。但是, 自 2003 年 Belle 合作组发现第一个具有奇特性质的类粲偶素 $X(3872)$ 以来, 实验上陆续在 $D\bar{D}$ 阈值以上发现了大量类粲偶素粒子 (XYZ 粒子)。这些粒子的性质不能很好地符合夸克模型预言的实验上尚未发现的 $c\bar{c}$ 态, 它们可能是 QCD 允许存在的奇特态, 例如粲偶素混杂态、强子分子态、多夸克态等。在实验上进一步研究粲偶素的衰变和寻找新的可能类粲偶素态, 将为研究和发展 QCD 提供重要的实验依据。

$X(3872)$ 由于质量非常接近 $D^{*0}\bar{D}^0$ 阈值且宽度非常窄, 引起了物理学家的广泛关注。强子分子态模型认为 $X(3872)$ 存在量子数为 0^{++} 的重夸克自旋对称性伙伴, 并预言 0^{++} 的 $D\bar{D}$ 分子态质量在 3720 MeV 附近 (记作 $X(3700)$)。利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 下积累的 2.93 fb^{-1} 数据样本, 本文首次通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 寻找 $X(3872)$ 的标量伙伴 $X(3700)$ 。该过程未观测到明显信号, 我们在 90% 置信水平上得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 上限值从 0.9 到 $1.9(\times 10^{-5})$, 对应于不同 $X(3700)$ 质量。对于大多数可能的 $X(3700)$ 质量, 实验结果都低于理论预期。假设手征么正理论计算的 $|g_{X,D^+D^-}|$ 和 $|g_{X,D_s^+D_s^-}|$ 是可靠的, 相比理论计算的 $X(3700)$ 衰变到 $\eta\eta'$ 的耦合常数 $|g_{\eta\eta'}| = 1720 \text{ MeV}$, 本文测量结果要求 $|g_{\eta\eta'}| < 1611$ 或者 1066 MeV 。如果假设不成立, 实验测量结果可以对 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}|$ 乘积的参数空间提供进一步限制, 相比文章中使用的 $2.09 \times 10^7 \text{ MeV}^2$, 本文的测量要求 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}| < 1.96$ 或者 $1.30(\times 10^7) \text{ MeV}^2$ 。

另外, 本文首次给出了 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 包括所有可能中间态的产额不高于 4.8×10^{-5} 。作为 $X(3872)$ 的自旋伙伴, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 衰变可能具有与 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 过程相似的同位旋破坏效应。因此本文寻找了 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 过程, 但未发现明显的 $X(3700)$ 信号。在 90% 置信水平上得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 上限值从 0.9 到 $3.4(\times 10^{-5})$ 。本文的测量结果可以为后续 $X(3700)$ 性质和衰变的相关理论计算提供参考, 例如理论上可以利用 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比预测 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比。

BESIII 已经在 2–5 GeV 能区积累了丰富的数据样本, 利用这些数据样本可以提升实验上对 $e^+e^- \rightarrow$ 轻强子末态截面的测量, 同时从截面随质心系能量的变化中寻找粲偶素和类粲偶素。本文利用 BESIII 实验在质心能量从 3.508 GeV 到 4.951 GeV 范围内采集的数据样本, 精确测量了 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面。截面值范围从 $0.71 \pm 0.20 \text{ pb}$ 到 $7.46 \pm 1.20 \text{ pb}$ (不确定性包括统计和系统不确定性), 远低于 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型预测的 45–75 pb。通过对截面进行拟合, 得到的描述截面随质心系能量变化的幂参数 $n = 4.35 \pm 0.14$, 与 NJL 模型的预测

值 $n = 3.5 \pm 0.9$, 在误差范围内符合 (不确定性仅来自系统不确定性)。NJL 模型在计算 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的时候只考虑 η' 的味道单态和八重态的混合没有引入形状因子, 得到的结果大致描述了实验数据的分布。本文提供的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的高精度测量结果, 要求理论学家使用 NJL 模型计算 $e^+e^- \rightarrow VP$ (Vector Pseudoscalar) 过程截面时考虑形状因子并且对形状因子的确定也会提供更强的约束, 从而提升 NJL 模型在该能区对 $e^+e^- \rightarrow VP$ 过程截面的计算精度。

我们还寻找了 $\psi(3770)$ 非粲衰变 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$, 其显著性低于 2 倍标准偏差。 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 在 90% 置信水平下的上限为 2.3×10^{-5} , 这与 S 波和 D 波混合模型预测的 0.5 到 $3.5(\times 10^{-5})$ 不矛盾。表明 S 波和 D 波混合机制可能在解释 J/ψ 、 $\psi(2S)$ 和 $\psi(3770)$ 衰变中的“ $\rho\pi$ 疑难”中起重要作用。这也与理论根据 $\psi(3770)$ 较大的轻子宽度 (0.262 ± 0.018) keV 预言它不是纯的 $c\bar{c}$ 系统的 1^3D_1 态, 而是 D 波与 S 波态的混合不矛盾。但是实验得到的分支比上限值显著低于利用有效场论考虑中间 D, D^* 介子 s 道和 t 道的重散射以及单 OZI 压低的跃迁振幅计算得到的分支比, $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta') = 3.8 \times 10^{-4}$ 。本文得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 的上限在 10^{-5} 量级, 和之前实验上对 $\psi(3770)$ 非粲衰变的寻找相结合, 为理解 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变提供了重要实验输入。

本文除了介绍在 BESIII 实验上开展的粲偶素衰变的相关研究, 还包括 Belle II 实验上中性 B 介子非粲衰变中 CP 破坏的研究。测量中性 B 介子非粲衰变中 CP 破坏可以用来提取 CKM 幺正三角形中的 ϕ_2 角, 高精度的 ϕ_2 角测量结果可用于对 CKM 幺正三角形的幺正性进行严格检验, 从而寻找可能存在的新物理迹象。作为第二代 B -工厂的 Belle II 实验, 预计采集的数据量是 Belle 的 50 倍 (50 ab^{-1}), 如此大的数据样本将为研究 B 介子非粲衰变中的 CP 破坏、测量 ϕ_2 角提供一个非常理想的场所。

本文使用 Belle II 实验已有的通用 MC 样本和 $Y(4S)$ 共振峰上采集的所有数据, 开展了对 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 衰变中 CP 破坏参数灵敏度的研究。由于 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 是 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 跃迁, 分支比较低并且末态中涉及两个很宽的 ρ 以及 π^0 的重建, 导致本底很复杂, 效率也很低。同时我们需要测量 ρ 的极化以提取纯 CP 为正的振幅用于测量 CP 破坏的参数。基于此, 本文通过对 6 个观测量 (ΔE 、 $M(\pi^\pm\pi^0)$ 、 $\cos\rho^\pm$ 和连续本底压低的输出变量 T_c) 进行多维拟合, 以提取相关物理参数。使用 1 ab^{-1} 通用 MC 样本, 得到分支比 $B(B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-) = (\times \times \pm 0.14 \pm 0.15) \times 10^{-5}$, 纵向极化率 $f_L = \times \times \pm 0.016 \pm 0.003$, CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP} = \times \times \pm 0.08 \pm_{-0.01}^{+0.04}$, $S_{CP} = \times \times \pm 0.11 \pm 0.02$ 。其中第一项误差是统计误差, 第二项是系统误差。本文的研究使用了机器学习方法进一步压低了连续过程的本底, 相比 Belle 和 BABAR 数据亮度归一化后的结果, S_{CP} 、 $\mathcal{A}_{CP}$ 的精度分别提升了 14%、7% 和 10%、13%。本文的灵敏度研究表明使用 Belle II 1 ab^{-1} 的数据样本, 相比 Belle 的最新测量结果, $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的精度分别提升 20% 和 27%。

关键词: 粲偶素、 $X(3700)$ 、 $\psi(3770)$ 非粲衰变、 CP 破坏、CKM 相角 ϕ_2

Abstract

Charmonium resides in the transitional energy region between perturbative and non-perturbative Quantum Chromodynamics (QCD). In this energy region, phenomenological models based on QCD have successfully explained and predicted the properties of numerous charmonium states below the $D\bar{D}$ threshold, as well as their production and decay processes. However, since the Belle Collaboration discovered the first charmonium-like state with exotic properties, $X(3872)$, in 2003, a large number of charmonium-like particles (XYZ particles) have been experimentally observed above the $D\bar{D}$ threshold. The properties of these particles do not align well with the predictions of the quark model for the experimentally undiscovered $c\bar{c}$ states, suggesting that they might be exotic states permitted by QCD, such as charmonium hybrids, hadronic molecules, or multiquark states. Therefore, further experimental studies on the decay of charmonium and the search for new possible charmonium-like states will provide crucial experimental evidence for the research and development of QCD.

The $X(3872)$ has garnered widespread attention due to its mass being very close to the $D^{*0}\bar{D}^0$ threshold and its very narrow width. The hadronic molecular state model predicts the existence of heavy-quark spin symmetry partners with quantum numbers 0^{++} , 1^{++} , and 2^{++} for $X(3872)$ in the heavy-quark limit and also predicts the 0^{++} $D\bar{D}$ molecular state, denoted as $X(3700)$, has a mass around 3720 MeV. Using the BESIII data sample of 2.93 fb^{-1} accumulated at $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$, this paper searches for the scalar partner $X(3700)$ of the $X(3872)$ for the first time through the $\psi(3770)$ radiative decay $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$. No significant signal is observed, we establish upper limits on $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ ranging from 0.9 to 1.9×10^{-5} at the 90% confidence level, depending on the assumed mass of $X(3700)$. For most possible $X(3700)$ masses, the experimental results are lower than theoretical expectations. Assuming the chiral unitary theory predictions for $|g_{X,D^+D^-}|$ and $|g_{X,D_s^+D_s^-}|$ are reliable, our results constrain the coupling constant for $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ to $|g_{\eta\eta'}| < 1611 \text{ MeV}$ or 1066 MeV , compared to the theoretical prediction of $|g_{\eta\eta'}| = 1720 \text{ MeV}$. If this assumption does not hold, the experimental results can impose further constraints on the parameter space of the product $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}|$. Compared to the value of $2.09 \times 10^7 \text{ MeV}^2$ used in previous studies, this analysis requires $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}| < 1.96$ or $1.30 \times 10^7 \text{ MeV}^2$.

Besides, this paper also provides the yield of $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ including all possible intermediate states for the first time, which is no larger than 4.8×10^{-5} . As a spin partner of $X(3872)$, the $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ decay may exhibit isospin violation effects similar to those in the $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ decay. Therefore, this paper also searches

for the $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ process but don't observe significant signal. The upper limits of $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)$ at the 90% confidence level range from 0.9 to 3.4×10^{-5} . The experimental measurements can provide a reference for subsequent theoretical calculations on the properties and decays of $X(3700)$. For example, theorists can use the branching fraction of $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ to predict the branching fraction of $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$.

BESIII has accumulated a rich data sample in the energy region of 2 – 5 GeV. Utilizing these data samples can improve the experimental measurement of the cross sections of $e^+e^- \rightarrow$ light hadron final states, while also searching for charmonium and charmonium-like states from the variation of cross sections with center-of-mass energy. Using the BESIII data samples collected at center-of-mass energies ranging from 3.508 GeV to 4.951 GeV, this paper precisely measures the cross sections of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$. The cross section values range from 0.71 ± 0.20 pb to 7.46 ± 1.20 pb (uncertainties include both statistical and systematic), which are significantly lower than the Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model prediction of 45 – 75 pb. By fitting the cross sections, the power parameter describing the variation of cross sections with center-of-mass energy is obtained as $n = 4.35 \pm 0.14$, consistent with the NJL model prediction of $n = 3.5 \pm 0.9$ within uncertainties (uncertainties are from systematic uncertainties only). In calculating the $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ cross section, the NJL model only considered the mixing of η' flavor singlet and octet states without introducing form factors, and the obtained results roughly described the distribution of experimental data. The high precision measurement results of the $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ process provided in this paper require theorists to consider form factors in the NJL model calculations of $e^+e^- \rightarrow VP$ (Vector Pseudoscalar) cross sections and provide stronger constraints on the determination of form factors to improve the accuracy of the NJL model in calculating the cross sections of $e^+e^- \rightarrow VP$ processes in this energy region.

We also search for the charmless decay $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$, whose significance is below 2 standard deviations. The upper limit of $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ at the 90% confidence level is 2.3×10^{-5} , which does not contradict the predictions of the S -wave and D -wave mixing model ranging from 0.5 to 3.5×10^{-5} . This suggests that the S -wave and D -wave mixing mechanism may play an important role in explaining the “ $\rho\pi$ puzzle” in the decays of J/ψ , $\psi(2S)$, and $\psi(3770)$. This is also not contradiction with the theoretical prediction that $\psi(3770)$, with its large leptonic width of (0.262 ± 0.018) keV, is not a pure 1^3D_1 state of the $c\bar{c}$ system but a mixture of D -wave and S -wave states. However, the upper limit of the branching fraction obtained by the experiment is significantly lower than that calculated by the effective field theory considering the s-channel and t-channel rescattering of intermediate D , D^* mesons as well as OZI singly disconnected transition amplitude, $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta') = 3.8 \times 10^{-4}$. The upper limit of

$B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ obtained in this paper is on the order of 10^{-5} , and combined with previous experimental searches for charmless decays of $\psi(3770)$, provides important experimental input for understanding the non- $D\bar{D}$ decays of $\psi(3770)$.

In addition to presenting studies on charmonium decays conducted at BESIII experiment, this paper also includes research on CP violation in charmless decays of neutral B mesons at Belle II experiment. The measurement of CP violation in charmless decays of neutral B mesons can be used to extract the ϕ_2 angle in the CKM unitarity triangle. High-precision measurements of ϕ_2 enable stringent tests of the unitarity of the CKM triangle, thereby probing for potential signs of new physics. As a second-generation B -factory, the Belle II experiment is expected to accumulate a dataset 50 times larger than Belle (50 ab^{-1}). Such a substantial data sample will provide an ideal platform for studying CP violation in charmless decays of neutral B mesons and measuring ϕ_2 .

This paper uses the generic MC samples and all data collected at the $Y(4S)$ resonance peak from the Belle II experiment to study the sensitivity of CP violation parameters in $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ decays. Since $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ is a $b \rightarrow u\bar{u}d$ transition with a low branching fraction and involves the reconstruction of two broad ρ mesons and π^0 , the background is complex, and the efficiency is also very low. Additionally, we need to measure the polarization of ρ to extract the pure CP -even amplitude for measuring CP violation parameters. Based on this, we perform a multi-dimensional fit on six observables (ΔE , $M(\pi^\pm\pi^0)$, $\cos\rho^\pm$, and the output variable Tc for continuous background suppression) to extract the relevant physical parameters. Using 1 ab^{-1} of generic MC samples, we obtain the branching fraction $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-) = (\times \times \pm 0.14 \pm 0.15) \times 10^{-5}$, the longitudinal polarization fraction $f_L = \times \times \pm 0.016 \pm 0.003$, and the CP violation parameters $\mathcal{A}_{CP} = \times \times \pm 0.08 \pm_{-0.01}^{+0.04}$ and $S_{CP} = \times \times \pm 0.11 \pm 0.02$, where the first uncertainty is statistical and the second is systematic. This study utilized machine learning methods to further suppress continuum backgrounds. Compared to the luminosity normalized results from Belle and *BABAR*, the precision of S_{CP} , $\mathcal{A}_{CP}$ improved by 14%, 7% and 10%, 13%, respectively. The sensitivity study in this paper shows that with the Belle II data sample of 1 ab^{-1} , the precision of $\mathcal{A}_{CP}$ and S_{CP} improves by 20% and 27%, respectively, compared to the latest Belle measurement results.

Key Words: Charmonium, $X(3700)$, $\psi(3770)$ charmless decay, CP violation, CKM angle ϕ_2

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 粒子物理与标准模型	1
1.1.1 发展简介	1
1.1.2 基本框架	3
1.1.3 相互作用与媒介粒子	3
1.2 研究内容	6
1.2.1 粲偶素和类粲偶素物理	7
1.2.2 B 物理	11
1.3 论文选题意义与结构	23
第 2 章 BESIII 探测器和 Belle II 探测器	25
2.1 北京正负电子对撞机	25
2.2 北京谱仪 (BESIII)	28
2.2.1 工作原理	28
2.2.2 BESIII 结构	28
2.2.3 触发判选系统	35
2.2.4 在线数据获取系统	36
2.2.5 离线数据分析系统	36
2.3 SuperKEKB	38
2.4 Belle II 探测器	41
2.4.1 束流管	42
2.4.2 顶点探测器	42
2.4.3 中心漂移室	46
2.4.4 飞行时间计数器	47
2.4.5 环形切伦科夫计数器	49
2.4.6 电磁量能器	49
2.4.7 超导磁体	51
2.4.8 K_L^0 和 μ 子计数器	52
2.4.9 事例触发系统	54
2.4.10 在线数据获取系统	56
2.4.11 离线数据分析系统	56

第 3 章 通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$	57
3.1 背景介绍	57
3.2 数据样本和蒙特卡洛模拟	60
3.2.1 数据样本	60
3.2.2 蒙特卡洛样本	60
3.3 事例选择	61
3.3.1 初步筛选	61
3.3.2 最终筛选	61
3.4 本底分析	65
3.4.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$	65
3.4.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$	67
3.5 选择效率	72
3.5.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$	73
3.5.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$	74
3.6 信号提取	74
3.6.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$	74
3.6.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$	75
3.7 输入输出检查	82
3.8 系统误差	83
3.8.1 相加性系统误差	84
3.8.2 相乘性系统误差	84
3.8.3 系统误差总结	91
3.9 联合分支比上限估计	91
3.9.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$	94
3.9.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$	94
3.10 结果和讨论	98
第 4 章 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量和 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的寻找	101
4.1 背景介绍	101
4.2 数据样本和蒙特卡洛模拟	103
4.2.1 数据样本	103
4.2.2 蒙特卡洛样本	103
4.3 事例选择	105
4.4 本底分析	109
4.4.1 本底单举 MC 拓扑结构分析	109
4.4.2 ϕ 边带检查	112

4.4.3 η' 边带检查	114
4.4.4 数据和 MC 分布对比	114
4.5 选择效率	124
4.6 信号提取	126
4.7 截面测量	127
4.8 输入输出检查	134
4.9 系统误差	135
4.9.1 积分亮度	135
4.9.2 径迹重建效率	136
4.9.3 光子重建	136
4.9.4 η 重建	136
4.9.5 ϕ 、 η' 和 η 衰变的分支比	136
4.9.6 ϕ 候选者的质量窗口	136
4.9.7 η' 候选者的质量窗口	138
4.9.8 运动学拟合	138
4.9.9 信号形状	138
4.9.10 本底形状	140
4.9.11 拟合区间	141
4.9.12 非 ϕ 峰值本底	141
4.9.13 系统不确定性的联合	142
4.9.14 系统不确定性总结	143
4.10 分支比上限估计	143
4.11 结果和讨论	145
第 5 章 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程时间依赖的 CP 破坏参数的灵敏度研究	147
5.1 背景介绍	147
5.2 数据样本和蒙特卡洛模拟	149
5.2.1 数据样本	149
5.2.2 蒙特卡洛样本	149
5.3 事例重建和选择	150
5.3.1 hlt_hadron skim 介绍	150
5.3.2 信号 B^0 重建和事例初步选择	151
5.3.3 标记侧重建	152
5.3.4 标记侧 B^0 味道标记	153
5.3.5 连续本底压低	155
5.3.6 进一步选择和选择条件优化	158

5.3.7 最佳候选者选择	161
5.4 分支比和纵向极化率测量	168
5.4.1 峰状本底	168
5.4.2 信号 MC 的误组合	168
5.4.3 拟合模型	169
5.4.4 通用 MC 的拟合	170
5.4.5 基于重抽样的拟合检验	170
5.5 CP 破坏参数测量	178
5.5.1 分辨函数构造	178
5.5.2 运动学近似	180
5.5.3 标记侧 B^0 味道标记性能	183
5.5.4 信号 MC 的拟合	184
5.5.5 通用 MC 的拟合	184
5.6 系统误差	189
5.6.1 径迹重建效率	189
5.6.2 π^0 重建效率	189
5.6.3 粒子鉴别效率	190
5.6.4 $B\bar{B}$ 总数	190
5.6.5 $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ 的分支比	190
5.6.6 连续过程本底压低	190
5.6.7 最佳候选者选择	191
5.6.8 信号的误组合	193
5.6.9 $\tau^+\tau^-$ 本底数	194
5.6.10 峰状本底的分支比	194
5.6.11 信号形状和 $B\bar{B}$ 本底形状	194
5.6.12 信号 MC 统计量	196
5.6.13 拟合偏差	198
5.6.14 分辨函数	198
5.6.15 物理参数 $\Delta m_d, \tau_{B^0}$ 的不确定性	202
5.6.16 味道错误标记的比例	203
5.6.17 标记侧干涉	204
5.6.18 系统误差总结	204
5.7 结果和讨论	205
第 6 章 总结和展望	207
6.1 通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$	207
6.2 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量和 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的寻找	208
6.3 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 过程时间依赖的 CP 破坏参数的灵敏度研究	211

参考文献	217
附录 一 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果	231
附录 二 CSMVA 中使用的训练变量数据和 MC 分布对比	239
致谢	243
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果 ·	245

图目录

图 1-1 标准模型中的基本粒子	4
图 1-2 J/ψ 粒子的发现	7
图 1-3 粲偶素和类粲偶素能谱	9
图 1-4 $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的费曼图	13
图 1-5 在 $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ 平面上对么正三角形的限制	15
图 1-6 么正三角形在复平面上的表示	16
图 1-7 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的领头阶费曼图	16
图 1-8 $B^0 \rightarrow \pi\pi, \rho\rho$ 的费曼图	19
图 1-9 同位旋三角形关系	22
图 2-1 BEPCII 双储存环结构示意图	26
图 2-2 BESIII 探测器结构示意图	29
图 2-3 束流管横截面示意图	31
图 2-4 漂移室总体结构示意图	32
图 2-5 漂移室单元结构示意图	32
图 2-6 BESIII TOF 结构示意图	33
图 2-7 BESIII 电磁量能器晶体分布图	34
图 2-8 BESIII μ 子鉴别器使用的阻性板超层结构示意图	36
图 2-9 BESIII 触发判选逻辑示意图	37
图 2-10 BESIII 数据获取系统示意图	37
图 2-11 SuperKEKB 的示意图	39
图 2-12 KEKB (顶部) 和 SuperKEKB (底部) 的束流相交的示意图	40
图 2-13 Belle II 探测器结构示意图	41
图 2-14 束流管横截面示意图	43
图 2-15 VXD 示意图	43
图 2-16 左图是一个 PXD 模块以及支撑和冷却结构示意图	44
图 2-17 DEPFET 像素的横截面示意图	45
图 2-18 SVD 的纵向剖面示意图 (左图) 和 SVD 横向剖面示意图 (右图)	45
图 2-19 DSSD 探测单元的横截面示意图	46
图 2-20 CDC 结构示意图	47
图 2-21 CDC 的小单元丝室和丝的配置示意图	48
图 2-22 TOP 的概念图	48
图 2-23 TOP 和内部反射切伦科夫光子的示意图	49

图 2-24 ARICH 的原理示意图 (左) 和结构示意图 (右)	50
图 2-25 HAPD 的示意图 (左) 和实物照片 (右)	50
图 2-26 KLM 结构示意图	52
图 2-27 KLM 桶部使用的 RPC 超层结构示意图	53
图 2-28 KLM 端盖中闪烁体排布示意图 (左) 和闪烁光探测示意图 (右)	53
图 2-29 Belle II 触发判选逻辑示意图	55
图 2-30 Belle II 数据获取系统示意图	56
图 3-1 LQCD 预言的强子能谱和实验结果的对比	57
图 3-2 $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ 的过程 $D\bar{D}$ 不变质量谱	58
图 3-3 信号 MC 中两个光子的能量二维分布	62
图 3-4 数据、信号 MC 和本底 MC 的 χ^2_{5C} 分布和 FOM 优化结果	63
图 3-5 末态粒子的动量分布和轻子对在 EMC 中沉积能量分布	63
图 3-6 电子和 μ 道的数据和 MC 的 χ^2_{4C} 分布和 FOM 优化结果	64
图 3-7 $\gamma\gamma$ 的不变质量谱	65
图 3-8 $\gamma\gamma$ 的不变质量谱 (左图) 和 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱 (右图)	66
图 3-9 $\gamma\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱	67
图 3-10 修正后的 $\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-$ 不变质量分布	68
图 3-11 电子道和 μ 道的 $\cos\theta_\gamma$ 分布及其优化结果	69
图 3-12 $\ell^+\ell^-$ 的不变质量分布以及 FOM 优化结果	70
图 3-13 电子道 (左图) 和 μ 道 (右图) 的 $\pi^+\pi^-$ 夹角分布	71
图 3-14 电子道 (a, b) 和 μ 道 (c, d) χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 的二维分布	71
图 3-15 电子道 (左图) 和 μ 道 (右图) χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 的二维 FOM 优化结果	72
图 3-16 μ^+ (左图), μ^- (右图) 候选者分别在 MUC 中击中深度的分布	72
图 3-17 不同 $X(3700)$ 质量假设下信号 MC 效率分布	74
图 3-18 $\eta\eta'$ 的不变质量分布	75
图 3-19 信号 MC 的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维分布	76
图 3-20 信号 MC $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果	77
图 3-21 信号 MC $M(\eta\eta')$ 的拟合结果	78
图 3-22 数据的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维分布	79
图 3-23 电子道和 μ 道的 $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 二维分布	80
图 3-24 $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的二维分布	81
图 3-25 对电子道和 μ 道 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 分布的联合拟合	82
图 3-26 基于 Toy MC 的 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的联合拟合	83
图 3-27 使用 Toy MC 得到的分支比的 Pull 分布	83
图 3-28 控制道中电子道 (左图) 和 μ 道 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的拟合结果 ..	85
图 3-29 控制道中数据 (左图) 和信号 MC (右图) $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果 ..	87

图 3-30 控制道中数据（左图）和信号 MC（右图） $M(\eta\eta')$ 的拟合结果 ..	88
图 3-31 控制道中电子道和 μ 道 $M(\ell^+\ell^-)$ 的拟合结果	89
图 3-32 控制道中电子道和 μ 道数据和 MC 的 $\cos\theta_\gamma$ 分布	90
图 3-33 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 过程似然函数的分布	93
图 3-34 控制道和信号道数据中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果	95
图 3-35 分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta')$ 在 90% C.L. 下的上限值	95
图 3-36 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程似然函数的分布	97
图 4-1 NJL 模型预言的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的玻恩截面	101
图 4-2 衰变道 I 中好光子数分布	106
图 4-3 衰变道 II 中好光子数分布	106
图 4-4 衰变道 I 中 χ_{4C}^2 的分布（左图）和 FOM 优化的结果（右图）	107
图 4-5 衰变道 II 中 χ_{5C}^2 的分布（左图）和 FOM 优化的结果（右图）	107
图 4-6 衰变道 I 和 II 中 $M(K^+K^-)$ 分布	108
图 4-7 衰变道 I 和 II 中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 分布	109
图 4-8 不同质心系能量下 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 在的分布	112
图 4-9 衰变道 I 和 II 中 K^+K^- 的不变质量分布	113
图 4-10 衰变道 I 和 II 中 η' 边带区域内的事例在 $M(K^+K^-)$ 谱中的分布 ..	114
图 4-11 $\gamma\pi^+\pi^-$ （左图）和 $\eta\pi^+\pi^-$ （右图）的不变质量分布的拟合结果 ..	115
图 4-12 衰变道 I 中末态粒子的动量分布	116
图 4-13 衰变道 II 中末态粒子的动量分布	117
图 4-14 衰变道 I 中末态粒子的 $\cos\theta$ 分布	118
图 4-15 衰变道 II 中末态粒子的 $\cos\theta$ 分布	119
图 4-16 衰变道 I 中末态粒子的 ϕ 角分布	120
图 4-17 衰变道 II 中末态粒子的 ϕ 角分布	121
图 4-18 衰变道 I 中末态粒子在螺旋度系下 $\cos\theta$ 分布	122
图 4-19 衰变道 II 中末态粒子在螺旋度系下 $\cos\theta$ 分布	123
图 4-20 衰变道 I 中 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量分布	124
图 4-21 $M(K^+K^-)$ 与 $M(\gamma(\eta)\pi^+\pi^-)$ 二维散点图	126
图 4-22 $\gamma\pi^+\pi^-$ （左图）和 $\eta\pi^+\pi^-$ （右图）的不变质量分布的拟合结果 ..	127
图 4-23 ISR 迭代过程中效率的变化趋势和迭代后 Dressed 截面拟合结果 ..	131
图 4-24 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的 Dressed 截面及不同假设下的拟合结果	132
图 4-25 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程两个道加权平均之后的 Dressed 截面和拟合结果 ..	133
图 4-26 参数 $B_{\phi\eta'}$ 和 Φ 的二维扫描结果	134
图 4-27 使用 Toy MC 进行输入输出检查得到的 Pull 分布	135
图 4-28 控制道数据和信号 MC 中 $M(K^+K^-)$ 的拟合结果	137
图 4-29 控制道中数据和信号 MC 中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果	139

图 4-30 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 处 $\gamma\pi^+\pi^-$ 和 K^+K^- 的二维不变质量谱拟合结果	142
图 4-31 似然函数随 $B_{\phi\eta'}$ 的分布图	145
图 5-1 $B \rightarrow \pi\pi$ 过程的同位旋三角形	148
图 5-2 B_{sig}^0 和 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 顶点拟合和约束的示意图	153
图 5-3 基于类别的味道标记算法的示意图	155
图 5-4 连续过程和 $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 的拓扑结构对比	156
图 5-5 CSMVA 输入变量的相关性	158
图 5-6 训练和测试样本的过拟合图	160
图 5-7 CSMVA 输出的 ROC 曲线	160
图 5-8 信号 MC, 通用 MC 的 M_{bc} (左图) 和 ΔE (右图) 分布图	161
图 5-9 信号 MC 和通用 MC 的 CSMVA 输出分布	163
图 5-10 ρ^+ (a) 和 ρ^- (b) 衰变的 π^0 的动量分布以及优化结果 (c)	163
图 5-11 π^0 两个光子的 beamBackgroundSuppressionScore 分布	164
图 5-12 π^0 两个光子的 fakePhotonSuppressionScore 分布	165
图 5-13 π^+ (a) 和 π^- (b) 的二元 PID 分布以及优化结果 (c)	166
图 5-14 纵向极化和横向极化信号 MC 样本中事例的候选者数量分布	167
图 5-15 通用 MC 样本中 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 过程拟合变量的分布	167
图 5-16 1 ab^{-1} 通用 MC 样本的拟合结果	171
图 5-17 Bootstrap 得到的拟合参数的 Pull 分布	173
图 5-18 拟合参数之间的关联系数	174
图 5-19 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC ΔE 和 T_c 的对比	175
图 5-20 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC $\cos\rho^+$ 和 $M(\pi^+\pi^0)$ 的对比	176
图 5-21 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC $\cos\rho^-$ (a) 和 $M(\pi^-\pi^0)$ 的对比	177
图 5-22 不同 $ q_r $ 区间信号 MC 样本的 $\sigma_{\Delta t}$ 拟合	179
图 5-23 不同 $ q_r $ 区间信号 MC 样本的分辨函数拟合	181
图 5-24 信号 MC 事例 Δt 拟合结果	185
图 5-25 1 ab^{-1} 通用 MC 样本的拟合结果	186
图 5-26 1 ab^{-1} 带权重的通用 MC Δt 的拟合结果	187
图 5-27 Bootstrap 得到的 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的 pull 分布	189
图 5-28 $\pi^\pm$ 的 PID 的数据与 MC 效率比	190
图 5-29 不同 CSMVA 选择条件下数据中 ΔE 拟合结果	191
图 5-30 不同 CSMVA 选择条件下信号 MC 中 ΔE 拟合结果	192
图 5-31 做没做最佳候选者选择下数据 ΔE 拟合结果	193
图 5-32 做没做最佳候选者选择下信号 MC 中 ΔE 拟合结果	193
图 5-33 数据 (左) 和信号 MC (右) 中 ΔE 拟合结果	194
图 5-34 数据 (左) 和信号 MC (右) 中 $M(\pi^-\pi^0)$ 拟合结果	195

图 5-35 数据 (左) 和信号 MC (右) 在 ρ 的边带区域中 ΔE 拟合结果 ..	197
图 5-36 数据和信号 MC 在 ΔE 边带区域中 $M(\pi^-\pi^0)$ 拟合结果	197
图 5-37 不同 $ q\bar{q} $ 区间控制道信号 MC 样本的分辨函数拟合	199
图 5-38 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 数据样本的 ΔE 拟合	201
图 5-39 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 数据中加了权重的 Δt 分布中相反味道事例的拟合 ·	201
图 5-40 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 数据中加了权重的 Δt 分布中相同味道事例的拟合 ·	203
图 6-1 不同分支比和相角下最佳取数能量点的分布	210
图 6-2 两个取数能量点不同亮度分配下分支比的相对误差分布	210
图 6-3 Belle II 取数计划	214
图 6-4 利用 $B \rightarrow \rho\rho$ 系统扫描 ϕ_2 在不同置信水平下的分布	215
附图 1-1 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-1	231
附图 1-2 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-2	232
附图 1-3 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-3	233
附图 1-4 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-4	234
附图 1-5 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-1	235
附图 1-6 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-2	236
附图 1-7 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-3	237
附图 1-8 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果-4	238
附图 2-1 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较-1	239
附图 2-2 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较-2	240
附图 2-3 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较-3	241

表目录

表 1-1 四种相互作用的强度, 范围以及对应的媒介粒子	4
表 2-1 BEPCII 主要参数	27
表 2-2 BESIII 探测器的性能参数	30
表 2-3 BESIII 超导磁体基本参数	35
表 2-4 KEKB 和 SuperKEKB 基本参数的对比	39
表 2-5 Belle II 探测器的性能参数	42
表 2-6 CDC 主要参数	47
表 2-7 Belle II 超导螺线管主要参数	51
表 2-8 多种物理过程的预期截面以及触发率	54
表 3-1 $q\bar{q}$ MC 经过筛选之后剩余的主要衰变过程	66
表 3-2 $q\bar{q}$ MC 经过上述所有选择之后剩余的主要衰变过程	68
表 3-3 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程, 信号 MC 效率随选择条件的变化	73

表 3-4 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程, 信号 MC 效率随选择条件的变化	73
表 3-5 $\pi^+, \pi^-, e^+, e^-, \pi^+, \pi^-, \mu^+, \mu^-$ 的螺旋线修正参数	85
表 3-6 螺旋线参数修正前后的信号 MC 效率和系统误差	86
表 3-7 电子道和 μ 道螺旋线参数修正前后的信号 MC 效率和系统误差	90
表 3-8 分支比测量的相乘性系统误差的总结	91
表 3-9 似然函数中 N_{s+b} 、 N_b 、 ϵ 和 b 的取值	92
表 3-10 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 的上限	94
表 3-11 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 的上限	98
表 4-1 分析中所用数据样本的相关信息介绍	104
表 4-2 衰变道 I 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2010 年) 主要残留本底道	110
表 4-3 衰变道 I 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2011 年) 主要残留本底道	110
表 4-4 衰变道 II 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2010 年) 主要残留本底道	110
表 4-5 衰变道 II 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2011 年) 主要残留本底道	111
表 4-6 衰变道 I 中 $q\bar{q}$ 样本在 $M(K^+K^-)$ 等于 1 GeV 处残留的本底道	111
表 4-7 衰变道 II 中 $q\bar{q}$ 样本在 $M(K^+K^-)$ 等于 1 GeV 处残留的本底道	111
表 4-8 衰变道 I 中信号 MC 效率以及单举 MC 本底数随选择条件的变化	125
表 4-9 衰变道 II 中信号 MC 效率以及单举 MC 本底数随选择条件的变化	125
表 4-10 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面测量结果, 假设没有 $\psi(3770)$ 贡献	129
表 4-11 π^+, π^-, K^+, K^- 的螺旋线修正参数	138
表 4-12 信号形状引起的系统不确定性	140
表 4-13 衰变道 I 不同拟合区间的拟合结果	141
表 4-14 衰变道 II 不同拟合区间的拟合结果	141
表 4-15 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面测量中的系统不确定性总结	144
表 5-1 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 相关测量结果和世界平均值	149
表 5-2 研究峰状本底使用到的衰变道、分支比、产生总数以及产生模型	151
表 5-3 hlt_hadron skim 对不同过程的选择效率	151
表 5-4 用于 CSMVA 训练的变量总结	159
表 5-5 选择条件优化总结	162
表 5-6 对 Δt 进一步要求	162
表 5-7 峰状本底的效率、分支比、估计的本底事例数、类型	169
表 5-8 拟合模型总结	170
表 5-9 通用 MC 样本的参数拟合结果	172
表 5-10 B 和 f_L 的拟合偏差	172
表 5-11 信号 MC 样本的分辨函数拟合结果	182
表 5-12 从 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 和 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 样本中提取的味道标记相关参数	183
表 5-13 1 ab^{-1} 通用 MC 的参数拟合结果	188

表 5-14 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的拟合偏差	188
表 5-15 动量和角度依赖的且包含系统误差的 π^0 效率修正因子	189
表 5-16 控制道 $B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+ (\pi^0)) \rho^-$ 的事例选择条件总结	192
表 5-17 拟合偏差造成的系统误差	198
表 5-18 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi_f^+$ 控制道的事例选择条件总结	200
表 5-19 控制道信号 MC 样本的分辨函数拟合结果	202
表 5-20 分辨函数引入的系统误差	203
表 5-21 参数 Δm_d , τ_{B^0} 引入的系统不确定性	203
表 5-22 每个 $ q_f $ 区间内味道错误标记的参数	204
表 5-23 味道错误标记参数引入的系统误差	204
表 5-24 B 、 f_L 、 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 测量中的系统误差总结	205
表 5-25 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 的测量结果和其它测量以及世界平均值的对比	206
表 6-1 $B \rightarrow \rho \rho$ 系统同位旋分析测量 ϕ_2 用到的实验输入量	214

符号列表

缩写

QCD	Quantum Chromodynamics
LQCD	Lattice Quantum Chromodynamics
QED	Quantum Electrodynamics
NJL	Nambu-Jona-Lasinio
PDG	Particle Data Group
OZI	Okubo-Zweig-Iizuka
GIM	Glashow-Iliopoulos-Maiani
CKM	Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
BEPC	Beijing Electron Position Collider
BES	Beijing Spectrometer
MDC	Multilayer Drift Chamber
TOF	Time-Of-Flight
EMC	Electromagnetic Calorimeter
SSM	Superconducting Solenoid Magnet
MUC	Muon Identifier
RPC	Resistive Plate Chamber
BOSS	BESIII Offline Software System
MC	Monte Carlo
BOOST	BESIII Object Oriented Simulation Tool
VXD	Vertex Detector
PXD	Pixel Vertex Detector
SVD	Silicon Vertex Detector
CDC	Central Drift Chamber
TOP	Time-of-Propagation
ARICH	Aerogel Ring Imaging Cherenkov Detector
ECL	Electromagnetic CaLorimeter
KLM	K_L^0 Muon Detector
ISR	Initial State Radiation
FSR	Final State Radiation
STCF	Super Tau-Charm Factory

第1章 引言

1.1 粒子物理与标准模型

1.1.1 发展简介

粒子物理学的发展离不开人类对物质世界本源的思考，从人类文明诞生之际到现在，我们对这个物质世界的构成和运行规律的探究从未停止。先秦时期的《易经》中首次就物质起源提出了五行说，包括金、木、水、火、土五种元素，它们之间相互制约、相生相克。五行说反映了古代中国人对自然界万物之间的相互作用关系和变化规律的一种理解。随着时间的发展，人们的认知又有了进一步的提升。大约在公元前四世纪，古希腊哲学家德谟克利特提出了“原子” (atomos) 的概念。这一概念对后世的自然哲学和科学发展产生了深远的影响，特别是对于原子结构和物质组成的理解。原子论也为现代原子物理学的发展奠定了基础，对于人类对世界本质的认识有着重要的贡献。

随着科学的进一步发展，特别是西方的文艺复兴之后，人们开始通过实验分析认识世界。凭借越来越科学的方法，人类对构成物质世界的最小单元有了越来越深刻的认识。到了19世纪初，道尔顿提出了具有现代意义的原子论。他认为原子是不可分割的基本粒子，具有固定的质量和特定的化学性质，化学反应只是原子的重新组合，原子本身不会被创建或销毁。在这之后关于原子结构的研究，涌现出了越来越多有趣的实验结果。1897年，英国科学家 Joseph John Thomson 在真空管阴极射线实验中发现了电子^[1]。原子一般是不带电的，但是在原子中发现了电子，说明原子应该还包含带正电的东西，使得原子整体不带电。

为了弄清楚原子的结构，英国科学家 Ernest Rutherford 于1911年通过阿尔法粒子 (α) 轰击金箔，证明了原子中除了电子还有一个很小的致密的核，称之为原子核^[2]。1913年，丹麦科学家 Niels Bohr 在核式模型的基础上提出原子内电子的运动规律，解释了原子是如何稳定存在的^[3]。到了1914年，Ernest Rutherford 用阿尔法粒子 (α) 轰击氢原子，得到了带正电的阳离子^[4]。由于它的电荷和质量都是一个单位，他推测该阳离子就是与阴极射线相对的阳极射线，Ernest Rutherford 将它命名为质子。1932年，英国科学家 James Chadwick 用 α 粒子轰击铍，再用铍产生的穿透力极强的射线轰击氢、氮，结果打出了氢核和氮核，他把这种穿透力极强的射线命名为中子^[5]。至此，人们开始普遍接受原子核是由质子和中子组成的，质子与中子也统称为核子。

发现中子后，人们开始意识到自然界仅有的万有引力和电磁力无法使得原子核保持稳定。科学家们开始怀疑会不会存在第三种力。1935年，日本科学家 Yukawa Hideki 提出了“交换粒子”的概念，作为新相互作用理论的基本概念^[6]。他认为，这种交换粒子的质量介于电子和质子之间，约为电子质量的200倍，质子质量的1/7左右，他预言的这种粒子后来被称为介子。1936年，美国科学家 Carl David Anderson 在宇宙线中发现一种比电子约重207倍的粒子^[7]，当时误认

为就是介子，后来发现这种粒子其实并不参与强相互作用而是一种轻子，所以改名为 μ 子。1947 年，英国物理学家 Cecil Frank Powell 在研究宇宙线的时候发现了 Yukawa Hideki 所预言的介子，被命名为 π 介子^[8,9]。

1947 年之前，人们只发现了电子、质子等很少的“粒子”，并且称它们为“基本粒子”。1947 年，英国科学家 George Rochester 和 Clifford Butler 在宇宙线实验中发现了 V 粒子 (K 介子)^[10]。由于它们产生很快，衰变却很慢，理论上无法解释它们。1953 年，美国科学家 Murray Gell-Mann 用一个量子数——奇异数成功地解释了这一特性^[11]。为了为了克服宇宙线流太弱的限制，科学家们开始建造更高能量和流强的粒子加速器。之后凭借大量新型的探测技术，实验上发现了越来越多的新粒子。

虽然实验上发现了很多新粒子，如何统一描述它们并对其分类成为了另一个重要难题。1961 年，Murray Gell-Mann 在奇异数守恒定律的基础上将对称性运用于基本粒子的分类，即 $SU(3)$ 对称性。他和以色列物理学家 Yuval Ne'eman 各自独立地提出了强作用对称性理论——八正法^[12,13]，按照这一方法，把有相近性质的强作用基本粒子分成一个个的族，并认为每个族成员应有 8 个。1964 年，Murray Gell-Mann 和 George Zweig 在强子分类八正法的基础上分别提出了更复杂的夸克模型^[14,15]。夸克模型认为强子是由更基本的单元——夸克 (quark) 组成的。夸克带有分数电荷，例如： $+2/3$ 或 $-1/3$ 。最初认为存在三种夸克，分别是上夸克 (u)、下夸克 (d) 和奇异夸克 (s)。根据夸克模型，Murray Gell-Mann 预言了实验上尚未发现的新粒子，它的电荷是 -1 ，奇异数是 -3 ，质量为 1680 MeV 。1964 年，在氢气泡室实验中观测到了 Murray Gell-Mann 预言的新粒子，称为 Ω^- ，并测得其质量为 $(1672.45 \pm 0.29) \text{ MeV}$ ^[16]，与理论的预言符合很好。

尽管夸克模型在描述强子结构上取得了重要突破，但物理学家们仍在进一步探索物质的微观结构。根据泡利不相容原理，费米子，例如 $\Omega^- (sss)$ ，的总波函数是反对称的，但是现在空间波函数、自旋波函数、味道波函数都是对称的，很明显这一现象违反了泡利不相容原理。为了解决这个问题，1964 年美国科学家 Oscar Wallace Greenberg 引入了一种新的自由度——“颜色” (color)^[17]。这样，每味夸克就有三种颜色分别是红、绿和蓝，保证了颜色波函数的反对称性。为了解释弱作用中不存在奇异数改变的中性流，1970 年 Sheldon Lee Glashow, Jean Iliopoulos 和 Luciano Maiani 等人提出了存在第四种夸克——粲夸克^[18]。1973 年 Kobayashi Makoto 和 Toshihide Maskawa 将强子弱流的结构推广到包含三代夸克的情况，引入了底夸克 (b) 和顶夸克 (t)^[19]。截至目前这些夸克都已经被实验观测到，粲夸克于 1974 年被美国华裔科学家丁肇中 (Samuel Chao Chung Ting) 与美国科学家 Burton Richter 在实验上分别独立发现^[20,21]；底夸克于 1977 年被美国物理学家 Leon Max Lederman 发现^[22]；顶夸克最终在 1995 年被美国费米实验室的 CDF 和 DØ 合作组发现^[23,24]。至此，科学家们相信所有的夸克已经找到。

经过前面无数人的努力，粒子物理在二十世纪中期迎来了重大发展，一个全新的理论模型——标准模型的雏形也逐渐显现出来。第一个重要的工作就是杨振

宁和米尔斯在 1954 年提出的 Yang-Mills 理论 (又称规范场理论)^[25], 但是在应用到弱相互作用以及强相互作用研究时遇到了问题, 因为它无法解释规范玻色子质量来源。1961 年, Sheldon Lee Glashow 提出了弱电统一模型, 但是依然没有解决零质量规范粒子的问题^[26]。1964 年, Peter Higgs 提出了希格斯机制, 引入了希格斯粒子, 希格斯粒子存在真空自发破缺, 规范对称性破缺之后和希格斯场耦合使得规范玻色子获得质量^[27-29]。1967 年, Steven Weinberg 和 Abdus Salam 在 Sheldon Lee Glashow 弱电统一原始模型的基础上, 通过引入希格斯机制发展和完备了弱电统一规范理论^[30,31]。弱电统一理论的预言与实验符合得很好, 它所预言的中间玻色子 $W^\pm$ 和 Z^0 在 1983 年被欧洲核子中心的实验观测到, 它们的质量与主要性质都和理论预言符合得相当好^[32,33]。至此标准模型开始逐步建立起来。

1.1.2 基本框架

标准模型是基于一类特殊连续对称性构造出来的量子场论, 这种连续对称性包括规范不变性和洛伦兹不变性。从微观层面的动力学来看, 标准模型统一了三种基本相互作用力: 电磁相互作用、弱相互作用和强相互作用。这三种相互作用的传播都是通过交换自旋为 1 的规范玻色子, 包括光子、 $W^\pm$ 、 Z^0 和胶子。图1-1展示了标准模型中所有基本粒子以及它们各自的性质。其中包括三代夸克和轻子, 它们都是自旋 1/2 的费米子, 四个自旋为 1 的规范玻色子, 和一个自旋是 0 的标量粒子, 希格斯粒子。每一个费米子都有自己对应的味道相反的反粒子, 三代费米子的质量存在等级差异, 从左到右质量越来越大 (不考虑中微子, 标准模型中中微子质量为零), 质量从最轻的电子 511 keV 横跨 MeV 一直到最重的 t 夸克, 质量达到 172.8 GeV^[34]。第一代费米子基本上构成了所有的可见物质, 剩下两代质量更高的费米子由于很不稳定, 在产生后很快就会衰变成稳定的第一代费米子。

标准模型最显著的成功之一在于其预言了希格斯粒子的存在, 这是标准模型中唯一的标量粒子。在标准模型中, 规范玻色子与费米子通过与希格斯场的耦合获得质量, 因此希格斯粒子在理论框架中具有核心地位。寻找希格斯粒子成为粒子物理学界长期的研究目标。自希格斯机制提出后, 经过几十年的实验探索, 欧洲大型强子对撞机的 ATLAS^[36] 和 CMS^[37] 实验组于 2012 年 7 月 4 日共同宣布发现了一个质量约为 125 GeV 的新粒子—希格斯粒子。这一发现标志着标准模型预言的全部基本粒子均得到实验验证, 奠定了标准模型作为二十世纪物理学最重要理论之一的地位。

1.1.3 相互作用与媒介粒子

想要由上面提到的基本粒子构成物质世界, 还需要存在相互作用, 把这些微观粒子联系起来。表1-1中展示了自然界已知的四种相互作用, 包括相互作用强度、作用范围和媒介粒子。

相互作用的范围反比于媒介粒子的质量, 可以理解为媒介粒子越重, 速度越

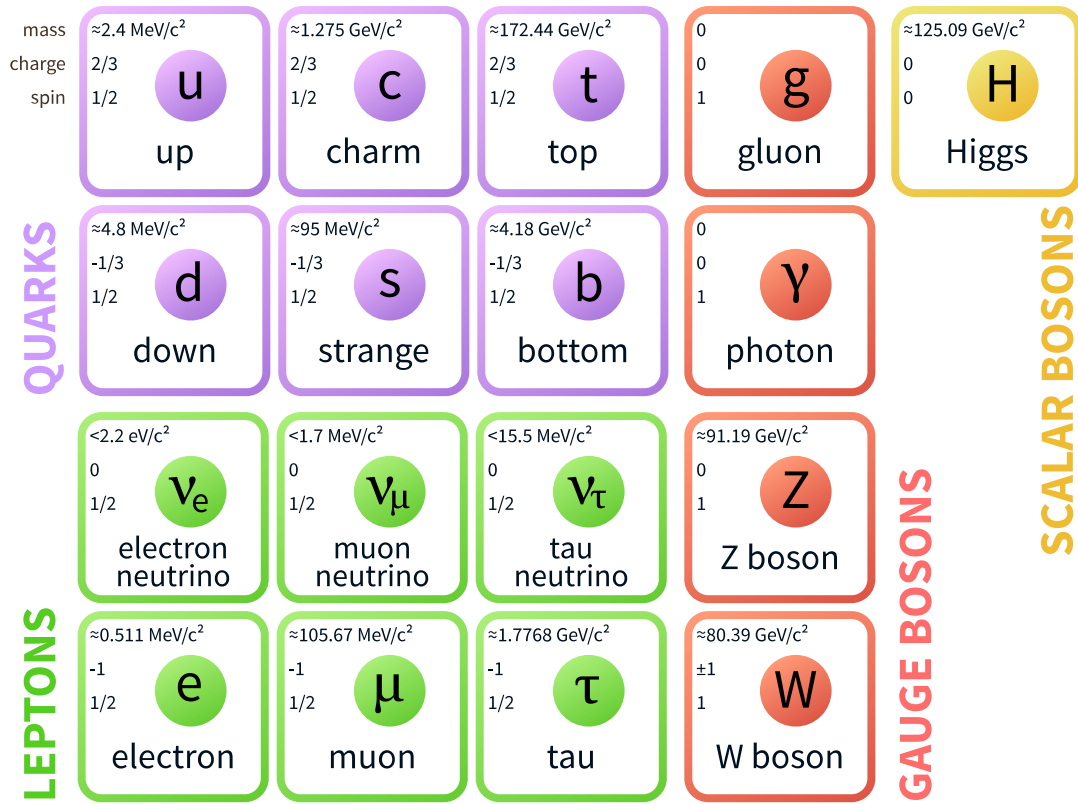


图 1-1 标准模型中的基本粒子^[35]。

Figure 1-1 Particles in the standard model^[35].

表 1-1 四种相互作用的强度，范围以及对应的媒介粒子。参考能标为 $m_N \sim 1 \text{ GeV}$ ^[38]。

Table 1-1 The intensity, range and corresponding media particles of the four interactions.

The reference energy is $m_N \sim 1 \text{ GeV}$ ^[38].

类别	作用强度	作用范围 (米)	媒介粒子
引力相互作用	10^{-38}	∞	引力子? (G)
弱相互作用	10^{-5}	10^{-18}	$W^\pm, Z^0$
电磁相互作用	$1/137$	∞	光子 (γ)
强相互作用	1	10^{-15}	胶子 (g)

小, 传递相互作用的有效范围就越短。对于强相互作用, 胶子的质量是 0, 按照上面说的, 作为用范围应该是无穷大。但是, 考虑到强相互作用的动力学性质, 有效的作用范围基本在质子直径量级 (大约 $1.7 \text{ fm}^{[39]}$)。这也恰好对应于 π 介子的质量, 因此 π 介子可以认为是强相互作用中有效的媒介粒子, 这其实就是前面提到的 Yukawa 理论^[6]。

夸克、轻子和光子之间的电磁相互作用由量子电动力学 (QED) 描述, 它是基于阿贝尔的 $U(1)$ 对称群建立的, 表明在 $U(1)$ 的转动变换下, 系统的拉格朗日量保持不变。对于弱相互作用, 对称群是非阿贝尔的 $SU(2)_L$ 群, 下标 L 代表左手, 表明参与弱相互作用的是左手费米子。左手费米子是弱相互作用同位旋二重态, 而右手费米子场是同位旋单态。根据 Yang-Mills 理论, 相互作用若存在定域的 $SU(2)$ 规范不变性, 必须存在 3 个无质量的传递相互作用的非阿贝尔规范场, $W_\mu^+, W_\mu^-, W_\mu^0$ ^[25]。对于 W_μ^0 可以耦合到右手费米子场, 参与到弱中性流。这和光子场 A_μ 参与电磁相互作用有相似之处, 所以 W_μ^0 可以认为是电磁相互作用和弱相互作用统一的结果。这个统一的相互作用就是 Sheldon Lee Glashow、Steven Weinberg 和 Abdus Salam 在 1967 年提出的弱电统一理论, 它是基于 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 对称群, 下标 Y 代表弱超荷, $Y = 2(Q - I_3)$ ^[26,30,31]。除了带电的 $W^\pm$ 规范场之外, 还需要一个中性的规范场 B_μ^0 与 $U(1)_Y$ 对称群联系起来。在弱电理论中, 为了保证规范不变性, 规范场都是无质量的, 质量是通过希格斯机制获得的。但是规范场获得质量后, 中性场 B_μ^0 、 W_μ^0 都不是质量本征态, 因此正确的光子场 A_μ , Z 玻色子场 Z_μ 是两个中性场相互正交的线性组合,

$$A_\mu = \cos\theta_W B_\mu + \sin\theta_W W_\mu^0, \quad Z_\mu = -\sin\theta_W B_\mu + \cos\theta_W W_\mu^0. \quad (1-1)$$

其中 θ_W 是 Weinberg 角, 它可以由 W 规范场和左手费米子二重态的耦合强度 g , 以及 B_μ^0 规范场和左手、右手费米子单态的耦合强度 g' 定义, $g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W = e$, e 是单位电荷^[40]。

前面提到规范场是无质量的, 获得质量是通过希格斯机制^[27-29,41]。希格斯机制引入了一个复标量场, 对应一个自旋为 0 的粒子, 希格斯粒子。这个标量场具有全局的规范对称性, 但是真空期望值不是 0, 因此会破坏局域的规范对称性。通过自发对称性破缺, 对称性从 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 破缺到 $U(1)_{EM}$, 由此 $W^\pm$ 、 Z^0 玻色子获得了质量, 同时费米子通过与希格斯场的 Yukawa 耦合也获得了质量。

强相互主要体现在强子内部的强力, 它们把夸克紧紧束缚在强子内部, 所以自然界没有单独存在的夸克。描述强相互作用的理论是量子色动力学 (QCD), 它是基于非阿贝尔的 $SU(3)_c$ 对称群建立的, 下标 c 代表前面提到的颜色自由度。与电磁场的传播子光子不同的是, 胶子携带颜色, 因此胶子存在自相互作用, 这是 QCD 存在渐近自由的本质原因。对于 $SU(3)_c$ 群来说, 存在 $3^2 - 1$ 个独立的生成元, 构成颜色八重态。对于强子来说都是颜色单态, 例如介子, 包含一对夸克, 其中一个夸克是什么颜色, 另一个夸克一定是相反的颜色。前面提到胶子的自相互作用是 QCD 存在渐近自由的根本原因, 是因为 QCD 拉式量中三胶子耦

合项在计算 β 函数时候的贡献会导致耦合常数前面的系数恒定为负，这里 β 函数是跑动耦合常数 $g(t)$ 的函数。这里的渐近自由具体指的是随着相互作用转移动量的增大，耦合强度在减小^[42,43]。这导致在高能区，耦合常数很小，理论上可以进行微扰计算。但是在低能区，耦合常数很大，微扰展开是失效的，这给低能区的 QCD 相关计算带来了很大困难。

最后把弱电理论与 QCD 统一起来，就得到了标准模型，它是基于 $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 对称性建立的。

1.2 研究内容

介绍完粒子物理的发展历程和相关基础知识之后，这一节主要介绍本文的研究内容，并根据研究内容的不同分别介绍相关的背景知识。

如第1.1节所述，粲夸克与底夸克的发现为粒子物理研究提供了重要窗口。本研究聚焦于粲夸克与底夸克相关物理，对于粲夸克本文主要研究正反粲夸克对形成的束缚态，又称为粲偶素。理论上，六种夸克均可形成夸克偶素，但由于顶夸克质量过高（约 173 GeV）且寿命极短（约 10^{-24} s^[34]），目前物理学界普遍认为它没有足够的时间形成束缚态。但是仍有理论工作探讨顶夸克偶素在大型强子对撞机（LHC）^[44] 及未来正负电子对撞机（CEPC）^[45] 上的可能产生机制。粲偶素的研究意义在于其能标处于 QCD 微扰与非微扰理论的过渡区域，这对理解低能 QCD 行为至关重要。虽然传统夸克模型中的强子仅包含夸克-反夸克构成的介子或三个夸克构成得重子，但是 QCD 允许更复杂的强子结构，如四夸克态、五夸克态、混杂态及强子分子态等。由于粲夸克质量显著高于轻味夸克（u, d, s），粲偶素在实验上表现出与轻强子不同的特性。因此，通过分析含粲偶素的衰变过程，可为探索新型强子结构提供重要途径，这是本文研究的主要课题。

除了粲夸克偶素还有更重的底夸克偶素，由于其位于 QCD 的微扰能区可以进行微扰计算，理论上对底夸克偶素能谱的计算和实验观测符合得很好。但是对于只包含一个底夸克的底（ B ）介子，实验上还有很大的研究空间。其中一个研究方向就是 B 介子衰变中电荷共轭—宇称反演（ CP ）联合对称性破缺的测量，最早是 *BABAR*^[46] 和 *Belle*^[47] 实验对 B 介子衰变中的 CP 破坏进行了系统研究。该研究对标准模型中 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa（CKM）夸克混合机制的确立起了关键作用，关于夸克混合机制在第1.2.2.2节详细介绍。*Belle* 实验于 2010 年结束取数，新一代的 *Belle II* 实验于 2019 年开始物理取数，预计采集比 *Belle* 实验大 50 倍的数据样本。尽管 *BABAR* 和 *Belle* 实验已经对 B 介子衰变中的 CP 破坏进行了大量测量，但受限于统计量，部分测量精度依然较低，特别是 CKM 幺正三角形相角的测量。利用 *Belle II* 更大的数据样本，对 B 介子衰变中的 CP 破坏进行更高精度、更全面的实验研究、提升 CKM 幺正三角形相角的测量精度，将有助于进一步检验标准模型、间接寻找超出标准模型的新物理，这也是本文研究的重要课题。

1.2.1 粲偶素和类粲偶素物理

对于粲偶素和类粲偶素物理,本文关注于当前的研究热点,对粲偶素和类粲偶素能谱以及衰变性质的研究。这一节对(类)粲偶素能谱以及粲偶素衰变性质展开了详细的背景介绍。

1.2.1.1 粲偶素, 类粲偶素能谱

前面提到为了解释弱作用中不存在奇异数改变的中性流, Sheldon Lee Glashow、Jean Iliopoulos 和 Luciano Maiani 等人提出了存在第四种夸克—粲夸克^[18]。在1974年,第一个粲偶素被丁肇中所在的布鲁克海文实验室和 Burton Richter 所在的斯坦福直线加速器中心同时独立发现^[20,21]。丁肇中领导的实验组通过质子打铍靶,发现正负电子对的不变质量在 3.1 GeV 附近有明显的增强,并且宽度很窄,他们把它命名为 J 粒子。与此同时, Burton Richter 带领的实验小组使用斯坦福直线加速器中心的正负电子对撞机在 3 GeV 附近进行细致的能量扫描,最终发现在 3.095 GeV 附近强子总截面有很大的增强,这种增强一般就对应一个束缚态,他们把这个新发现的束缚态命名为 ψ 粒子,如图1-2所示。

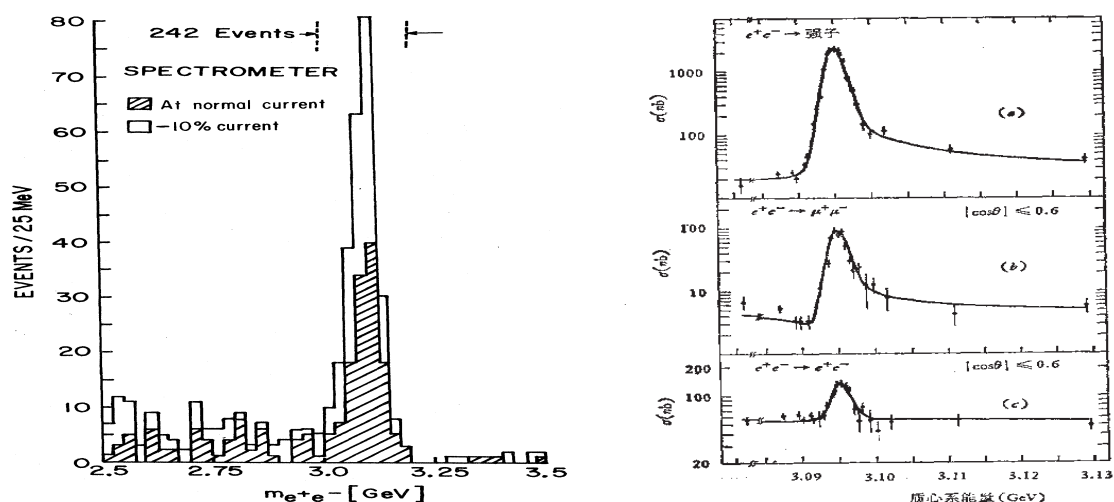


图 1-2 J/ψ 粒子的发现。左图为布鲁克海文实验中发现的 J 粒子, 右图为斯坦福直线加速器中心发现的 ψ 粒子。^[20,21]

Figure 1-2 The discovery of the J/ψ particle. The left plot shows the discovery of the J particle in the Brookhaven experiment and the right plot shows the discovery of the ψ particle at the Stanford Linear Accelerator Center.^[20,21]

现在我们知道它们是同一个粒子,并把它命名为 J/ψ 。通过对其衰变产物的分析,确定 J/ψ 是 1^3S_1 态的粲偶素,对应的量子数 $J^{PC} = 1^{--}$ 。这里态的标记用了和原子物理中相同的记号, $n^{2S+1}L_J$, n 是主量子数, S 是自旋量子数, L 是轨道角动量量子数, J 是总的角动量量子数,由 S 和 L 耦合给出。由于夸克的自旋是 1/2,所以由一对正反夸克构成的夸克偶素的总自旋要么是 0,要么是 1,分别代表自旋单态和三重态。随后,斯坦福直线加速器中心在加速器能达到的能区范围内进行了系统的能量扫描以寻找新的结构,很快就发现了一个新的结构,

他们命名为 $\psi(3695)$ ^[48]。现在我们知道 $\psi(3695)$ 就是 $\psi(3686)$, J/ψ 径向激发态。与此同时, 哈佛大学的 Thomas Appelquist 和 Hugh David Politzer 利用 QCD 研究了正反粲夸克形成的介子, 并首次提出了粲偶素的概念。除了已经发现的两个结构, 他们还预言了自旋单态和 P 波三重态等粲偶素^[49]。

之后理论上发现粲偶素的能谱可以用非相对论势模型来描述, 相互作用势可以写成库伦势加上一个线性势,

$$V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{r}{a^2}, \quad (1-2)$$

第一项库伦势描述了短程效应, 第二项线性势描述了长程相互作用, 这也是 QCD 色禁闭所要求的^[50]。有了相互作用势, 代入薛定谔方程, 就可以得到对应的能级和波函数。

随后的几十年, 物理学家们在实验上找到了越来越多的粲偶素粒子, 它们大部分都符合势模型的预期。也有一些不符合势模型的预期, 其中第一个不符合的粒子就是 Belle 合作组在 2003 发现的 $X(3872)$ ^[51]。它的质量恰好在 $\bar{D}^0 D^{*0}$ 阈值附近, 并且宽度很窄 ($\Gamma = 1.19 \pm 0.21 \text{ MeV}$ ^[34])。这一系列奇特的性质让物理学家们意识到它可能不是传统意义上的粲偶素, 因此称它为类粲偶素。关于 $X(3872)$ 性质的研究, 最新的结果是 BESIII 合作组对其线形开展的耦合道分析, 结果支持 $X(3872)$ 是分子态, 但是由于统计量有限, 拟合得到的某些参数误差很大, 不能排除它具有紧致的 $c\bar{c}$ 成分^[52]。对于 $X(3872)$ 结构的判断, 还需要在更大统计量下进行更细致的研究。

除了量子数 $J^P = 1^+$ 的类粲偶素, 实验上还发现了很多量子数是 1^- 的类粲偶素 (又称为矢量类粲偶素)。实验第一个发现的矢量类粲偶素是 $Y(4260)$, 它在 BABAR 合作组通过初态辐射过程在 $\pi^+\pi^-J/\psi$ 不变质量谱上发现的^[53]。2017 年, BESIII 实验上对 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的截面进行了精确测量^[54], 结果表明之前在 4.26 GeV 处看到的结构其实是由两个共振态 $Y(4320)$ 和 $Y(4320)$ 构成, 加深了我们对 $Y(4260)$ 结构的理解。

此外, 实验上还发现了一些同位旋不为 0 的类粲偶素。2013 年, BESIII 实验上在研究 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 过程中在 $\pi^\pm J/\psi$ 不变质量谱上发现了一个新结构^[55]。这是第一个确认的带电的类粲偶素, 由于它包含 $c\bar{c}$ 成分, 还要带电, 因此至少还要包含两个更轻的夸克, 这样它很可能就是物理学家们一直寻找的四夸克态, 它被命名为 $Z_c(3900)$ 。很快 $Z_c(3900)$ 的存在就得到了 Belle 合作组的证实^[56]。T. Xiao 等人利用 CLEOc 探测器在 $\sqrt{s} = 4170 \text{ MeV}$ 采集的 586 pb^{-1} 的数据样本也证实了 $Z_c(3900)$ 的存在, 同时还在 $\pi^0 J/\psi$ 不变质量谱上看到了 $Z_c(3900)$ 中性同位旋伙伴 $Z_c(3900)^0$ 的迹象^[57]。不久之后, BESIII 实验在 $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ 过程中确认了 $Z_c(3900)$ 中性同位旋伙伴 $Z_c(3900)^0$ 的存在^[57,58]。

这一系列发现引起了物理学家们的广泛关注, 为了更好地区分它们, 这些类粲偶素根据量子数被分为三类: X, Y, Z 。 Y 表示同位旋是 0, 且量子数 $J^{PC} = 1^{--}$ 的矢量粒子; Z 表示同位旋不为 0 的粒子; 剩下的粒子统一称为 X 。图1-3展示

了截止目前已经发现的所有粲偶素和类粲偶素粒子，图中黑线代表夸克模型预言的处于不同态的粲偶素，有些已经在实验上找到，并且和预言符合得很好，特别是在 $D\bar{D}$ 阈值以下的态。还有一些势模型预言的粲偶素还没有被发现，包括 $\eta_c(3S)$ 、 $\chi_{c2}(2P)$ 等。因此实验上对（类）粲偶素的研究，寻找尚未发现的（类）粲偶素有助于加深我们对强子谱学的理解。本文的第3章和第4章就是基于以上背景开展的研究，分别是对粲偶素衰变中新型强子结构的寻找以及粲偶素衰变性质的研究。

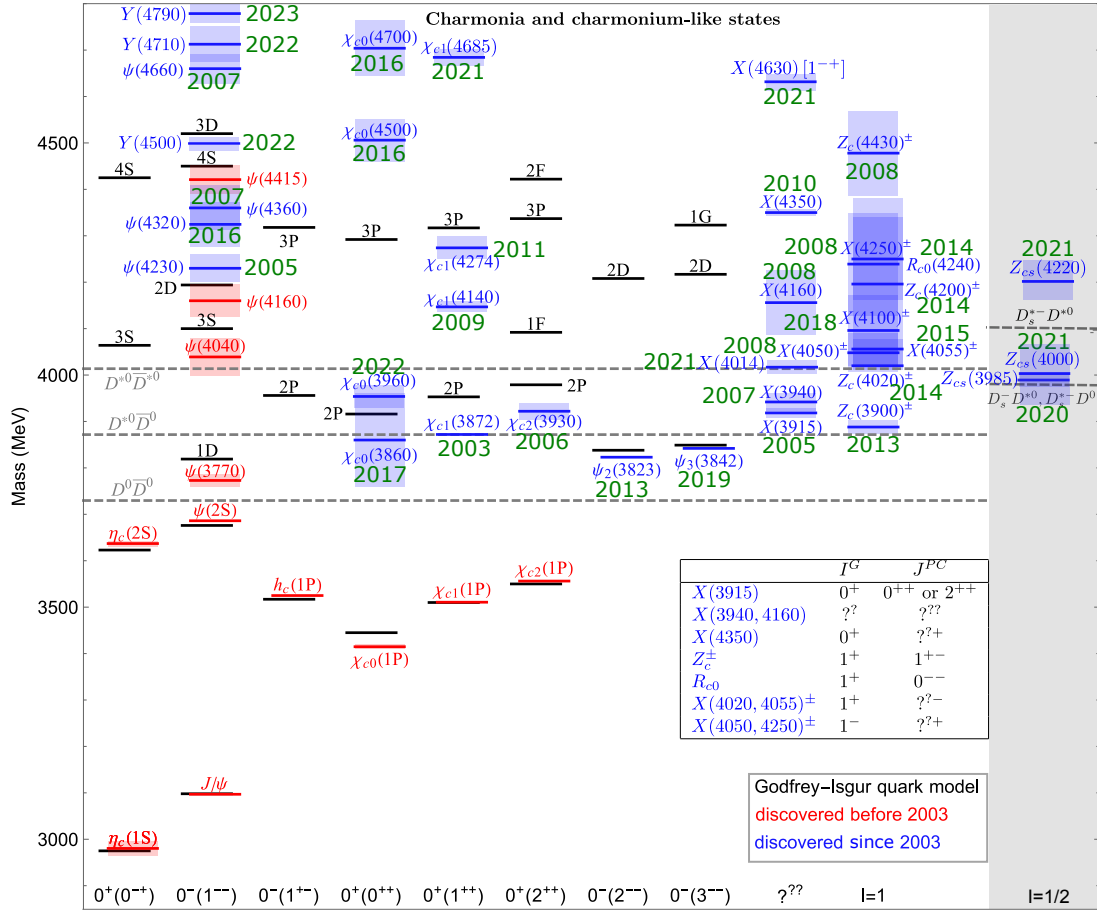


图 1-3 粲偶素和类粲偶素能谱。黑线代表 Godfrey-Isgur 夸克模型预言的质量^[59]。红线和蓝线分别代表在 2003 年之前和之后发现的态，在 2003 后发现的态用绿色标注了发现时间。浅蓝色阴影区域的高度表示态的宽度^[60]。

Figure 1-3 Charmonium and charmonium-like spectrum. Black lines represent the masses in the Godfrey-Isgur quark model^[59]. The red and blue lines represent the states observed experimentally before 2003 and since 2003, respectively. For the latter, the years when the states were observed are labeled in green. The height of each shadow indicates the width of the corresponding state^[60].

1.2.1.2 粲偶素衰变

这一节主要介绍粲偶素的衰变，特别是矢量粲偶素的衰变性质。粲偶素的衰变根据 OZI(Okubo-Zweig-Iizuka) 规则^[61,62]，可以分为 OZI 允许和压低的衰变。OZI 压低指的是粲偶素衰变到不含粲夸克的末态。OZI 允许则是衰变到含有粲夸克的末态。对于 $D\bar{D}$ 阈值以下的粲偶素，除了通过强子跃迁，电磁跃迁衰变到含有粲偶素的末态，其它所有衰变过程都是 OZI 压低的，因此它们的宽度都比较窄，例如 J/ψ ， ψ' 它们的本征宽度都是 100 keV 量级。对于 $D\bar{D}$ 阈值以上的粲偶素，它们可以衰变到一对含有单个粲夸克的粲介子，因此宽度比较大，例如 $\psi(3770)$ ，宽度达到几十 MeV 量级。在正负电子对撞机上能直接产生的粲偶素一般都是量子数 $J^{PC} = 1^{--}$ 的矢量粲偶素，其它粲偶素主要通过矢量粲偶素的强子跃迁或者电磁跃迁间接产生。对于矢量粲偶素按照衰变原理的不同，一般可以分为以下六种：

1. 粲介子对：末态包含一对粲介子或另含一个或多个其它粒子，这是开粲阈值以上粲偶素最主要的衰变过程。

2. 跃迁过程：包括强子跃迁和电磁跃迁，这是开粲阈值以下粲偶素最主要的衰变过程。强子跃迁指的初态粲夸克辐射出两个或者以上的胶子再跃迁到更低的粲偶素态，之后胶子从真空中拉出来轻味夸克，再强子化形成 π ， η 等介子。电磁跃迁是初态粲夸克辐射出一个光子再跃迁到更低的粲偶素态。这里根据末态粲偶素的量子数的不同可以分为磁偶极跃迁和电偶极跃迁。由于辐射了一个光子，则初末态粲偶素必定会相差一个单位的角动量，可以体现在自旋上或者轨道角动量上。如果是在自旋上，则称为磁偶极跃迁，例如 $\psi' \rightarrow \gamma \eta_c(1S)$ ；如果体现在轨道角动量上，则称为电偶极跃迁，例如 $\psi' \rightarrow \gamma \chi_{cJ}(J = 0, 1, 2)$ 。第3章的研究中就会涉及到（类）粲偶素电磁跃迁和强子跃迁。

3. 强子衰变：主要包括通过强相互作用和电磁相互作用衰变到强子末态。对于强相互作用，正反粲夸克湮灭之后产生三个或者更多的胶子（奇数个胶子，需要保证 C 宇称守恒），之后胶子拉出轻味夸克强子化形成末态强子。电磁过程，正反粲夸克湮灭之后产生一个虚光子，虚光子再产生正反夸克强子化形成强子。第4章的研究就是对粲偶素强子衰变过程的寻找。

4. 辐射衰变：正反粲夸克湮灭之后辐射一个光子，然后再产生两个或者更多胶子（偶数个胶子，需要保证 C 宇称守恒），胶子拉出轻味夸克强子化形成末态强子。

5. 纯轻衰变：正反粲夸克湮灭之后产生一个虚光子，虚光子再衰变到一对正反轻子。

6. 稀有衰变：包含一部分超出标准模型的衰变过程，例如，轻子数破坏或重子数破坏及包含暗粒子的过程，还有粲偶素的弱衰变，这些过程往往用来寻找新物理。

1.2.2 B 物理

本文另外一个重要研究课题是基于 Belle II 实验的数据样本研究 B 介子非粲衰变中的 CP 破坏, 以检验标准模型中 CKM 矩阵的幺正性并间接寻找超出标准模型的新物理。因此这一节重点介绍 B 介子物理相关背景知识, 本节奠定了论文第5章对 B 介子非粲衰变中 CP 破坏参数测量的理论基础, 涵盖了分立对称性、夸克混合矩阵 (CKM 矩阵)、中性 B 介子味道混合和 CP 破坏以及 CKM 幺正三角形中 ϕ_2 角的测量。

1.2.2.1 分立对称性

对称性是自然科学中非常重要的存在, 对称性在很多时候能够很大程度上化简原本复杂的模型, 帮助我们更方便地解决问题。对于粒子物理来说, 对称性主要体现在系统的作用量上, 例如拉格朗日量。诺特定理指出只要系统存在某种对称性, 就一定会存在对应的守恒流和守恒量^[63], 例如空间平移对称性, 就对应于动量守恒。这时候物理定律或者系统的作用量在这种对称性的操作下会保持不变。对称性根据描述对称变换的参数是不是连续变化的可以分为两类: 连续对称性, 例如时间平移、空间平移; 分立对称性, 例如宇称变化 (P)、电荷共轭变换 (C) 等。

1. 宇称变换: 符号表示为 P , 又被称为空间反射变换, 即 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$, 变换之后右手坐标系变成左手坐标系。常见的物理观测量根据 P 变化的不变性可以分为: 矢量、轴矢量、标量和赝标量。矢量在 P 变换下会变号, 例如动量 $\vec{p}$ 会变成 $-\vec{p}$ 。轴矢量在 P 变换下保持不变, 例如轨道角动量 L , 因为这时候右手系会变成左手系。标量在 P 变换也保持不变, 但是赝标量会变号, 例如螺旋度, $\vec{p} \cdot \vec{s}$ 。对于多个粒子构成的系统, 总的宇称等于每个粒子宇称的乘积再乘上 $(-1)^L$, L 是系统的轨道角动量。特别对于正反费米子系统, $P = (-1)^{L+2s} = (-1)^{L+1}$ 。在 1956 年之前, 大家默认宇称守恒在强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用下都成立。但是当时遇到了一个难以解释的问题 “ $\theta - \tau$ ” 疑难。为了解释实验上看到的反常现象, 李政道和杨振宁首次提出在弱相互作用下宇称不守恒, 并建议实验学家通过 β 衰变来验证他们的猜想^[64]。之后吴健雄通过 β 衰变, 测量 ^{60}Co 衰变出来的电子角分布, 证实了弱相互作用中宇称是破坏的^[65]。

2. 电荷共轭变换: 电荷共轭变换是正反粒子之间的变换, 符号表示为 C 。 C 变换会改变相加性量子数, 例如电荷、味道、轻子数等, 但是不会改变质量、动量、自旋等。不是所有的粒子都有 C 宇称, 因为 C 宇称是 C 变换的本征值, 因此只有中性粒子或者中性系统才有 C 宇称。特别的, 光子的 $C = -1$, C 宇称是相乘性量子数, 所以 π^0 的 $C = +1$ 。对于正反费米子或者玻色子系统, 它们的 $C = (-1)^{L+S}$, L, S 分别是体系总的轨道角动量和自旋角动量。

3. 时间反演: 时间反演变换是时间反号, 符号表示为 T 。它表示事件发生的次序会反过来。对于不依赖时间或者依赖偶数次的物理量, 在 T 变换下保持不变, 例如能量、电荷、质量、螺旋度等。对时间奇数次依赖的物理量会变号,

例如, 动量、角动量、自旋等。 T 变换在强相互作用和电磁相互作用都是守恒的, 在弱相互作用中存在破坏。假设 CPT 守恒成立, 在弱相互作用中已经看到了 CP 破坏, 所以必然要求 T 也要破坏。实验上第一次对 T 破坏的直接测量是 1998 年 CPLEAR 实验组对 K 和 $\bar{K}^0$ 相互转换几率差异的测量,

$$A_T = \frac{\Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow K^0, t) - \Gamma(K^0 \rightarrow \bar{K}^0, t)}{\Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow K^0, t) + \Gamma(K^0 \rightarrow \bar{K}^0, t)}. \quad (1-3)$$

测量结果 $A_T = (6.6 \pm 1.3 \pm 1.0) \times 10^{-3}$ [66], 这是首次通过直接测量验证了弱相互作用中 T 破坏。

4. CP 对称性: CP 联合变换是 C 变换和 P 变换的乘积。在发现弱衰变中 P, C 破坏后, 物理学家们认为 CP 联合变换是守恒的。直到 1964 年, James Watson Cronin 和 Val Logsdon Fitch 领导的实验小组在中性 K 介子系统中看到了 CP 破坏 [67]。对于中性 K 介子, 实际参与弱相互作用的是味道本征态 $K^0, \bar{K}^0$ 的线性组合,

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle). \quad (1-4)$$

由于实验上已经看到 K_1^0 主要衰变到 $\pi\pi$, K_2^0 衰变到 $\pi\pi\pi$, 可以推断出 K_1^0 的 CP 为正, K_2^0 的 CP 为负。由于 K_1^0 到 $\pi\pi$ 的相空间大于 K_2^0 到 $\pi\pi\pi$ 的相空间, 所以 K_1^0 衰变得很快, 寿命很短 (89.5 ps), 而 K_2^0 衰变得很慢, 寿命很长 (51.2 ns) [34], 因此实验上通过寿命可以很好地区分 K_1^0 和 K_2^0 。但是 James Watson Cronin 和 Val Logsdon Fitch 领导的实验小组看到了 K_2^0 衰变到 $\pi\pi$, 测量的分支比 $B(K_2^0 \rightarrow \pi\pi/all) = (2.0 \pm 0.4) \times 10^{-3}$, 发现了显著的 CP 破坏 [67]。所以目前认为 CP 对称性是一种近似对称性, 在弱相互作用中存在大概 10^{-3} 量级的破坏。此外, 寻找各种衰变过程中的 CP 破坏也成了很多人研究的热点, 特别是在 B 介子系统中研究 CP 破坏。因为在 1973 年, Kobayashi Makoto 和 Toshihide Maskawa 将强子弱流的结构推广到包含三代夸克的情况, 提出了 CKM 矩阵, 矩阵里包含一个不可约相位, 对应于 CP 破坏。在 CKM 机制的框架下, Ikaros Bigi 等人预言了 B 介子衰变中会存在较大的 CP 破坏 [68], 这成为后来 B 工厂的最重要物理目标之一。第 1.2.2.3 节会提到 B 介子系统味道混合和 CP 破坏测量的一些理论背景。

5. CPT 对称性: CPT 联合变换是三个分立变换的乘积。 CPT 定理认为一个理论是洛伦兹不变的并且量子场论是局域的, 那么它在 CPT 联合变换下也是不变的。这个定理最早由 Gerhart Lüders 完成证明 [69]。根据 CPT 定理可以推导出, 粒子和反粒子的质量、寿命、电荷大小都相等。因此可以通过测量粒子和反粒子的质量, 寿命差异来检验 CPT 守恒。到目前为止, 实验上已经通过测量 K 介子和 B 介子系统检验 CPT 是否守恒, 结果没有看到 CPT 破坏 [34, 70]。

1.2.2.2 CKM 矩阵与相角

介绍完分立对称性，这一节关注于夸克混合矩阵的背景知识介绍。在 CKM 矩阵提出之前，1963 年 Nicola Cabibbo 在研究弱相互作用的强子流的时候，为了解释实验上看到的奇异数改变过程的衰变率小于奇异数不变的过程，首次提出了夸克混合的概念。他认为强子流是奇异数改变 (J_μ^1) 和不变 (J_μ^0) 的两个流的线性组合^[71],

$$J_\mu = \cos\theta \cdot J_\mu^0 + \sin\theta \cdot J_\mu^1. \quad (1-5)$$

其中 θ 是混合角，也称为 Cabibbo 角。后面通过不同实验上的一些测量，得到混合角大概是 0.26 rad。在夸克层面，可以写出如下的夸克混合，

$$d' = d \cdot \cos\theta + s \cdot \sin\theta, \quad (1-6)$$

这是实际参与弱相互作用的本征态。但是对于中性流来说，原则上和带电流的衰变率差不多，但是实验上发现中性流过程发生几率很小^[72]。通过研究发现中性流里包含味道改变的成分，导致了该过程在树图阶不能发生。但是在圈图阶可以存在味道改变的中性流，并且衰变率应该比测得的上限要大很多，费曼图如图1-4左图所示。为了解释这个问题，1970 年，Sheldon Lee Glashow, Jean Iliopoulos

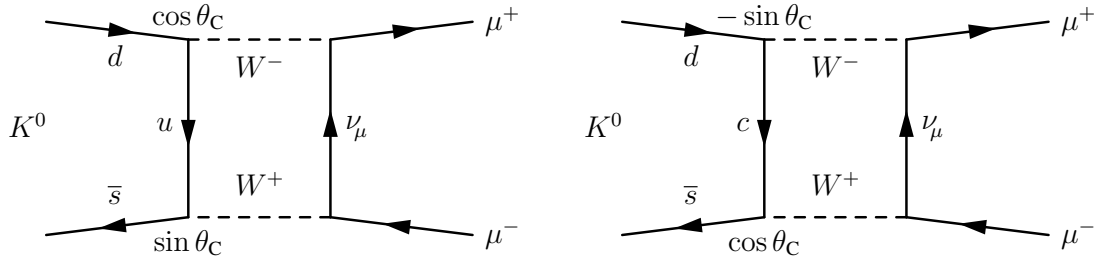


图 1-4 $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的费曼图。左图是上夸克圈，右图是粲夸克圈^[73]。

Figure 1-4 Feynman diagrams of the $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. The diagram on the left with an up quark in the loop, and on the right is the charm quark in the loop^[73].

和 Luciano Maiani 等人提出了 GIM 模型，认为存在第四个夸克，粲夸克。在 GIM 模型中，Cabibbo 角被推广成 2×2 的 Cabibbo 混合矩阵，

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}.$$

在弱相互作用中 u 夸克和 c 夸克会分别耦合到 d', s' 夸克。这时候中性流变成，

$$J_\mu^0 = u\bar{u} + c\bar{c} + d'\bar{d}' + s'\bar{s}' = u\bar{u} + c\bar{c} + d\bar{d} + s\bar{s}, \quad (1-8)$$

味道改变的中性流消失了。此外，圈图中还会多出来粲夸克圈的贡献，如图1-4右图所示。由于 Cabibbo 矩阵中的负号会导致 u 夸克圈和 c 夸克圈的贡献发生相消干涉，导致最后味道改变的中性流受到很大压低。

由于实验上已经发现了弱衰变中存在 CP 破坏, Kobayashi Makoto 和 Toshihide Maskawa 想把 CP 破坏引入到 Cabibbo 矩阵中。这需要在矩阵中引入一个不可约相位, 但是他们发现在 2×2 的矩阵中无法完成这个操作, 意识到至少需要一个 3×3 的矩阵才可以。基于此, 他们引入第三代夸克, 得到了 Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵 (V_{CKM}),

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

CKM 矩阵是一个复矩阵, 原则上有 18 个独立参数, 但是它本身是幺正的, 会去掉 9 个非独立参数。此外 6 个夸克场有 5 个独立的相对相位, 它们可以任意选取, 又去掉 5 个独立参数, 还剩下 4 个独立参数。标准参数化引入 3 个转动角和 1 个复相位进行参数化, 最后可以写成 3 个转动矩阵的乘积^[74],

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (1-10)$$

其中 $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $i, j = 1, 2, 3$, δ 是不可约相位。

除了标准化参数化, 还有更常用的 Wolfenstein 参数化^[75], 特别是在 B 物理中, 使用很广泛。Wolfenstein 参数化引入 λ, A, ρ, η 4 个参数,

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (1-11)$$

矩阵对角元都是 $\mathcal{O}(1)$, 表明同代夸克之间耦合强度最大; 隔代夸克之间的耦合逐渐减弱, 第一代和第三代夸克的耦合强度最小, $\mathcal{O}(\lambda^3)$ 。 η 表征了是否存在 CP 破坏, 如果不等于 0, 则代表存在 CP 破坏。结合实验测量结果, 利用全局拟合 (满足幺正性要求) 可以更精确地得到 CKM 矩阵元。对于 Wolfenstein 参数化, 4 个参数最新的拟合结果如下,

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.22500 \pm 0.00067, A = 0.826^{+0.018}_{-0.015}, \\ \rho &= 0.159 \pm 0.010, \eta = 0.348 \pm 0.010^{[34]}. \end{aligned} \quad (1-12)$$

图1-5展示了利用目前已有实验测量在 $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ 平面上对幺正三角形的限制, 以及全局拟合的结果。

CKM 幺正三角形 前面已经提到 CKM 矩阵是幺正的, 满足以下幺正条件,

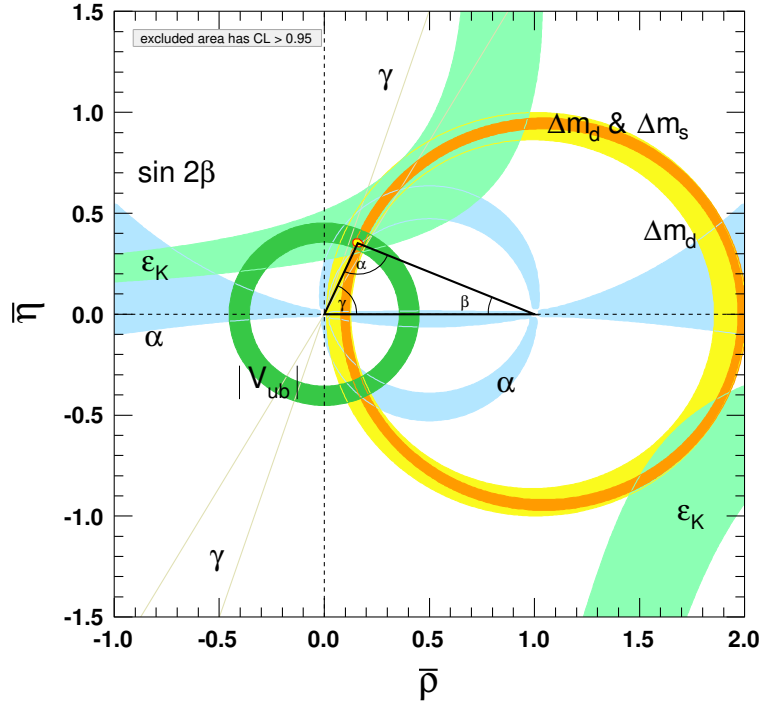


图 1-5 在 $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ 平面上对幺正三角形的限制。图中阴影区域表示 95% 的置信区间^[34]。

Figure 1-5 Constraints on the unitarity triangle in $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ plane. The shaded areas have 95% C.L.^[34].

$$\begin{aligned}
 V_{\text{CKM}}^\dagger V_{\text{CKM}} &= \mathbf{1} \Rightarrow \sum_{j=u,c,t} V_{ji}^* V_{jk} = \delta_{ik}, i, k = d, s, b, \\
 V_{\text{CKM}} V_{\text{CKM}}^\dagger &= \mathbf{1} \Rightarrow \sum_{j=d,s,b} V_{ij} V_{kj}^* = \delta_{ik}, i, k = u, c, t.
 \end{aligned} \tag{1-13}$$

上述要求在复平面上代表一个三角形，就是幺正三角形，它的边长和角度都可以由上式中不同的 CKM 矩阵元表示出来。幺正三角形直观的表达，如图1-6所示，对于三个相角可以表示成，

$$\begin{aligned}
 \phi_1 = \beta &= \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right) = (22.6 \pm 0.3)^\circ, \\
 \phi_2 = \alpha &= \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right) = (84.1_{-3.8}^{+4.5})^\circ, \\
 \phi_3 = \gamma &= \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) = (65.7 \pm 3.0)^\circ [34].
 \end{aligned} \tag{1-14}$$

实验上通过单独测量这三个角去检验幺正三角形的幺正性。目前三个角之和是 $\beta + \alpha + \gamma = (172 \pm 5)^\circ$ ，满足幺正性要求。但是 ϕ_2 和 ϕ_3 角的测量误差都相对较大，所以实验上进一步降低误差是一件非常重要的事。基于此，本文第5章介绍了如何利用 Belle II 实验的数据样本通过 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程测量 ϕ_2 角，以检验 CKM 矩阵的幺正性。

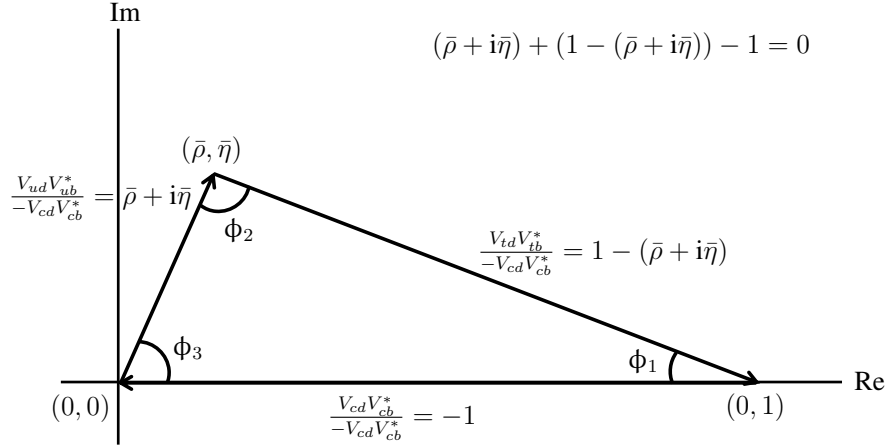


图 1-6 么正三角形在复平面上的表示，边长都除以 $-V_{cd}V_{cb}^*$ ，同时固定了实轴上的两个角的位置 $(0,0)$ 和 $(1,0)$ [73]。

Figure 1-6 Visualization of the unitarity triangle complex plane, the sides are normalized by $-V_{cd}V_{cb}^*$ and the two corners on the solid axis are fixed at $(0,0)$ and $(1,0)$ [73].

1.2.2.3 中性 B 介子味道混合与 CP 破坏

有了以上必要的理论基础之后，本节开始介绍中性 B 介子的味道混合与 CP 破坏。对于中性 B 介子，本身可以在味道空间振荡，导致质量本征态是两个相反味道本征态的叠加，这一现象称为味道混合。图1-7展示了领头阶 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的费曼图。

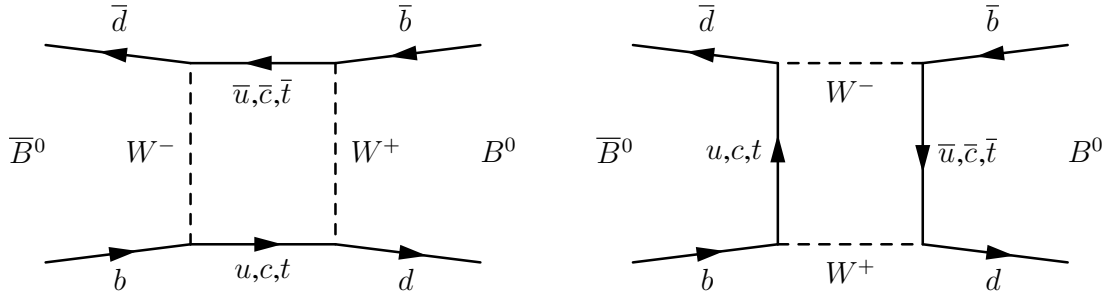


图 1-7 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的领头阶费曼图 [73]。

Figure 1-7 Leading order Feynman diagrams of $B^0 - \bar{B}^0$ mixing [73].

假设在混合中 CPT 守恒，则对应的质量本征态分别是，

$$|B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle, \quad |B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle, \quad (1-15)$$

相应的本征值分别是 $\mu_H = m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H$, $\mu_L = m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L$, 定义 $\Delta m = m_H - m_L$, $\Delta\Gamma = \Gamma_H - \Gamma_L$. 则 $|B_H\rangle$, $|B_L\rangle$ 随时间的演化由下式给出，

$$|B_H(t)\rangle = e^{t(-im_H - \Gamma_H/2)} |B_H\rangle, \quad |B_L(t)\rangle = e^{t(-im_L - \Gamma_L/2)} |B_L\rangle, \quad (1-16)$$

由此可得到 $|B^0\rangle, |\bar{B}^0\rangle$ 随时间的演化，

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= g_+(t) |B^0\rangle + \frac{q}{p} g_-(t) |\bar{B}^0\rangle, \quad |\bar{B}^0(t)\rangle = \frac{p}{q} g_-(t) |B^0\rangle + g_+(t) |\bar{B}^0\rangle, \\ g_{\pm}(t) &= \frac{1}{2} e^{t(-im - \Gamma/2)} (e^{t(i\Delta m/2 + \Delta\Gamma/4)} \pm e^{t(-i\Delta m/2 - \Delta\Gamma/4)}), \quad m = (m_H + m_L)/2. \end{aligned} \quad (1-17)$$

对于 B^0 , $\bar{B}^0$ 它们的演化也满足公式 (1-17)。此外实验上测得 $|B_H\rangle$, $|B_L\rangle$ 的宽度差异很小, $\Delta\Gamma/\Gamma = -0.002 \pm 0.010^{[76]}$ 。因此, 可以忽略 $\Delta\Gamma$, 则公式 (1-17) 可以简化成如下形式,

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t/2} ((1 + e^{-i\Delta m t}) |B^0\rangle + \frac{q}{p} (1 - e^{-i\Delta m t}) |\bar{B}^0\rangle), \\ |\bar{B}^0(t)\rangle &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t/2} (\frac{p}{q} (1 - e^{-i\Delta m t}) |B^0\rangle + (1 + e^{-i\Delta m t}) |\bar{B}^0\rangle). \end{aligned} \quad (1-18)$$

由于相位约定, 这里去掉了 $e^{-im_L t}$ 。在 B^0 , $\bar{B}^0$ 混合中圈图的贡献主要是来自顶夸克圈的贡献 (见图1-7), 上夸克和粲夸克的质量相比顶夸克太小了, 贡献基本可以忽略。通过把 q , p 代入本征方程,

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, \quad (1-19)$$

这里 $H = m - i\Gamma/2$, 可以得到对应的本征值, 之后再把本征值代入, 可以得到,

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \sqrt{\frac{m_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{m_{12} - i\Gamma_{12}/2}} = e^{-i\phi_M} \sqrt{\frac{|m_{12}| + \frac{i}{2}|\Gamma_{12}|e^{i\phi_{12}}}{|m_{12}| + \frac{i}{2}|\Gamma_{12}|e^{-i\phi_{12}}}}, \quad (1-20)$$

具体推导过程可参考^[40]。 $\phi_M = \arg(m_{12})$ 是绝对的混合弱相位, 如果两个质量本征态 $|B_H\rangle$, $|B_L\rangle$ 正交, ϕ_{12} 也是 0 或者是 π 的奇数倍。在只考虑顶夸克圈的贡献时, 上式可以简化成,

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{m_{12}^*}{m_{12}}} + \mathcal{O}(\frac{\Gamma_{12}}{m_{12}}) \approx \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \Rightarrow |\frac{q}{p}| \approx 1. \quad (1-21)$$

这里 Γ_{12}/m_{12} 在 10^{-3} 量级, 可以忽略^[77]。实验上测得的结果也和理论预期一致, $|\frac{q}{p}| = 1.0010 \pm 0.0008^{[76]}$ 。

综上可以看出在 B^0 , $\bar{B}^0$ 混合中 CP 破坏很小。引入一个描述 CP 破坏的复参数 λ_{CP} ,

$$\lambda_{CP} = |\frac{q}{p}| \cdot \frac{\bar{A}_f}{A_f} \cdot e^{-i\phi_M}, \quad (1-22)$$

结合公式 (1-21), 上式可以简化成,

$$\lambda_{CP} = \frac{\bar{A}_f}{A_f} \cdot e^{-i\phi_M}. \quad (1-23)$$

对于 B^0 , $\bar{B}^0$ 的混合参数, x_d 定义为

$$x_d = \frac{\Delta M}{\Gamma} \approx \frac{2|m_{12}|}{\Gamma}, \quad (1-24)$$

对于 m_{12} 具体的计算可以参考^[78]。目前实验上最新的测量结果, $x_d = 0.7697 \pm 0.0035$ ^[34]。

介绍完中性 B 介子的味道混合, 下面介绍 CP 破坏分类, 首先定义跃迁振幅, 介子 $|M\rangle$ 以及它的反粒子 $|\bar{M}\rangle$ 分别衰变到末态 $|f\rangle$, $|\bar{f}\rangle$,

$$\begin{aligned} A_f &= A(|M\rangle \rightarrow |f\rangle), & A_{\bar{f}} &= A(|M\rangle \rightarrow |\bar{f}\rangle), \\ \bar{A}_f &= A(|\bar{M}\rangle \rightarrow |f\rangle), & \bar{A}_{\bar{f}} &= A(|\bar{M}\rangle \rightarrow |\bar{f}\rangle). \end{aligned} \quad (1-25)$$

CP 破坏根据来源不同可以分为三类,

1. 直接 CP 破坏

如果,

$$|A_f| \neq |\bar{A}_{\bar{f}}| \quad \text{或} \quad |A_{\bar{f}}| \neq |\bar{A}_f|, \quad (1-26)$$

则称为直接 CP 破坏, 它在带电介子和中性介子中都有可能发生。实际上跃迁振幅可以包含强相位和弱相位, 强相位是 CP 不变的, 本质上是弱相位的改变引起 CP 破坏。

2. 间接 CP 破坏

如果,

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1, \quad (1-27)$$

则称为间接 CP 破坏, 它主要是由于 $|M\rangle$ 和 $|\bar{M}\rangle$ 混合的不对性导致的。

3. 混合 CP 破坏

和公式 (1-22) 的定义一致, 如果,

$$\lambda_{CP} = \left| \frac{q}{p} \right| \cdot \left| \frac{\bar{A}_f}{A_f} \right| \cdot e^{-i(\phi_D + \phi_M)} \neq 1, \quad (1-28)$$

则称为混合 CP 破坏, 它主要由衰变和混合之间的干涉引起。尽管没有直接和间接 CP 破坏, 但是它们引入的相位之和 $\phi_D + \phi_M$ 可能会存在差异, 导致衰变和混合之间存在干涉, 引起 CP 破坏。

有了上述理论基础后, 我们介绍如何从理论上得到中性 B 介子时间依赖的 CP 破坏参数。定义 B^0 , $\bar{B}^0$ 衰变到 CP 本征态 f_{CP} 的振幅为,

$$\begin{aligned} A_{CP} &= \langle f_{CP} | H | B^0 \rangle, \\ \bar{A}_{CP} &= \langle f_{CP} | H | \bar{B}^0 \rangle. \end{aligned} \quad (1-29)$$

结合公式 (1-18), 得到随时间演化的振幅,

$$\begin{aligned} A_{CP}(t) &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t/2} A_{CP} [(1 + e^{-i\Delta m t}) + (1 - e^{-i\Delta m t}) \lambda_{CP}], \\ \bar{A}_{CP}(t) &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t/2} A_{CP} \frac{p}{q} [(1 - e^{-i\Delta m t}) + (1 + e^{-i\Delta m t}) \lambda_{CP}]. \end{aligned} \quad (1-30)$$

衰变率是振幅的模平方,

$$\begin{aligned}\Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP}) &= \frac{1}{2}e^{-\Gamma t}|A_{CP}|^2[1 + \cos(\Delta mt) - 2\text{Im}(\lambda_{CP})\sin(\Delta mt) + \\ &\quad (1 - \cos(\Delta mt))|\lambda_{CP}|^2], \\ \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) &= \frac{1}{2}e^{-\Gamma t}|A_{CP}|^2[1 - \cos(\Delta mt) + 2\text{Im}(\lambda_{CP})\sin(\Delta mt) + \\ &\quad (1 + \cos(\Delta mt))|\lambda_{CP}|^2].\end{aligned}\quad (1-31)$$

则时间依赖的 CP 不对称性可定义为,

$$\begin{aligned}a_{CP}(t) &= \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})} \\ &= \frac{(|\lambda_{CP}|^2 - 1)\cos(\Delta mt) + 2\text{Im}(\lambda_{CP})\sin(\Delta mt)}{1 + |\lambda_{CP}|^2} \\ &= \mathcal{A}_{CP}\cos(\Delta mt) + \mathcal{S}_{CP}\sin(\Delta mt),\end{aligned}\quad (1-32)$$

其中 $\mathcal{A}_{CP}$, $\mathcal{S}_{CP}$ 分别对应于直接和混合 CP 破坏, 第5章就是围绕这两个 CP 破坏参数展开的, 介绍了如何从实验上测量直接和混合 CP 破坏参数。

1.2.2.4 ϕ_2 的测量

最后介绍实验上如何通过 B 介子非粲衰变测量么正三角形中的 ϕ_2 角。根据公式 (1-14) 中 ϕ_2 的定义, 原则上任何 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程都可以测量 ϕ_2 , 实际测量中主要是通过 $B^0 \rightarrow \pi\pi$, $\rho\rho$ 结合同位旋对称性测量 ϕ_2 ^[79]。特别是 $B^0 \rightarrow \rho\rho$ 过程, 企鹅图的污染很小, 对于 ϕ_2 测量很重要。图1-8展示了 $B^0 \rightarrow \pi\pi$, $\rho\rho$ 的费曼图, 包括树图和企鹅图。假设只考虑树图阶的贡献, 考虑 B^0 的混合, 结合公

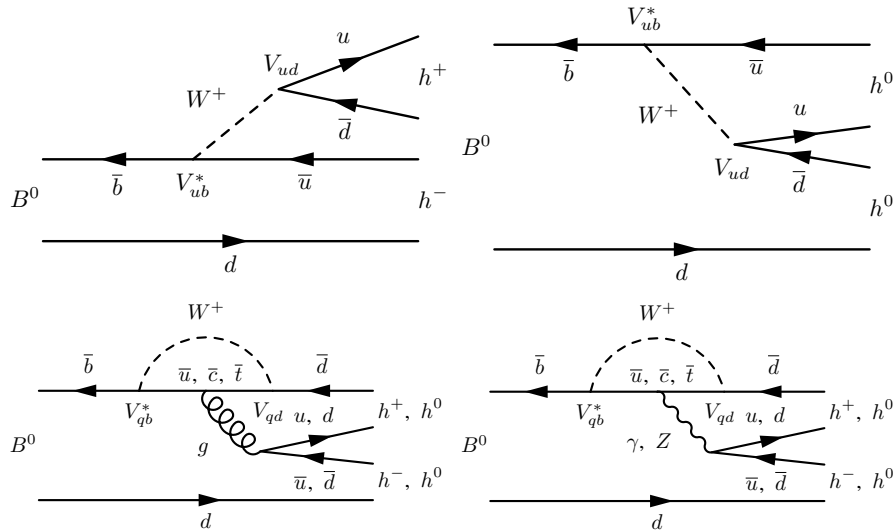


图 1-8 $B^0 \rightarrow \pi\pi, \rho\rho$ 的费曼图。第一行是树图, 第二行是企鹅图^[73]。

Figure 1-8 Feynman diagrams of $B^0 \rightarrow \pi\pi, \rho\rho$. The first and second rows are tree level and penguin diagrams, respectively^[73].

式 (1-21), (1-22), 可以得到 λ_{hh} ,

$$\lambda_{hh} = \frac{q}{p} \cdot \frac{\bar{A}_{hh}}{A_{hh}} = \frac{V_{tb}^* V_{td} V_{ud}^* V_{ub}}{V_{tb} V_{td}^* V_{ud} V_{ub}^*} = e^{2i\phi_2}, \quad (1-33)$$

定义 $\lambda_{CP} = \eta_{CP} \lambda_{hh}$, η_{CP} 是对应的 CP 本征值 (± 1)。再由公式 (1-32) 可知,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP} &= \frac{|\lambda_{CP}|^2 - 1}{|\lambda_{CP}|^2 + 1} = 0, \\ \mathcal{S}_{CP} &= \frac{2\text{Im}(\lambda_{CP})}{|\lambda_{CP}|^2 + 1} = \eta_{CP} \sin(2\phi_2). \end{aligned} \quad (1-34)$$

但是实验上对于 $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, 测得 $\mathcal{A}_{CP} = -0.31 \pm 0.05$ ^[80], 并不是 0, 意味着此时企鹅图的贡献不可以忽略。尤其对于 $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, 树图阶是颜色压低的, 企鹅图的贡献可能会更大。所以使用 $B^0 \rightarrow \pi\pi$ 测量 ϕ_2 的时候需要考虑企鹅图的贡献。为了考虑企鹅图的贡献, 引入一个有效的相角 ϕ_2^{eff} 。和公式 (1-33) 类似, CP 破坏量 λ_{hh} 可以写成,

$$\lambda_{hh} = \left| \frac{\bar{A}_{hh}}{A_{hh}} \right| e^{2i\phi_2^{\text{eff}}}, \quad (1-35)$$

具体推导可以参考^[81]。

为了考虑企鹅图的贡献, 最早由 Michael Gronau 等人提出通过考虑 $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 过程同位旋 $SU(2)$ 对称性来提取 ϕ_2 ^[79]。后来 Harry J. Lipkin 等人证明类似的同位旋分析也可以应用到 $B^0 \rightarrow \rho\rho$ 过程^[82]。对于 $\pi\pi$, $\rho\rho$ 系统, 总的同位旋可以是 0 或者 2。定义衰变末态 $h^i h^j$, 考虑 ρ , π 都是玻色子, 末态具有交换对称性, 则末态为,

$$|h^i h^j\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|h_1^i h_2^j\rangle + |h_1^j h_2^i\rangle), \quad (1-36)$$

则会有以下几种末态,

$$\begin{aligned} |h^+ h^-\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(|h_1^+ h_2^-\rangle + |h_1^- h_2^+\rangle) = \sqrt{\frac{1}{3}}|2, 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|0, 0\rangle, \\ |h^+ h^0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(|h_1^+ h_2^0\rangle + |h_1^0 h_2^+\rangle) = |2, 1\rangle, \\ |h^0 h^0\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}}|2, 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|0, 0\rangle. \end{aligned} \quad (1-37)$$

衰变振幅 A^{ij} 定义为,

$$A^{ij} = \langle h^i h^j | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^{i+j} \rangle. \quad (1-38)$$

$\mathcal{H}_{\text{eff}}$ 是有效的哈密顿量, 对于 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程, 可以写成^[82],

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = A_{\frac{3}{2}} \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle + A_{\frac{1}{2}} \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle. \quad (1-39)$$

其中 $A_{\frac{3}{2}}$, $A_{\frac{1}{2}}$ 分别表示同位旋改变为 $3/2$, $1/2$ 的振幅。作用到初态上得到,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\text{eff}}|B^+\rangle &= \sqrt{\frac{3}{4}}A_{\frac{3}{2}}|2,1\rangle + (A_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}A_{\frac{3}{2}})|1,1\rangle, \\ \mathcal{H}_{\text{eff}}|B^0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}A_{\frac{3}{2}}|2,0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}(A_{\frac{1}{2}} + A_{\frac{3}{2}})|1,0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}A_{\frac{1}{2}}|0,0\rangle.\end{aligned}\quad (1-40)$$

最后投影到末态上,

$$\begin{aligned}A^{+-} &= \langle h^+ h^- | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}A_{\frac{3}{2},2} + \sqrt{\frac{1}{3}}A_{\frac{1}{2},0}, \\ A^{+0} &= \langle h^+ h^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^+ \rangle = \sqrt{\frac{3}{4}}A_{\frac{3}{2},2}, \\ A^{00} &= \langle h^0 h^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}A_{\frac{3}{2},2} - \sqrt{\frac{1}{6}}A_{\frac{1}{2},0}.\end{aligned}\quad (1-41)$$

$A_{\frac{3}{2},2}$ 两个下标, $3/2, 2$ 分别代表同位旋改变量和末态总同位旋 (其它也是一样)。对于 CP 共轭道类似,

$$\begin{aligned}\bar{A}^{+-} &= \langle h^+ h^- | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}^0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}\bar{A}_{\frac{3}{2},2} - \sqrt{\frac{1}{3}}\bar{A}_{\frac{1}{2},0}, \\ \bar{A}^{+0} &= \langle h^- h^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^- \rangle = \sqrt{\frac{3}{4}}\bar{A}_{\frac{3}{2},2}, \\ \bar{A}^{00} &= \langle h^0 h^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | \bar{B}^0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\bar{A}_{\frac{3}{2},2} + \sqrt{\frac{1}{6}}\bar{A}_{\frac{1}{2},0},\end{aligned}\quad (1-42)$$

利用上式可以得到如下振幅关系,

$$\begin{aligned}A^{00} + \sqrt{\frac{1}{2}}A^{+-} &= A^{+0}, \\ \bar{A}^{00} + \sqrt{\frac{1}{2}}\bar{A}^{+-} &= \bar{A}^{+0}.\end{aligned}\quad (1-43)$$

结合公式 (1-35), (1-43), 可以得到以下关系, 这里选取振幅 A^{+-} 为实的^[83] (实际上为了方便拟合, Belle 和 BABAR 合作组对^[83] 给出的参数化做了细微调整),

$$\begin{aligned}|A^{+0}| &= |\tilde{A}^{+0}| = \sqrt{a^{+0}}, \quad |A^{+-}| = \sqrt{a^{+-}(1 - \mathcal{A}_{CP})}, \\ |\tilde{A}^{+-}| &= \sqrt{a^{+-}(1 + \mathcal{A}_{CP})}, \\ |A^{00}| &= \sqrt{\frac{|A^{+-}|^2}{2} + |A^{+0}|^2 - \sqrt{2}|A^{+-}||A^{+0}|\cos(\phi_2 - \delta)}, \\ |\tilde{A}^{00}| &= \sqrt{\frac{|\tilde{A}^{+-}|^2}{2} + |A^{+0}|^2 - \sqrt{2}|\tilde{A}^{+-}||A^{+0}|\cos(\phi_2 + \delta + 2\phi_2^{\text{eff}})},\end{aligned}\quad (1-44)$$

这里 a^{+-} , a^{+0} , $\mathcal{A}_{CP}$, δ , ϕ_2^{eff} , ϕ_2 都是待拟合的实参数, 其中 $\tilde{A}^{ij} = e^{-2i\phi_1} \bar{A}^{ij}$ 。然后把物理观测量与上述待拟合实参数关联起来,

$$\begin{aligned} B^{+0} &= \tau_{B^+} |A^{+0}|, \quad B^{+-} = \tau_{B^0} \frac{|A^{+-}|^2 + |\bar{A}^{+-}|^2}{2}, \quad B^{00} = \tau_{B^0} \frac{|A^{00}|^2 + |\tilde{A}^{00}|^2}{2}, \\ \mathcal{A}_{CP}^{+-} &= \mathcal{A}_{CP}, \quad \mathcal{A}_{CP}^{00} = \frac{|\tilde{A}^{00}| - |A^{00}|}{|A^{00}| + |\tilde{A}^{00}|}, \quad S_{CP}^{+-} = \sqrt{1 - \mathcal{A}_{CP}^2} \sin(2\phi_2^{\text{eff}}), \\ S_{CP}^{00} &= \frac{2|A^{+0}|^2 \sin(2\phi_2) + |A^{+-}| |\bar{A}^{+-}| \sin(2\phi_2^{\text{eff}}) - \sqrt{2} |A^{+0}| (|\bar{A}^{+-}| \bar{s} + |A^{+-}| s)}{|A^{00}| + |\tilde{A}^{00}|}, \end{aligned} \quad (1-45)$$

其中 $s = \sin(\phi_2 + \delta)$, $\bar{s} = \sin(\phi_2 - \delta + 2\phi_2^{\text{eff}})$ 。由于同位旋三角形存在两个不同的取向, 所以会引入多重解, 现在有两个同位旋三角形就有四组解。同时 ϕ_2^{eff} 也会引入对称性, 例如, $(\phi_2^{\text{eff}}, \phi_2, \delta) \longleftrightarrow (\pi/2 - \phi_2^{\text{eff}}, \pi/2 - \phi_2, \pi/2 - \delta)$, s , $\bar{s}$ 和 S_{CP}^{+-} 均保持不变。多重解如图1-9所示, 其中包含了公式 (1-43) 中的同位旋关系。

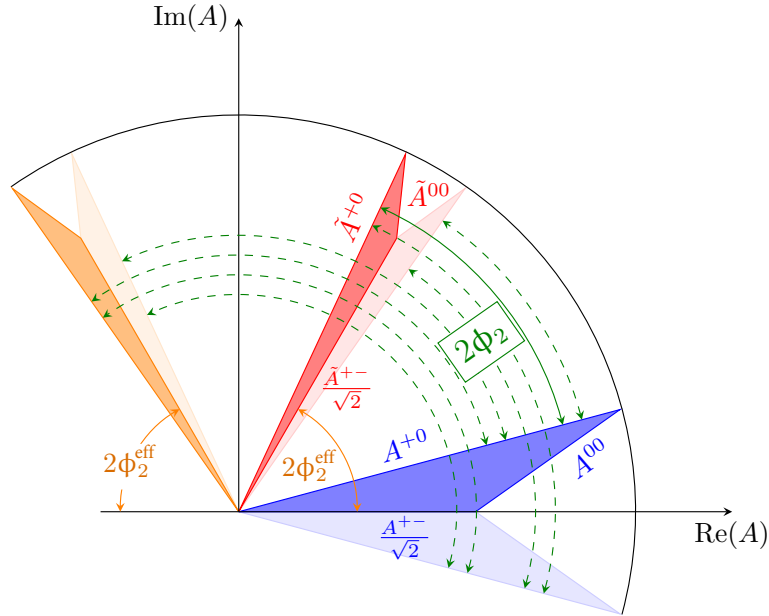


图 1-9 同位旋三角形关系 (公式 (1-43)) 在 $B^{i+j} \rightarrow h^i h^j$ 过程振幅复平面中的几何表示。蓝色和红色阴影区域对应于同位旋三角形。CP 共轭的带电振幅 A^{+-} 和 $\tilde{A}^{+-}$ 之间的角度对应于两倍的弱相位 ϕ_2^{eff} (橙色实线)。CP 共轭的带电振幅 A^{+0} 和 $\tilde{A}^{+0}$ 之间的角度对应于两倍的 CKM 相角 ϕ_2 (绿色实线)。较浅颜色的其它三角形代表由方程 (1-45) 的分立对称性允许的镜像解, 对应的 ϕ_2 值由绿色虚线表示^[73]。

Figure 1-9 Geometrical representation of the isospin triangular relations (eq. (1-43)) in the complex plane of $B^{i+j} \rightarrow h^i h^j$ amplitudes. The blue and the red shaded areas correspond to the isospin triangles. The angle between the CP conjugate charged amplitudes A^{+-} and $\tilde{A}^{+-}$ corresponds to twice the weak phase ϕ_2^{eff} (orange solid lines). The angle between the CP conjugate charged amplitudes A^{+0} and $\tilde{A}^{+0}$ corresponds to twice the CKM angle ϕ_2 (green solid line). The other triangles with lighter shade represent the mirror solutions allowed by the discrete ambiguities in eq. (1-45), with the corresponding values for ϕ_2 represented by the green dashed lines^[73].

最后通过最小二乘法 (χ^2) 拟合提取 ϕ_2 , χ^2 定义为,

$$\chi^2 = (x_{\text{obs}} - x_{\text{exp}})^T \text{Cov}^{-1} (x_{\text{obs}} - x_{\text{exp}}), \quad (1-46)$$

$x = (B^{+-}, B^{+0}, B^{00}, \mathcal{A}_{CP}^{+-}, \mathcal{A}_{CP}^{00}, S_{CP}^{+-}, S_{CP}^{00})^T$; Cov 是协方差矩阵 $\text{Cov} = c_{ij} \cdot \delta x_i \cdot \delta x_j$, 如果 $i = j$, $c_{ij} = 1$. $\delta x_i = \sqrt{\delta x_{i, \text{sta.}}^2 + \delta x_{i, \text{sys.}}^2}$, 包含统计和系统误差。

1.3 论文选题意义与结构

本文的主要研究内容包括在 BESIII 实验上开展的 (类) 粲偶素衰变的研究、新型强子结构的寻找以及在 Belle II 实验上开展的底介子非粲衰变中 CP 破坏的研究。这两个研究方向都是当下实验粒子物理学的热点研究方向, 对它们的研究对我们理解强子结构、夸克色禁闭以及 CKM 矩阵混合、标准模型中 CP 破坏的起源、正反物质不对性等具有重要物理意义。

论文总共包括六个章节:

- 第一章: 引言, 主要介绍粒子物理发展历史、标准模、粲偶素、类粲偶素、分立对称性、中性 B 介子的味道混合与 CP 破坏、 ϕ_2 的测量以及论文的结构。
- 第二章: 介绍了北京正负电子对撞机、北京谱仪以及 SuperKEKB 和 Belle II 探测器。
- 第三章: 介绍了在 BESIII 实验上通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$ 。

许多不同的理论模型预言了 $X(3872)$ 存在一个 0^{++} 的自旋伙伴且主要结构是 $D\bar{D}$ 分子态, 记为 $X(3700)$ 。手征么正理论预言了 $\eta\eta'$ 是 $X(3700)$ 主要衰变过程, 预言的分支比为 $\mathcal{B}(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot \mathcal{B}(X(3700) \rightarrow \eta\eta') \simeq (1.74 \pm 0.68) \times 10^{-5}$ 。但是到目前为止尚未有任何实验确认 $X(3700)$ 的存在。本文利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 下积累的 2.93 fb^{-1} 数据样本, 首次通过 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程寻找 $X(3872)$ 的标量伙伴粒子 $X(3700)$ 。同时考虑到 $X(3700)$ 作为 $X(3872)$ 的自旋伙伴, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 衰变可能具有与 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程相似的同位旋破坏效应, 我们还寻找了 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程。通过实验上对 $X(3700)$ 的寻找, 可以检验重夸克自旋对称性的计算, 这对理解 $X(3872)$ 的结构有重要意义。如果实验上没有发现明显的 $X(3700)$ 的信号, 实验测量结果可以与手征么正理论计算的分支比作对比, 限制理论计算中使用的耦合常数的参数空间, 推动相关理论计算进一步发展。

- 第四章: 介绍了在 BESIII 实验上对 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量以及对 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的寻找。

对 e^+e^- 湮灭成轻强子的研究对于理解轻强子的产生机制以及揭示轻夸克强相互作用的基本特性至关重要。在手征微扰理论的框架下, 非局域的 NJL 模型成功地描述了基本粒子之间的强相互作用动力学, 并预测了 $\sqrt{s}$ 从 3.5 到 5.0 GeV 范围内 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的截面大小以及截面随质心系能量的变化趋势。利用 BESIII 在 2 - 5 GeV 能区积累了丰富的数据样本, 可以精确测量 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截

面、检验 NJL 模型的预言、帮助我们理解轻强子的产生机制以及相互作用。同时从截面随质心系能量的变化中可以寻找粲偶素和类粲偶素结构，例如 $\psi(3770)$ 。实验上对 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 过程的寻找，可以检验 S 波和 D 波混合机制是否适用于解释“ $\rho\pi$ 疑难”以及有效场论对该过程分支比的预言。遍举寻找 $\psi(3770) \text{ non-} D\bar{D}$ 衰变还有利于帮助我们理解实验上单举和遍举测量得到的 $\text{non-} D\bar{D}$ 衰变分支比的不一致。在一些理论中提到 $\text{non-} D\bar{D}$ 衰变分支比的大小和 $\psi(3770)$ 的结构有直接关联，较大的 $\text{non-} D\bar{D}$ 衰变的分支比不符合理论上认为 $\psi(3770)$ 是纯的只含有 $c\bar{c}$ 的粲偶素，可能支持它含有其它更复杂的结构。因此实验上对 $\psi(3770) \text{ non-} D\bar{D}$ 衰变的寻找对于揭示 $\psi(3770)$ 的结构也至关重要。

- 第五章：介绍了在 Belle II 实验上 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 过程时间依赖的 CP 破坏参数的灵敏度研究。

标准模型下的 CP 破坏起源于 CKM 矩阵中不可约的复相位，对 CKM 幺正三角形三个角 ϕ_1 、 ϕ_2 和 ϕ_3 的测量，可以对 CKM 幺正三角形的幺正性进行检验。如果存在新物理，额外的相位可能导致幺正三角形的幺正性存在一定程度的破坏，这将成为新物理存在的明确证据。尽管目前三个角的测量的结果在误差范围内满足幺正性的要求，但是受限于实验的测量精度，在 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的振幅中允许存在大约 $\mathcal{O}(10\%)$ 新物理的贡献。实验上进一步提升 CKM 幺正三角形三个角的测量精度，可以对新物理存在的参数空间提供更强的约束。在幺正三角形的六个可观测量中 $\phi_2 = (84.1_{-3.8}^{+4.5})^\circ$ ，是继 LHCb 发布 ϕ_3 最新测量结果之后，不确定性最大的一个观测量。实验上可以利用 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程进行时间依赖的 CP 对称性测量提取 ϕ_2 ，但是该过程一般都会包含一个或多个 π^0 ，LHCb 实验很难对包含 π^0 的过程进行测量。因此，精确测量 ϕ_2 成了超级 B 工厂一个重要的物理目标。本文利用圈图振幅贡献最小的 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 衰变提取 ϕ_2 角，预期可以最大程度提升 ϕ_2 角的测量精度。未来基于 Belle II 更大的统计样本，可以显著降低 ϕ_2 角测量的统计误差，对 CKM 幺正三角形的幺正性进行严格检验。如果幺正性存在破坏，将是粒子物理学的重大发现；如果幺正性保持，这也将是我们对标准模型最好的理解，同时推动我们向更高灵敏度的探测迈进。

- 第六章：工作内容的总结与展望。

第2章 BESIII 探测器和 Belle II 探测器

本文是一篇高能粒子物理实验方向的学位论文，使用的数据样本来自北京谱仪 III (BESIII) 实验和日本高能加速器研究机构 (KEK) 的 Belle II 实验。下面依次对这两个实验进行详细介绍。

BESIII 探测器是安装在中国科学院高能物理研究所升级之后的北京正负电子对撞机 (BEPCII) 上的一台大型实验设备，主要用于粒子物理实验研究。BESIII 探测器的前身最早可追溯到 1988 年建成的第一代 BES 探测器^[84]，后来在 1994-1996 年，2004-2008 年前后进行了两次升级，变成如今的 BESIII 探测器。BESIII 探测器从 2009 年开始物理取数至今，凭借其卓越的性能和稳定性，在 τ -粲能区已经积累了海量的数据样本，包括世界上统计量最大的 J/ψ ， ψ' ， $\psi(3770)$ 等数据样本^[85-87]。利用这些高质量的大统计量数据样本，BESIII 合作组已经取得了一系列重要研究成果，奠定了 BESIII 实验在 τ -粲能区的国际领先地位。

Belle II 探测器是安装在日本 KEK 的大型正负电子对撞机 (SuperKEKB) 上的大型磁谱仪。SuperKEKB 与 BEPCII 不同的是，SuperKEKB 是不对称正负电子对撞机，这要设计主要是为了使得 $\Upsilon(4S)$ 衰变出来的 B 介子有较大的 boost，方便后面测量 B 介子的衰变顶点，进行 CP 破坏的研究。由于 SuperKEKB 工作在 b 夸克能区，主要产生 $B\bar{B}$ ，并且相比升级之前的 KEKB^[88]，设计亮度提升了 30 倍，因此又被称为超级 B -工厂。Belle II 探测器的前身可以追溯到 1999 年建成的 Belle 探测器^[47]。截止到 2009 年，Belle 探测器停止取数，累计积累了超高 1000 fb^{-1} 数据样本。利用这些数据样本，完成了很多重要的测量，特别是测量 B 介子衰变中的 CP 破坏，验证了 Kobayashi Makoto 和 Toshihide Maskawa 提出的 CKM 机制，由此确立了 CKM 机制作为标准模型中 CP 破坏的唯一来源，使得他们获得了 2008 年的诺贝尔物理学奖^[89]。Belle 取得的巨大成功直接促进了后面升级计划的实施。Belle II 在 Belle 探测器的基础上，对整个探测器进行了全面的升级，性能得到了很大提升。2018 年完成升级，2019 年开始物理取数，截止目前在 $\sqrt{s} = 10.58 \text{ GeV}$ 处已经积累了大约 500 fb^{-1} 的数据。

2.1 北京正负电子对撞机

北京正负电子对撞机 (BEPC) 于 1988 年 10 月在中国科学院高能物理所建成，它是中国建立的第一台高能加速器，中国科学院高能物理所也由此成为了世界八大高能加速器中心之一。2003 年底，国家批准了北京正负电子对撞机重大改造工程 (BEPCII)。工程于 2004 年初动工，2008 年 7 月完成建设任务。升级之后的 BEPCII 是一台 τ -粲能区国际领先的对撞机，对撞的质心系能量为 1.84-4.60 GeV (后面进一步升级到 4.95 GeV)，峰值亮度为 $1.0 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ @ 3.773 GeV^[90] (达到的最高亮度为 $1.1 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)。BEPCII 的主要设计参数列在表 2-1 中。

BEPCII 主要由注入器、输运线和储存环构成:

1. 注入器是一段长 202 m 的行波正负电子直线加速器, 最前面是电子枪, 可以直接发射电子。要想产生正电子, 首先要把电子加速到约 150 MeV, 之后电子轰击钨靶, 通过级联簇射产生正电子对。对正电子进行聚焦、加速从而得到高能的正电子束流。电子束会在加速管产生的微波场中加速至 0.92-2.475 GeV。

2. 输送线连接注入器和储存环, 将注入器输出的正负电子束团分别传送到相应的储存环里。

3. 储存环是一种环形加速器, 其核心部分是一个周长为 240 m 的环形真空管道, 正负电子束在其中沿相反方向高速回旋运动。整个系统依靠真空盒周围精密排布的各种电磁铁实现对束流的精确控制, 这些电磁铁通过精确调节磁场强度, 将两束粒子偏转、聚焦并稳定约束在真空管道的中心区域。与此同时, 高频谐振腔持续向束流注入微波能量, 使粒子在循环过程中不断获得加速, 逐步提升至目标能量。当正负电子束达到预定能量时, 控制系统会关闭对撞点两侧的静电分离器, 解除两束粒子的空间隔离, 使它们在特定位置实现精确对撞。由于采用双储存环设计, 使得整体的束团数目更多, 实现多束团对撞, 极大提升了亮度。双环设计导致对撞的时候两个束团之间存在约 22 mrad 的夹角, 使得对撞产生的粒子横动量不是 0^[90], 双环的结构示意图如图2-1所示。

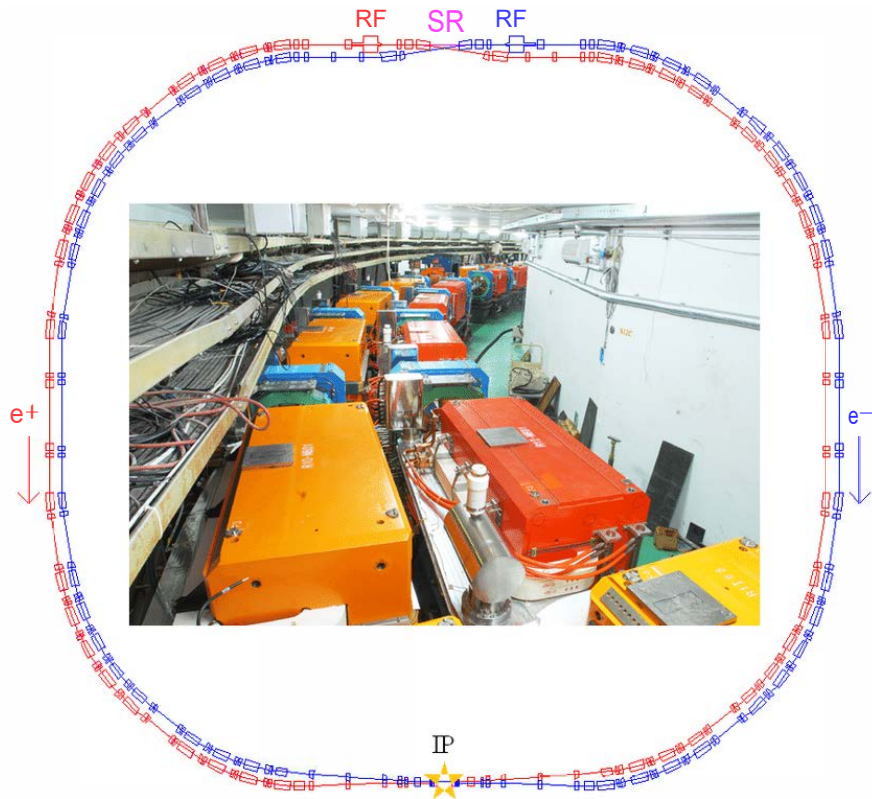


图 2-1 BEPCII 双储存环结构示意图。

Figure 2-1 Schematic diagram of BEPCII dual storage ring structure.

表 2-1 BEPCII 主要参数^[90]。Table 2-1 Main parameters of BEPCII^[90].

参数	数值
运行能量 (单束)	0.92~2.30 GeV(后面提升至 2.475 GeV)
优化能量 (单束)	1.89 GeV
束流流强	910 mA
束团流强	8.3 mA
束团数目	93(后面提升至 110)
束团间距	2.4 m
自然束团长度	1.35 cm
束-束相互作用	0.04
储存环长度	237.5 m
粒子数	4.5×10^{12}
IP 处包络函数值 β_x/β_y	1.0 m/1.5 cm
IP 处的交叉角	11×2 mrad
水平发射度	144 nm·rad
工作点 ν_x/ν_y	6.53/5.58
谐波数	396
射频电压	1.5 MV
射频频率	499.8 MHz
每环射频腔数	1
每转能量损失	121 keV
同步辐射功率	110 kW
阻尼时间 $\tau_x/\tau_y/\tau_E$	25/25/12.5 ms
自然能量展宽	5.16×10^{-4}
动量缩放因子	0.0235
亮度 ($E_{beam} = 1.89$ GeV)	$1.0 \times 10^{33} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$

注：计划束流能量最高升级到 2.8 GeV。

2.2 北京谱仪 (BESIII)

BESIII 探测器是工作在 τ -粲能区的大型磁谱仪，主要研究的物理目标包括在 QCD 微扰和非微扰过渡能区检验强相互作用相关性质，对 τ -粲能区的弱电物理进行精确检验，以及对新物理的寻找等。具体物理目标分为以下几个方面，

1. 对于强相互作用性质的研究主要包括：逐步发展和完善强子谱，并寻找 QCD 预言的胶球、混杂态和多夸克态等；研究粲偶素、类粲偶素的产生和衰变性质；精确测量 τ -粲能区的 R 值；结合格点 QCD (LQCD) 的计算，精确测量标准模型基本参数，包括强相互作用耦合常数 α_s 、粲夸克质量等；

2. 弱电物理的研究主要包括：测量粲介子的衰变常数和形状因子，通过粲介子的纯轻或者半轻衰变精确测量 CKM 矩阵元 V_{cd} 和 V_{cs} ，同时检验 CKM 矩阵的幺正性；对 $D^0\bar{D}^0$ 混合的研究，并寻找 D 介子衰变中的 CP 破坏； $\tau\tau$ 阈值附近精确测量 τ 轻子的质量，检验轻子普适性等；

3. 新物理的寻找包括：通过 J/ψ 衰变寻找暗物质，轴子；寻找轻子数和重子数破坏的过程；寻找粲偶素的弱衰变等；

4. 基本对称性的检验：利用 J/ψ 和 $\psi(3686)$ 衰变出来的重子检验重子强衰变以及弱衰变中的 CP 对称性；

5. 核物理相关研究：利用 J/ψ 衰变出来的重子研究重子和束流管冷却物质（矿物油）中氢原子核的散射，测量重子和核子散射截面进行相关核物理研究。

2.2.1 工作原理

正负电子对撞后会产生大量末态次级粒子，包括带电的粒子和中性的粒子。这些次级粒子大部分是短寿命的不稳定粒子，它们会在探测器里面很快衰变成稳定的粒子。这些稳定的粒子 (e 、 μ 、 π 、 K 、 p 、 n 、 K_L^0 和 γ 等) 会与探测器的物质发生相互作用，产生相应的电子学信号，经过放大后被探测器记录下来。不同的末态粒子有不同的性质，为了记录常见的稳定粒子，探测器一般会包含多子探测器系统，子探测器往往被设计成某类稳定粒子的专用探测器。例如，主漂移室就是用来探测，记录所有带电粒子的信息，电磁量能器主要用来记录光子的信息。具体每个子探测器是怎么工作的在后面的章节会有详细介绍。最后通过分析粒子与探测器相互作用留下的丰富信息，可以判断粒子的种类，得到粒子的动量，能量，产生的空间位置等参数，基于这些信息可以帮助实验人员开展丰富的物理测量工作。

2.2.2 BESIII 结构

为了完成前面提到的相关物理目标的研究，要求 BESIII 探测器能精确测量带电粒子的动量，同时空间分辨率要高，并且对不同带电粒子有较好的粒子鉴别能力（例如 π 、 K 、 p 等）；对于光子有好的能量分辨、角度分辨和位置分辨；电子学系统、触发系统和数据获取系统的死时间尽可能短。在此基础上，科研人员设计了如图2-2 所示的 BESIII 探测器^[91]，各个子探测器的相关性能参数列

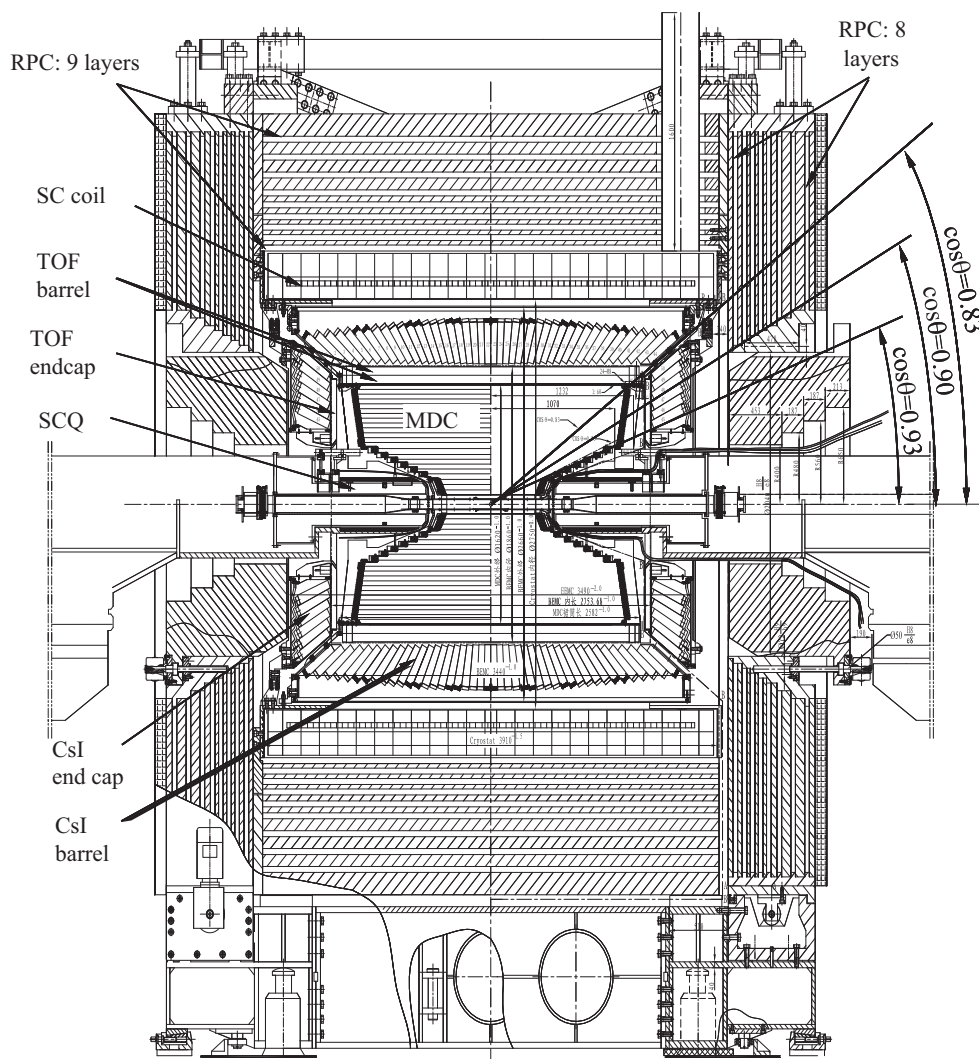


图 2-2 BESIII 探测器结构示意图^[91]。

Figure 2-2 Schematic drawing of BESIII detector^[91].

在表2-2。下面依次对每个子探测器系统进行介绍，探测器从内到外依次是束流管 (Beam Pipe)、漂移室 (Multilayer Drift Chamber, MDC)、飞行时间计数器 (Time-of-Flight, TOF)、电磁量能器 (Electromagnetic Calorimeter, EMC)、超导磁体 (Superconducting Magnet)、 μ 子鉴别器 (Muon Identifier, MUC)。

表 2-2 BESIII 探测器的性能参数^[91]。

Table 2-2 Performance parameters of the BESIII detector^[91].

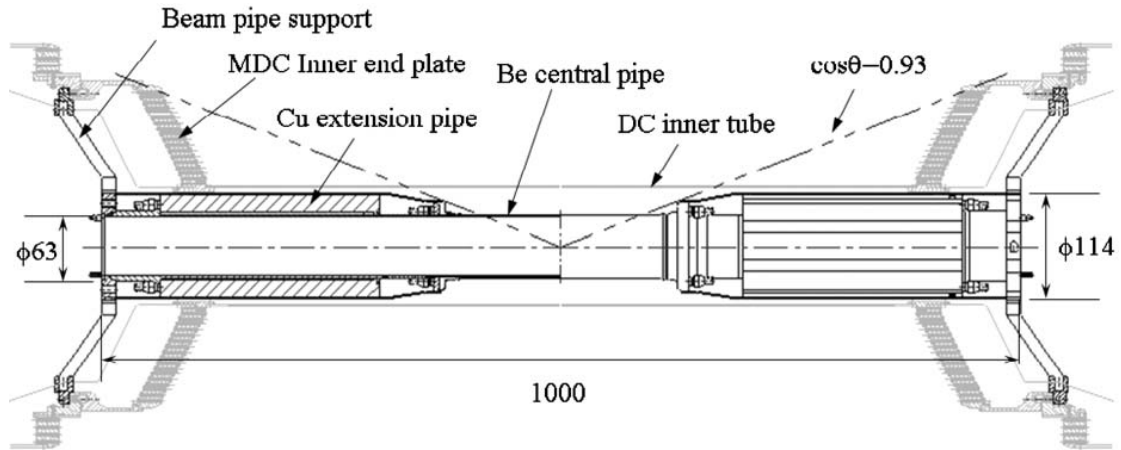
子探测器	参数	设计性能	实际性能
漂移室	单丝分辨 $\sigma_{r\phi}$	130 μm	115 μm
	横动量分辨 σ_{p_t}/p_t (1 GeV)	0.5%	0.5%
	电离能损分辨 $\sigma_{dE/dx}$	6%	5.8%
电磁量能器	能量分辨 σ_E/E (1 GeV)	2.5%	2.3%
	位置分辨	0.6 cm	0.6 cm
飞行时间探测器	时间分辨 (桶部/端盖)	100/110 ps	68/60 ps (端盖升级过)
μ 子计数器	层数 (桶部/端盖)	9/8	-
	动量阈值	0.4 GeV	0.4 GeV
螺线管磁场	场强	1 T	-
-	立体角 ($\Delta\Omega/4\pi$)	93%	-

2.2.2.1 束流管

束流管作为储存环的一部分，在探测器的最里面。正负电子束团在束流管内发生对撞，之后产生的次级粒子穿过束流管进入探测器内部。为了减少束流管对次级粒子的二次散射和多次散射，束流管的管壁必须很薄，使用低密度和低原子序数的材料。此外，束流管壁必须有很好的导热和机械性能，以承受高热、压力差，并保持高真空，这样可以有效降低束流和气体相互作用产生的本底。基于上述要求，金属铍是最佳的选择，最后采用双层的铍管设计，内管直径 63 mm，厚度为 0.8 mm，外管的厚度是 0.6 mm，两壁之间有一个 0.8 mm 的通道用于流动冷却液（高纯度矿物油）。冷却系统可以带走同步辐射光子、束流-气体散射和其他束流损失的粒子打在铍管上产生的热量。由于靠近 MDC，束流管外表面的温度必须保持在环境温度的 $\pm 1^\circ\text{C}$ 之内。铍束流管的内表面涂有 14.6 μm 的金，以减少低能量同步辐射光子，从而减少 MDC 内层的击中率。束流管的横截面示意图如图2-14 所示。

2.2.2.2 漂移室

MDC 作为 BESIII 重要的一个子探测器，主要用来测量带电粒子的径迹、动量、位置、以及电离能损，并且还可以为在线触发提供重要信号。MDC 主要工作原理是带电粒子穿过 MDC 与其中的气体分子发生相互作用，使得气体分子电离或者激发，粒子本身损失部分能量。电离出来的电子，在内部场丝的电场作用

图 2-3 束流管横截面示意图^[91]。Figure 2-3 Cross-sectional view of the beam pipe^[91].

下向附近的信号丝漂移，到达信号丝附近时会在信号丝的强电场作用下产生雪崩放大，最后被信号丝收集，输出一个脉冲信号，被电子学记录。

为了满足前面提到了 BESIII 的物理目标，MDC 需要满足以下要求，

1. 立体覆盖角尽可能大，并且保证在两端靠近对撞点的地方有足够空间供插入超导磁铁；
2. 有较高的径迹重建效率，能重建 100 MeV 左右的低动量径迹，并且横动量分辨率要接近 0.5% @ 1 GeV；
3. 在 $r-\phi$ 平面上平均单丝空间分辨率要好于 $130\ \mu\text{m}$ ， z 向分辨率约 1 mm；
4. 电离能损分辨率好于 7%，在动量为 700 MeV 时要求对 K/π 区分能力能达到 3σ ；
5. 在 1 T 磁场下稳定工作，并且能适应高计数率环境。

最终 MDC 设计成一个使用小单元的圆筒结构。考虑之后可以替换处于高本底区的内室，MDC 被设计成内室和外室，内室可以单独拆卸。室体设计长度约 2.4 m，内外室直径分别是 126 和 1620 mm。为了能把聚焦四极磁铁尽可能靠近对撞点 (IP)，内室的端面板被设计成阶梯状，整个 MDC 的立体角覆盖率为 0.93，具体结构如图2-4所示。为了减少粒子的多次散射，MDC 内填充的气体选用低物质量的氦气和丙烷的混合气，混合比例 3:2。

MDC 一共有 43 个信号丝层，采用超层结构，总计 6 个超层。为了提高 z 向空间分辨，靠近内室的四个超层是倾斜角交替的斜丝超层。每个超层内的丝层单元数相同，相邻单元错开半个单元，以减少死区和响应时间。漂移单元是一个正方形，中间是信号丝，外围是场丝，如图2-5所示。信号丝是直径 $25\ \mu\text{m}$ 的镀金钨丝，场丝是直径 $110\ \mu\text{m}$ 的镀金铝丝，总计 6796 根信号丝，21884 根场丝。

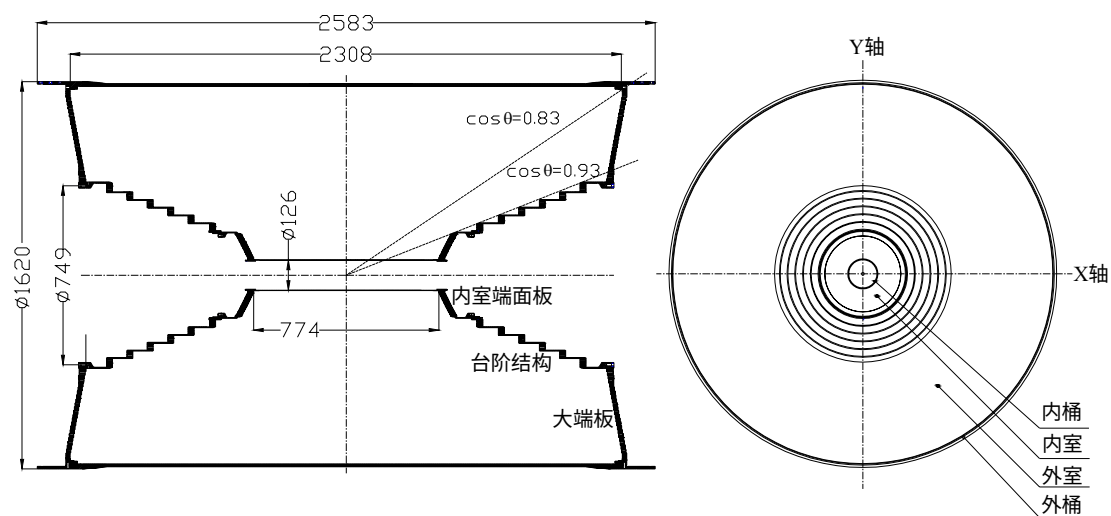


图 2-4 漂移室总体结构示意图^[92]。

Figure 2-4 Schematic drawing of the MDC^[92].

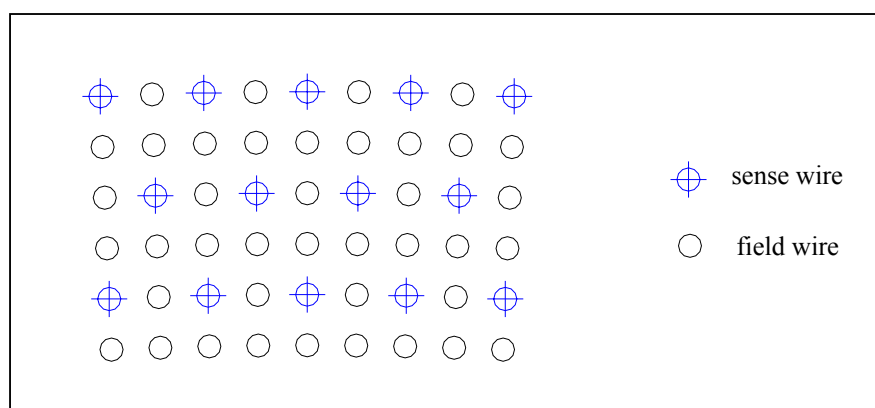


图 2-5 漂移室单元结构示意图^[92]。

Figure 2-5 Schematic drawing of the MDC unit^[92].

2.2.2.3 飞行时间计数器

TOF 位于漂移室和电磁量能器之间，主要用来测量带电粒子的飞行时间，结合粒子的动量，从而推算出粒子的质量，进行粒子鉴别。因此 TOF 的粒子鉴别能力主要取决于相同动量粒子的飞行时间差和 TOF 的时间分辨率，所以提升 TOF 的时间分辨率对提升粒子鉴别能力很重要。

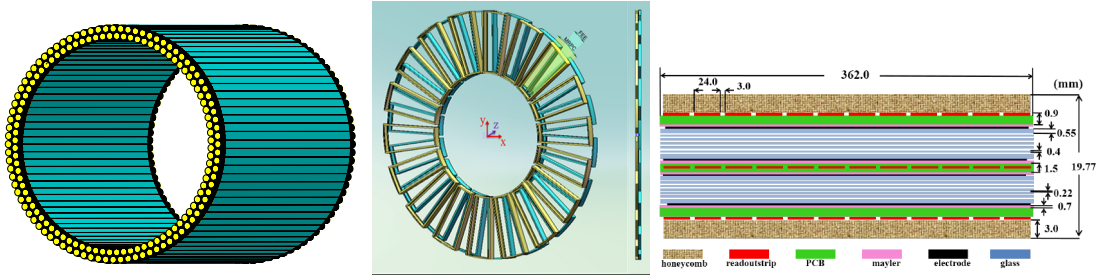


图 2-6 BESIII TOF 结构示意图。左侧是桶部，由塑料闪烁体构成；中间是升级之后的端盖，由多气隙电阻板构成；右侧是多气隙电阻板的内部结构图。^[93,94]

Figure 2-6 Schematic drawing of BESIII TOF. On the left is the barrel section, composed of plastic scintillators; in the middle is the upgraded endcap section, composed of multi-gap resistive plate chambers; on the right is the internal structure diagram of the multi-gap resistive plate chambers^[93,94].

图2-6展示了 TOF 的结构示意图，包含桶部和端盖两部分，以塑料闪烁体作为探测元件。桶部包含两层闪烁体，每层 88 块，每块闪烁体在 z 向是长度 2300 mm 的长条，横截面是厚度 50 mm 的等腰梯形，采用双端读出，桶部的时间分辨率约为 68 ps。端盖由 48 块闪烁体构成，呈现扇形。在 2015 年，对端盖进行了升级，由闪烁体变为多气隙电阻板（MRPC），如图2-6 中间和右侧两幅图所示。升级之后的 MRPC 的拥有更高的探测效率和时间分辨率，端盖的时间分辨率从之前的 110 ps 提升至 60 ps^[95]。

2.2.2.4 电磁量能器

EMC 用来测量粒子的能量，主要针对光子和电子。当高能的光子或者电子进入 EMC，它们会和里面的物质发生相互作用，产生电磁簇射，一个光子变成一对正负电子，然后电子再放出一个光子，持续下去，直到把所有能量沉积在物质中。此时，EMC 的晶体吸收了能量，使得里面的材料从基态跃迁到激发态，之后退激发放出荧光，荧光会被 EMC 后端的光电倍增管收集，变成电信号并且被放大，最后被电子学记录。一般会用辐射长度（ X_0 ）表征材料吸收能量的能力， X_0 的定义是电子由于韧致辐射能量损失为原来的 $1/e$ 时穿过物质层的平均厚度。

为了满足 BESIII 的物理目标，BESIII 的 EMC 采用 CsI (TI) 晶体作为灵敏材料，为了提高能量分辨率采用全吸收型量能器。之所以 CsI 晶体是应为它具有较高的发光强度和发光效率，并且辐射长度较小，在高能物理实验中使用广泛^[96-98]。为了充分吸收光子或者电子的能量，BESIII 的 EMC 采用 $15X_0$ 的长度

(28 cm)。图2-7 展示了 BESIII EMC 的具体结构。EMC 分为桶部和端盖，桶部覆盖 $|\cos\theta| < 0.83$ 的区域，端盖覆盖 $0.85 < |\cos\theta| < 0.93$ 的区域。桶部内半径为 94 cm，长度为 275 cm，晶体在桶部左右对称排布，共有 44 圈，总计 5280 块晶体。为了防止粒子之间从晶体的间隙传过去，每块晶体在 ϕ 方向倾斜 1.5° 。端盖由两个半圆环构成，每个圆环包含 6 层晶体，总计 960 块。EMC 的设计能量分辨率为 $\sigma_E/E = 2.5\% @ 1 \text{ GeV}$ ，位置分辨率为 $\sigma = 0.6 \text{ cm}/\sqrt{E(\text{GeV})}$ 。

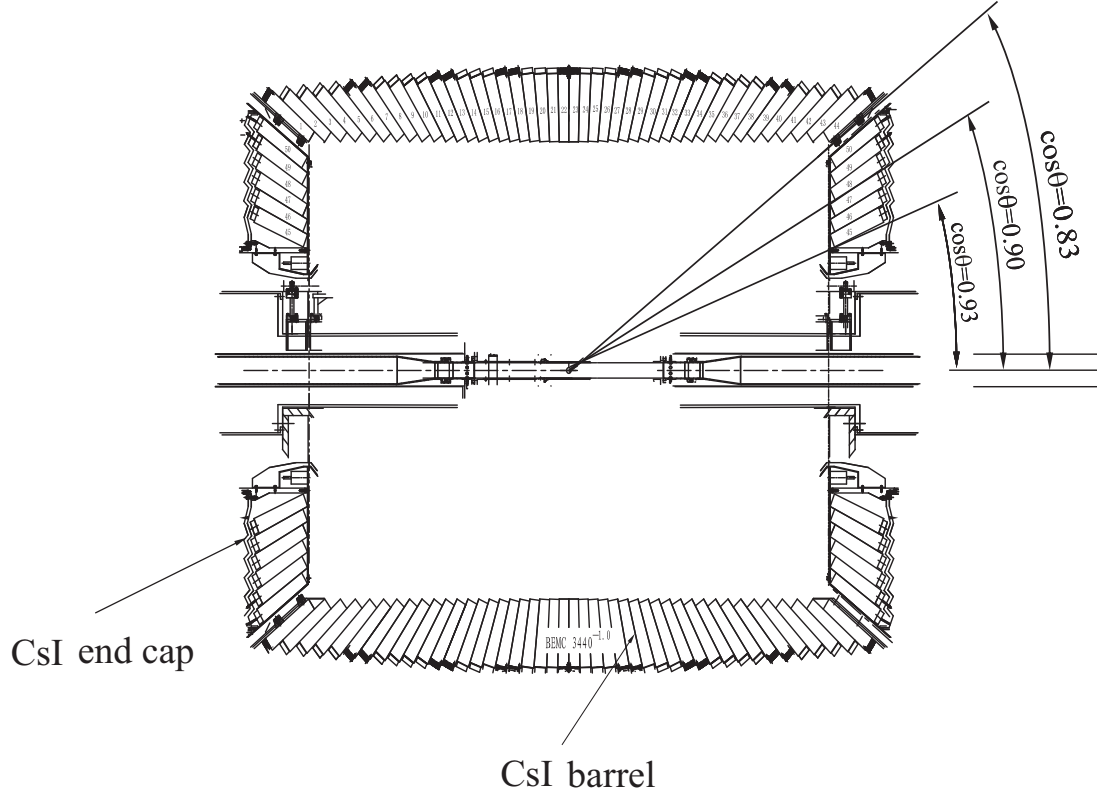


图 2-7 BESIII 电磁量能器晶体分布图^[99]。

Figure 2-7 Distribution of BESIII Electromagnetic Calorimeter crystals^[99].

2.2.2.5 超导磁体

超导磁体位于 EMC 和 MUC 之间，利用钨铁作为磁场回路，为整个探测器提供 z 向的均匀磁场，使得带电粒子在探测器内做螺旋线运动，方便动量测量。提高磁场强度可以提高动量分辨率，但是过高的场强会使得低动量的粒子在 MDC 内打圈，导致径迹难以测量，动量分辨变差。基于此，BESIII 探测器的磁场强度设计为 1 T，要求磁场不均匀度小于等于 5%，场强测量精度小于等于 0.1%，具体参数如表2-3所示。

2.2.2.6 μ 子鉴别器

MUC 位于探测器最外层，由基于酚醛树脂组合材料的阻性板 (RPC) 和强子吸收体构成 (钨铁)，覆盖的立体角 $|\cos\theta| = 0.89$ 。主要用来区分 μ 子和其它强子，例如 K 、 π 等。 μ 子和探测器内的物质发生相互作用的概率很低，进入 MUC

表 2-3 BESIII 超导磁体基本参数^[99]。Table 2-3 The basic parameters parameters of the BESIII Superconducting Magnet^[99].

低温杜瓦	内半径	1.375 m
	外半径	1.7 m
	长度	4.91 m
超导线圈	半径	1.475 m
	长度	3.52 m
	导体尺寸 (矩形)	3.7 mm·20 mm
电气参数	中心场强	1.0 T
	工作电流	3150 A
	电感	2.1 H
	储能	9.5 MJ
	冷物质	3.6 ton
	辐射厚度	1.92 X_0
	冷却时间	≤ 7 天
	失超恢复时间	≤ 1 天

之前基本不会损失多少能量，因此在动量较大的时候可以穿过多层 MUC。但是 K 、 π 等强子会与探测器物质发生相互作用，在进入 MUC 之前已经损失了部分能量。此外，MUC 中存在多层强子吸收体，会使得强子很快损失能量，只能穿过很少几层，通过分析穿过 MUC 的层数就可以有效区分 μ 和其它强子。

MUC 包括桶部和端盖两部分，桶部内半径 170 cm，外半径 262 cm，共有 9 层 RPC 超层，超层由两个 RPC 构成，结构如图2-8 所示。RPC 超层之间夹着轭铁，总计 8 层轭铁。为了减少死区，每个超层的 RPC 尺寸都不相同，并且交错排列。端盖由 8 层轭铁和 8 个 RPC 超层构成。RPC 的间距是 2 mm，工作气体为 $\text{Ar}/\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4/\text{iC}_4\text{H}_{10}$ 按照 50:42:8 的比例混合之后的混合气体。 μ 子鉴别器最低探测动量约为 0.4 GeV，超过 0.4 GeV 的 μ 子探测效率可达 95%，

2.2.3 触发判选系统

事例触发判选系统 (Trigger system) 是一个快速的事例实时判断、筛选系统。为了从高本底下 (约 1.3×10^7 Hz) 选择我们感兴趣的物理事例 (最高约 4 kHz)，需要高效的触发判选系统对事例率进行压低，去除大部分本底事例，保留物理事例。升级之后的 BEPCII 束团间隔为 8 ns，但是前端电子学处理信号存在时间延迟，不可能在 8 ns 间隔内完成第一级触发，所以 BESIII 采用流水线式的电子学读出方式进行数据读取和存储。

BESIII 的触发系统由两个级别组成，第一级是硬件触发，第二级是软件触发。图2-9 展示了 BESIII 触发判选系统的逻辑示意图。硬件触发会收集 MDC 中的径迹数，TOF 击中的时间，EMC 中总的沉积能量，总簇射数和 μ 子鉴别器等

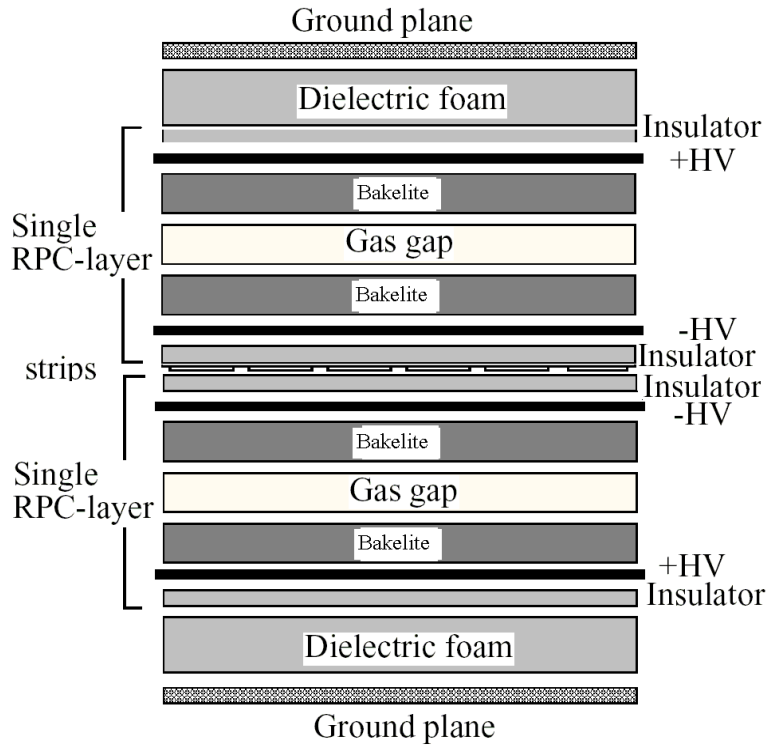


图 2-8 BESIII μ 子鉴别器使用的阻性板超层结构示意图^[99]。

Figure 2-8 Schematic drawing of resistive plate superlayer structure for BESIII muon Identifier^[99].

信息，最后经过控制系统和总的逻辑触发单元的汇总，判断是否满足预设的触发条件，产生触发信号。满足触发条件的事例会进行后续的读出，事例组装，过滤，最后存盘等操作，不满足的事例则被当做本底，直接丢弃。

2.2.4 在线数据获取系统

BESIII 的数据采集系统（DAQ 系统）主要任务是收集通过硬件触发的事例，进过后续计算机处理和网络传输，把各个电子学读出机箱中缓存的数据汇总到在线计算机上就行事例组装、过滤、整理成完整的事例，最后进行存盘。DAQ 系统中采用了大量的多级缓冲，并行处理，VME 总线高速读出等技术，使得系统死时间尽可能小。

不同子探测器的读出电子学机箱通过 Ethernet 网络连接到读出计算机，所有的读出分支通过 1 G 以上的交换连接到在线计算机集群，形成数据获取系统，如图 2-10 所示。在线集群处理的数据量超过 50 Mb/s，最后通过软件触发需要存储的数据量可超过 40 Mb/s。

2.2.5 离线数据分析系统

BESIII 离线软系统框架基于 C++ 编写，并且在 GAUDI 框架下^[100]开发了 BESIII 专用的离线数据处理系统 BOSS^[101]（BESIII Offline Software System, BOSS）。BOSS 系统包括了蒙特卡洛样本的产生、模拟，真实数据的重建、刻度、校准，事

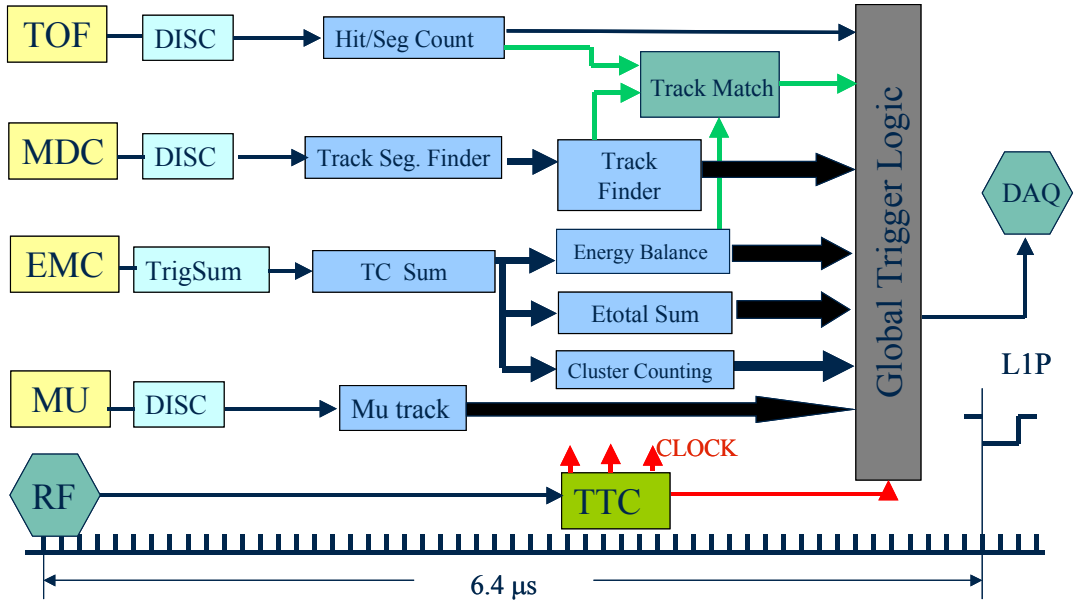


图 2-9 BESIII 触发判选逻辑示意图^[92]。

Figure 2-9 Schematic drawing of BESIII trigger decision logic^[92].

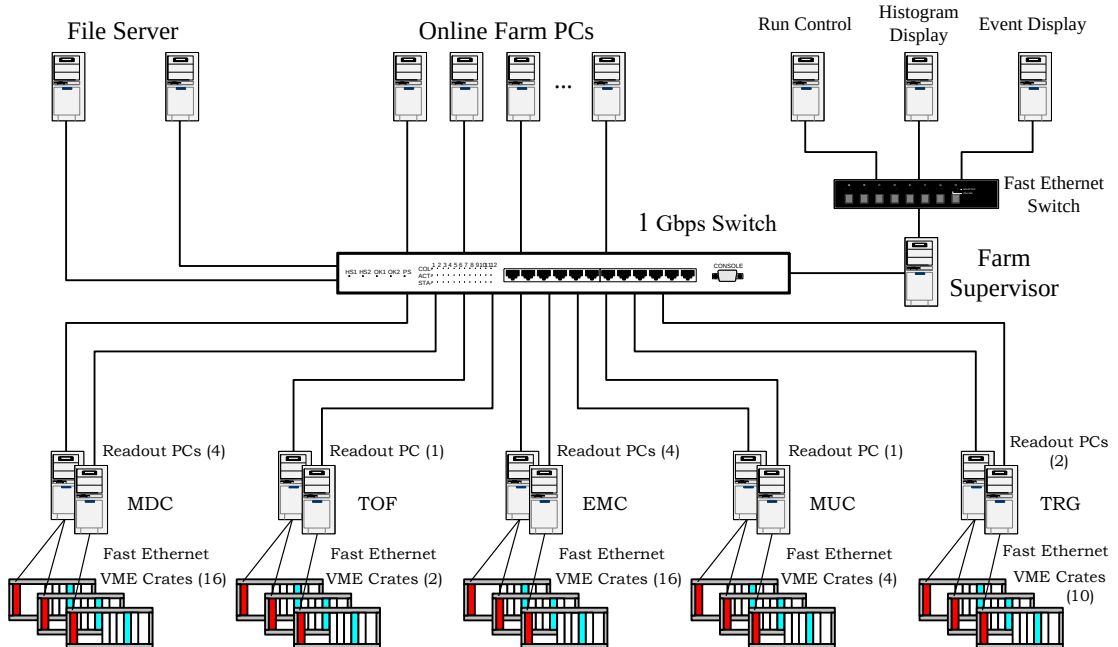


图 2-10 BESIII 数据获取系统示意图^[99]。

Figure 2-10 Schematic drawing of BESIII data acquisition system^[99].

例的显示, 以及分析算法包的编写等。蒙特卡洛样本的产生依赖于产生子模型, 常用的产生子包括 KKMC^[102]、BABAYAGA^[103]、PHOKHARA^[104] 等。之后的模拟由 BOOST 完成^[105], BOOST 基于高能物理实验中广泛使用的 GEANT4 架构开发^[106]。BOOST 根据探测器的真实情况对探测器进行了全面的模拟, 包括几何形状和物质。BOOST 给出粒子在各个子探测器中的击中信息, 模拟粒子与探测器物质的相互作用、计算相互作用截面, 输出探测器相应等。真实数据的重建包括径迹重建、TOF 重建、EMC 重建、MUC 重建等。刻度和校准通过控制样本进行, 主要是对探测器的原始输出进行修正, 给出真实物理和原始数据之间的对应关系, 包括 MDC、TOF、EMC、MUC 的刻度。最后通过重建把数字信号转变成粒子的径迹, 动量等物理信息供后续物理分析使用。

2.3 SuperKEKB

SuperKEKB 的前身是位于日本 KEK 的非对称环形正负电子对撞机(KEKB^[107])。KEKB 自 1998 年运行至 2010 年 6 月, 2003 年达到设计亮度为 $1.0 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 在 2009 年达到了世界加速器最高亮度 ($2.11 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)^[108]。基于 KEBK 的成功, 为了获得更大的数据样本, 进一步提升 B 介子系统 CP 破坏参数的测量精度, 同时提升对新物理的探测灵敏度, 日本政府决定对 KEBK 进行升级, 升级为 SuperKEKB。SuperKEKB 的设计亮度为 $6.5 \times 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 。SuperKEKB 包括一个 7 GeV 的电子环 (高能环, HER)、一个 4 GeV 的正电子环 (低能环, LER), 一个 1.1 GeV 正电子阻尼环 (Damping Ring, DR) 和注入线性加速器 (linac), 如图 2-11 所示。

为了实现 SuperKEKB 极高的设计亮度需要对 HER、LER 和 KEBK 的最终聚焦系统进行重大升级。注入线性加速器也需要进行重大升级, 以满足高电流和低发射度的注入束流要求。表 2-4 展示了 KEBK 和 SuperKEKB 一些重要参数的对比。由于瞬时亮度反比于束流尺寸, 同时束流尺寸又正比于根号下发射度和 IP 处贝塔函数的乘积, 所以压缩发射度和 IP 处贝塔函数可以有效提升亮度。考虑到正电子由电子打靶产生, 发射度会变大, 为了降低正电子的发射度, SuperKEKB 新设计了一个正电子 DR, 在 DR 中通过各种冷却技术冷却正电子的横动量, 压缩正电子的空间尺寸, 获得更小的发射度。同时较高的束流能量也可以获得较小的发射度, 所以相比 KEBK, LER 的能量由 3.5 GeV 提升至 4.0 GeV。

SuperKEKB 另一个重要改进是采用纳米束流, 把 IP 点的垂直贝塔函数压缩至 0.3 mm (比 KEBK 的贝塔函数小了接近 20 倍), 使得垂直束流尺寸缩小至 60 nm。为了实现纳米束流, IP 处的束流交叉角从 KEBK 的 22 mrad 增加至 83 mrad, 图 2-12 展示了 KEBK 和 SuperKEKB 的束流交叉时的示意图。

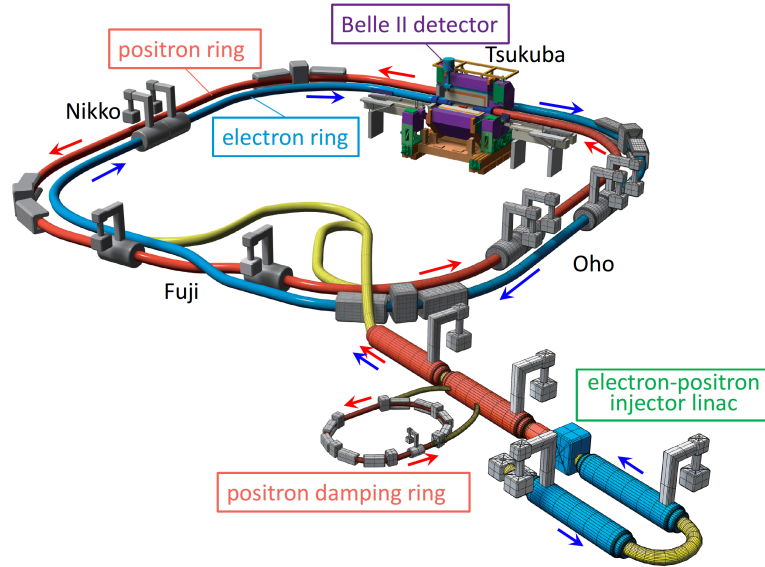


图 2-11 SuperKEKB 的示意图。电子环和正电子环有四个直线段，分别命名为筑波、大穗、富士和日光。电子束和正电子束在筑波直线段的相互作用点碰撞^[109]。

Figure 2-11 Schematic view of SuperKEKB. The electron and positron rings have four straight sections named Tsukuba, Oho, Fuji, and Nikko. The electron and positron beams collide at the interaction point in the Tsukuba straight section^[109].

表 2-4 KEKB 和 SuperKEKB 基本参数的对比^[88,110]。

Table 2-4 Comparison of fundamental parameters between KEKB and SuperKEKB^[88,110].

参数	字母表示	KEKB 达到的参数	SuperKEKB 设计参数 (2022.5 运行参数)
能量 (LER/HER)(GeV)	E	3.5/8.0	4.0/7.0(4.0/7.0)
瞬时亮度 ($10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)	L	2.11	65 (2.5)
束流电流 (LER/HER)(A)	I	1.64/1.19	3.6/2.6 (0.744/0.6)
IP 处垂直贝塔函数 (LER/HER) (mm)	β_y^*	5.9/5.9	0.27/0.30 (0.8/0.8)
束流交叉角 (mrad)	ϕ_c	22 ($\approx 1.3^\circ$)	83 ($\approx 4.8^\circ$) (83)
IP 处水平束流尺寸 (LER/HER) (μm)	σ_x^*	90/90	9/9 (17.9/19.6)
IP 处垂直束流尺寸 (nm)	σ_y^*	1900	60 (177)
洛伦兹 boost	$\beta\gamma$	0.425	0.287 (0.287)

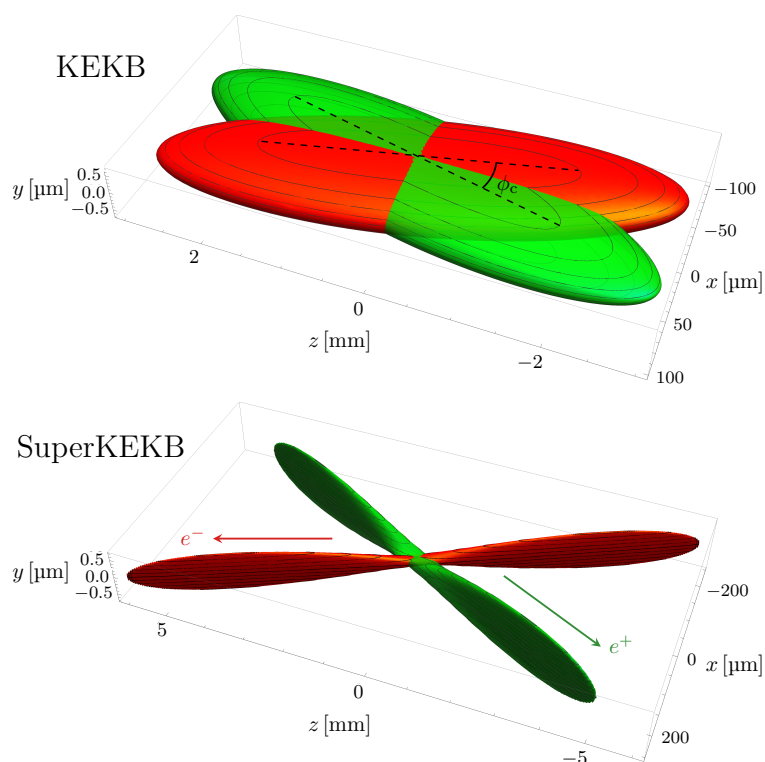


图 2-12 KEKB (顶部) 和 SuperKEKB (底部) 的束流相交的示意图。在 KEKB 中, z 方向上的相互作用区域大小约为 10 mm, 而在 SuperKEKB 中约为 0.5 mm^[73]。

Figure 2-12 Schematic view of the beam crossing at KEKB (top) and at SuperKEKB (bottom). The size of the interaction region in z -direction at KEKB was around 10 mm, while at SuperKEKB it is around 0.5 mm^[73].

2.4 Belle II 探测器

Belle II 探测器是工作在 b 夸克能区的大型通用磁谱仪，主要研究的物理目标包括：精确测量 B 介子系统的 CP 破坏，寻找超出标准模型的新物理；测量 τ 轻子质量，以及利用 τ 的衰变检验轻子普适性；测量 CKM 矩阵元 V_{ub} 、 V_{cb} 以及么正三角形三个角等；寻找粲介子的混合，完善粲重子能谱；寻找四夸克、五夸克态、混杂态等奇特态，研究奇特态的结构和相关衰变性质。

为了完成前面提到的相关物理目标的研究，除了要满足前面 BESIII 探测器的类似要求外，Belle II 还要具备优秀的顶点分辨，这对研究 B 介子时间依赖的 CP 破坏非常重要。由于 SuperKEKB 设计亮度的巨大提升，探测器的本底以及物理事例率都有很大提高，所以必须重新设计读出电子学。基于此，在 Belle 探测器的基础上，设计了如图2-13 所示的 Belle II 探测器，从内到外依次是束流管 (Beam Pipe)、顶点探测器 (Vertex Detector, VXD，包括像素探测器 (Pixel Vertex Detector, PXD) 和硅微条探测器 (Silicon Vertex Detector, SVD))、中心漂移室 (Central Drift Chamber, CDC)、飞行时间计数器 (Time-of-Propagation, TOP)、环形切伦科夫计数器 (Aerogel Ring Imaging Cherenkov Detector, ARICH)、电磁量能器 (Electromagnetic Calorimeter, ECL)、超导磁体 (Superconducting Magnet) 和 K_L^0 和 μ 子探测器 (KLM)。这些子探测器的具体设计参数如表2-5所示，下面依次对这些子探测器进行简要介绍。

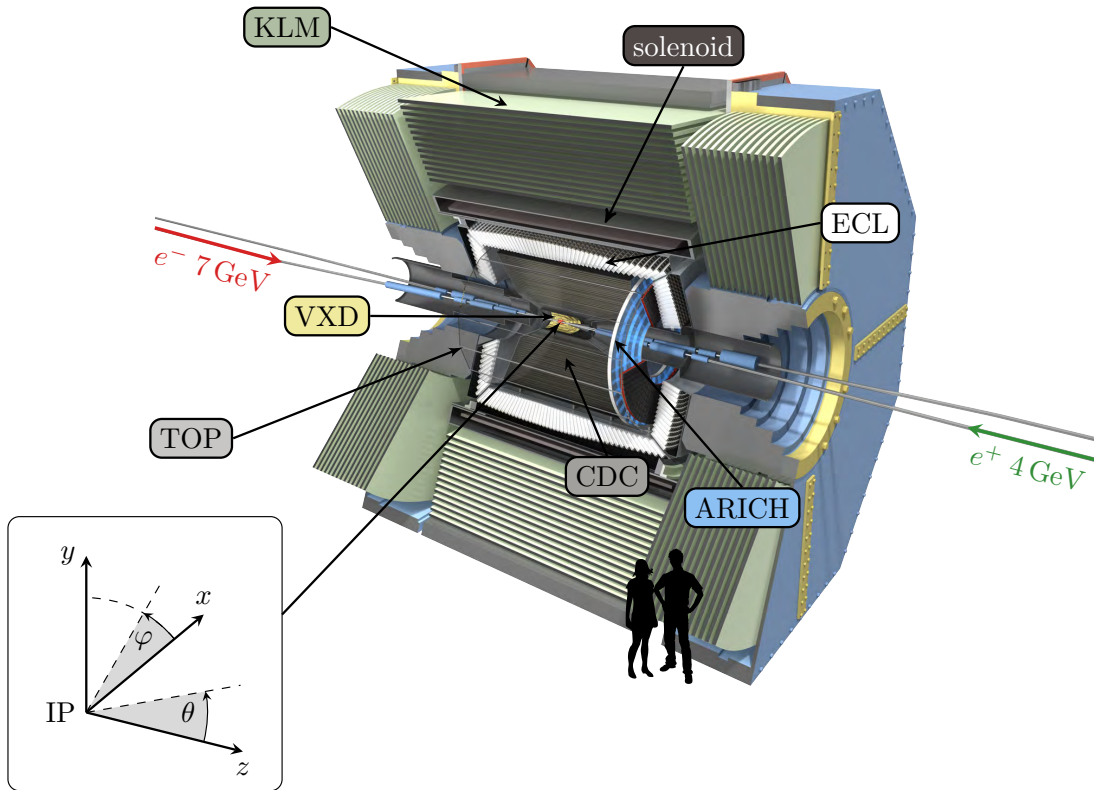


图 2-13 Belle II 探测器结构示意图^[73]。

Figure 2-13 Schematic drawing of Belle II detector^[73].

表 2-5 Belle II 探测器的性能参数^[110]。

 Table 2-5 Performance parameters of the Belle II detector^[110].

	参数	性能
PXD	顶点分辨 σ_{z0}	$\approx 20 \mu\text{m}$ (PXD+SVD)
SVD	顶点分辨 σ_{z0}	$\approx 20 \mu\text{m}$ (PXD+SVD)
CDC	单丝分辨 $\sigma_{r\phi}$ 横动量分辨 σ_{pt}/pt 横动量分辨 σ_{pt}/pt 电离能损分辨 $\sigma_{dE/dx}$	$100 \mu\text{m}, \sigma_z = 2 \text{ mm}$ $\sqrt{(0.2\%pt)^2 + (0.3\%\beta)^2}$ $\sqrt{(0.1\%pt)^2 + (0.3\%\beta)^2}$ (有 SVD) 5%
TOP	时间分辨 σ_t K/π 分辨	40 ps π 误判率 $< 0.5\%$ 时, 效率 $> 99\%$
ARICH	K/π 分辨 ($p=4 \text{ GeV}$)	π 误判率 $= 1\%$ 时, 效率 $= 96\%$
ECL	能量分辨 σ_E/E 位置分辨 σ_{pos}	$\frac{0.2\%}{E} \oplus \frac{1.6\%}{E^{0.25}} \oplus 1.2\%$ $0.5 \text{ cm}/\sqrt{E} (\text{GeV})$
KLM	层数 (桶部/端盖) 动量阈值 桶部位置分辨 $\Delta\phi, \Delta\theta$ 桶部强子误判成 μ 概率 端盖位置分辨 $\Delta\phi, \Delta\theta$ 端盖动量分辨 σ_p/p	15/14 $> 0.6 \text{ GeV}$ 均为 20 mrad (K_L^0) $\approx 1\%$ 均为 10 mrad (K_L^0) 18% (1 GeV 的 K_L^0)
螺线管磁场	场强	1.5 T
-	立体角 ($\Delta\Omega/4\pi$)	92%

2.4.1 束流管

束流管采用双层的铍圆柱体, 束流管内层半径 10 mm, 为了降低多重库仑散射对顶点分辨率的影响, 内层厚度仅为 0.6 mm。内表面涂有 $10 \mu\text{m}$ 的金, 以减少低能量同步辐射光子。外层半径为 12 mm, 厚度为 0.4 mm, 束流管的横截面如图2-14所示。为了减少束流-气体散射和其他束流损失的粒子打在铍管上产生的热量, 内外层之间流通 1.0 mm 厚的石蜡作为冷却物质。

2.4.2 顶点探测器

为了能够精确测量 B 介子的衰变顶点, Belle II 探测器需要具备优秀的顶点探测能力。基于此, Belle II 设计了全新的 VXD, 它对低动量径迹的重建效率, 以及径迹顶点的测量精度相比 Belle 提高了接近 2 倍。VXD 包含内层的两层 PXD 和外面的四层 SVD, 结构如图2-15 所示。

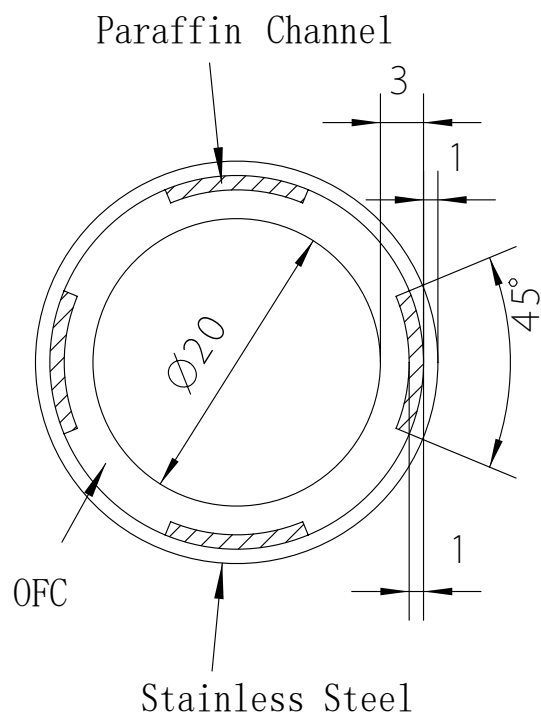


图 2-14 束流管横截面示意图^[110]。

Figure 2-14 Cross section view of the cryostat beam pipe^[110].

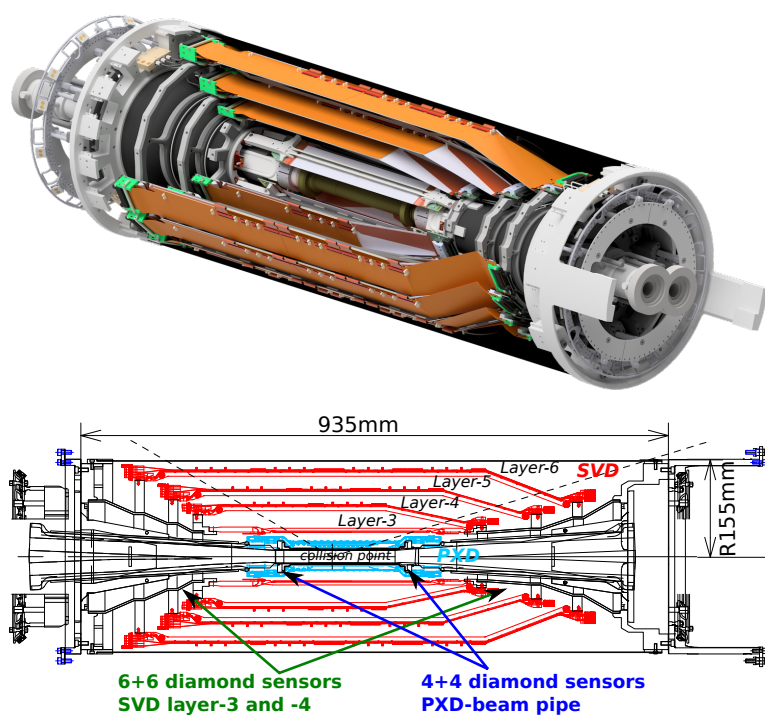


图 2-15 VXD 示意图^[111,112]。

Figure 2-15 Schematic drawing of VXD^[111,112].

2.4.2.1 像素探测器

PXD 总共有两层，第一层有 8 个模块，第二层有 12 个模块。在 run1 取数期间，由于一开始模块安装出现问题，第二层只安装了 2 个模块。在 2023 年 8 月，两层全新的 PXD 被重新安装到 VXD 中。图2-16展示了每个模块的结构以及所有模块安装之后的示意图。一个全硅的 PXD 模块由一个集成 DEPFET 探测单元的单片硅芯片和金属层组成，金属层用于连接表面安装器件和特定集成电路。内层每个模块的探测单元尺寸是 $12.5 \times 44.8 \text{ mm}^2$ ，外层模块探测单元尺寸是 $12.5 \times 62.4 \text{ mm}^2$ ，厚度都是 $75 \mu\text{m}$ ($0.21\% X_0$)。每个像素的尺寸是 $55 \times (55-85) \mu\text{m}^2$ ， z 轴方向像素的尺寸是变化的^[113]。

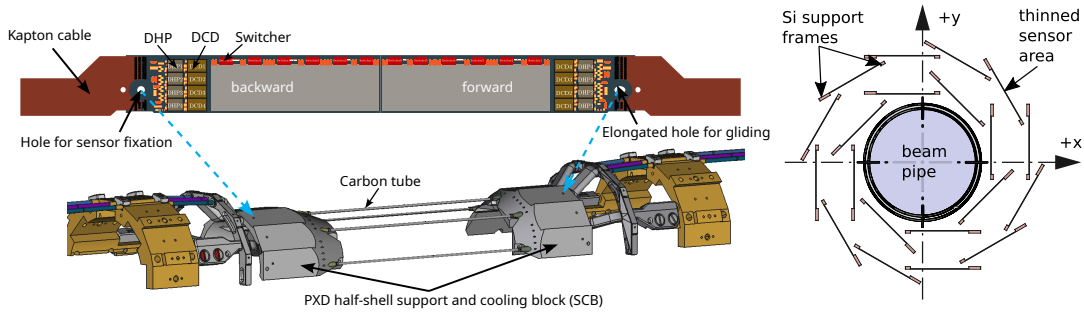


图 2-16 左图是一个 PXD 模块以及支撑和冷却结构示意图。右图是所有模块的摆放示意图^[113]。

Figure 2-16 The left plot shows a schematic drawing of a PXD ladder with supporting and cooling structures. The right plot shows a schematic drawing of the arrangement of all ladders in a windmill structure^[113].

每个像素由集成在硅片顶部的场效应晶体管（FET）构成。在 FET 通道下方，如图2-17所示，植入了一个内部栅极。当带电粒子穿过硅片时，电子-空穴对在电场中生成并分离。空穴漂移到背面平面，电子漂移到栅极。栅极中的累积电荷调制生成读出信号的源极-漏极电流。在信号读出之后，通过向 N^+ 触点施加正向电压清除内部栅极的电荷^[114,115]。

2.4.2.2 硅微条探测器

SVD 的探测单元是双面硅条探测器（Double-sided Silicon Strip Detectors, DSSD），分为 4 层，即第 3 层（最内层）、第 4、5 和 6 层（最外层），分别由 7、10、12 和 16 个电气和机械独立的模块组成，每个模块分别有 2、3、4 和 5 个探测单元。模块和探测单元放置的示意图如图2-18所示。这 172 个探测单元覆盖了 1.2 平方米的敏感区域，具有 224×10^3 个读出通道。DSSD 提供了二维空间位置信息，以及两侧探测单元收集的电荷和击中时间。SVD 第 3 层是直的，而在第 4、5 和 6 层中，最后一个 DSSD 分别以 11.9、16.0 和 21.1 度的角度倾斜。DSSD 倾斜的目的是减少整体材料预算和探测单元数量，同时通过避免较大簇宽的击中来提高击中质量。

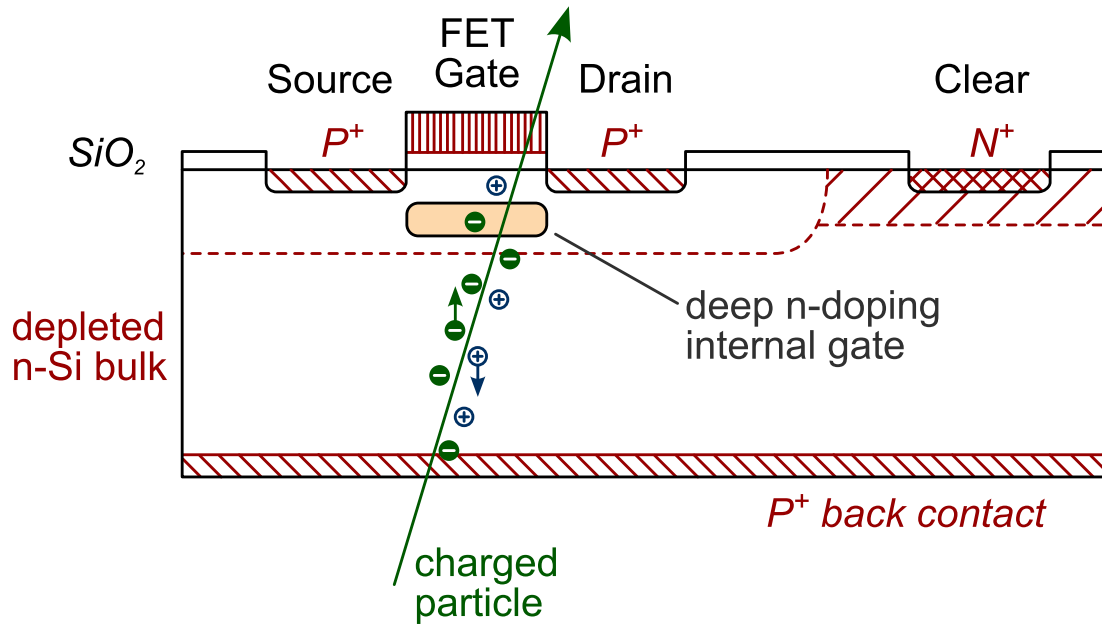

 图 2-17 DEPFET 像素的横截面示意图^[116]。

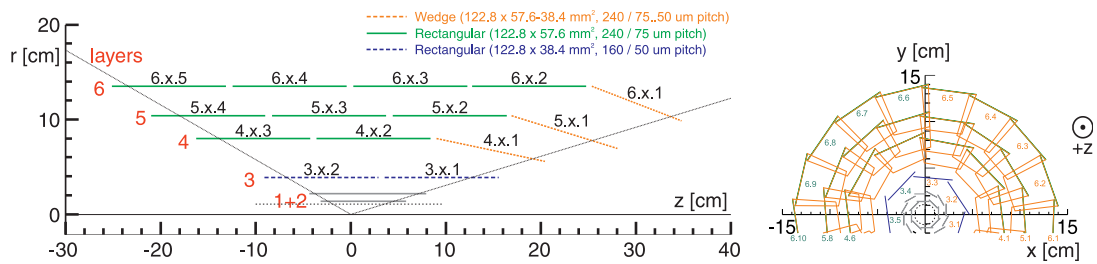
 Figure 2-17 Schematic cross section through a DEPFET pixel^[116].

 图 2-18 左图是 SVD 的纵向剖面示意图，从第三层到第 6 层，右图为 SVD 横向剖面示意图^[112]。

 Figure 2-18 The left plot is a schematic diagram of the longitudinal section of SVD, from the third layer to the sixth layer, and the right plot is a schematic diagram of the transverse section of SVD^[112].

DSSD 探测单元有三种类型，分别是由 Hamamatsu Photonics K.K. (HPK) 制造的大型和小型矩形探测单元，以及 Micron 制造的梯形探测单元。矩形和梯形探测单元的厚度分别为 $320\ \mu\text{m}$ 和 $300\ \mu\text{m}$ 。每个探测单元由 n 型半导体探测器制成，两侧放置相互垂直的 P 型和 N 型半导体。探测单元中的 P 型半导体条在纵向方向（与束流方向相同）， N 型半导体条在横向方向。在 P 型半导体条上的读出条间距对于大型（小型）矩形探测单元分别为 $75\ (50)\ \mu\text{m}$ ，对于梯形探测单元为 $50\text{-}75\ \mu\text{m}$ 。在 N 型半导体条上的间距对于大型矩形和梯形探测单元为 $240\ \mu\text{m}$ ，小型矩形探测单元为 $160\ \mu\text{m}$ 。DSSD 探测单元的横截面图像如图2-19所示。探测单元在 P 型半导体条和 N 型半导体条中都没有读出铝通道的中间条，以提高对击中位置的测量精度。

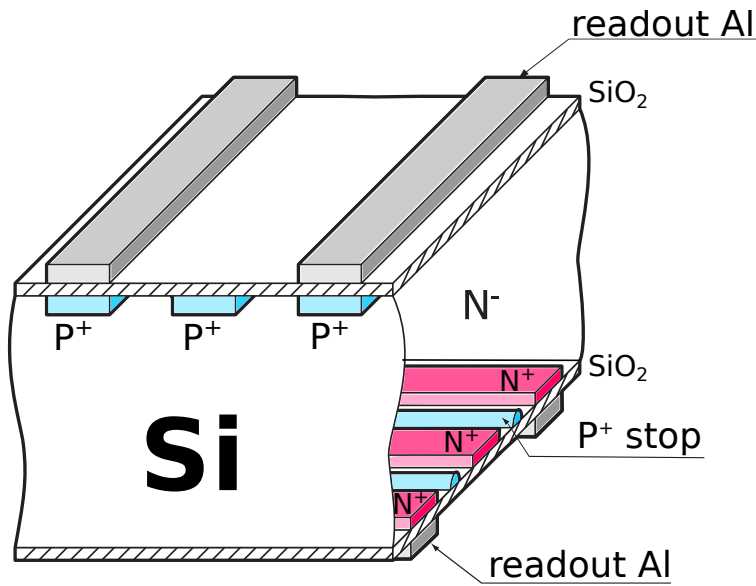


图 2-19 DSSD 探测单元的横截面示意图^[111]。

Figure 2-19 Cross sectional schematic diagram of DSSD sensor^[111].

2.4.3 中心漂移室

CDC 是 Belle II 实验中用于重建带电粒子径迹、测量动量、进行粒子鉴别和提供触发信号的子探测器。图2-20展示了 CDC 的横截面示意图。在 Belle II 实验中，带电粒子的动量通常在 $0.1 - 4.0\ \text{GeV}$ 的范围内，影响动量分辨率的主要因素是多次散射。因此，使用低质量的探测器以尽量减少多次散射的影响。基于此，CDC 分别使用 10mm 厚的铝端盖板， $5\ \text{mm}$ 和 $0.4\ \text{mm}$ 厚的碳纤维增强聚合物（carbon-fiber reinforced plastic, CFRP）作为外筒和内筒。填充的气体选用原子序数的氮气和乙烷混合物，混合比例 1:1。信号丝选用直径 $30\ \mu\text{m}$ 的镀金钨丝，场丝选用直径 $126\ \mu\text{m}$ 的铝丝，以最大限度地减少多重散射效应。

表2-6 显示了 CDC 的主要参数。为了降低束流本底造成的高占用率和丝的击中率，与 Belle CDC 相比，Belle II CDC 在相同半径下采用了较小的单元尺寸，

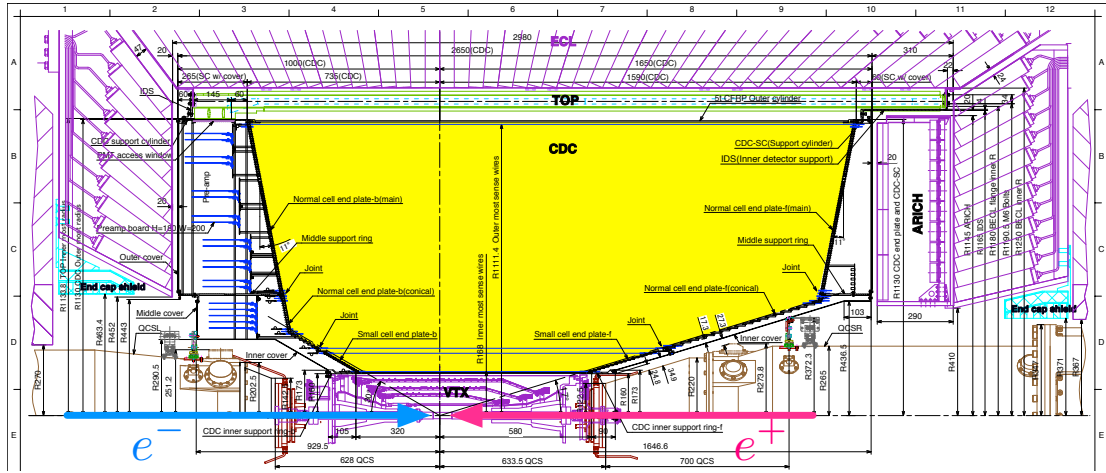


图 2-20 CDC 结构示意图^[117]。

Figure 2-20 Schematic drawing of CDC^[117].

由于靠近束流管，前 8 层的单元尺寸更小。图2-21显示了 CDC 的小单元丝室示意图以及丝的整体配置。

表 2-6 CDC 主要参数^[110]。

Table 2-6 Main parameters of the CDC^[110].

参数	性能
内圆柱半径 (mm)	160
外圆柱半径 (mm)	1130
最内层信号丝半径 (mm)	168
最外层信号丝半径 (mm)	1111.4
层数	56
信号丝数量	14336
信号丝直径 (μm)	30

2.4.4 飞行时间计数器

TOP 由 16 个相同的模块组成，形成一个桶状结构，覆盖在 CDC 的外围。每个模块包括光学系统、光传感器、读出电子学和支撑结构，如图2-22所示。光学系统是由石英条作为切伦科夫辐射体和传播体、一个聚焦镜和一个棱镜组成。每根石英条的尺寸为长 125 cm、宽 45 cm、厚 2 cm，两根石英条粘合在一起形成一根长 2.5 m 的石英条。粘合的石英条存放在由铝蜂窝板制成的支撑结构中，这种结构具有足够的刚度和轻质材料。光传感器使用的是方形微通道板光电倍增管 (MCP-PMTs)，单个光子的时间分辨率优于 50 ps，能够有效区分 GeV 动量的 π 介子和 K 介子。其阳极被分为 4×4 个通道。对于每个 TOP 模块，32 个 PMTs 被排列成 2×16 的网格，灵敏区域的占比为 73%。

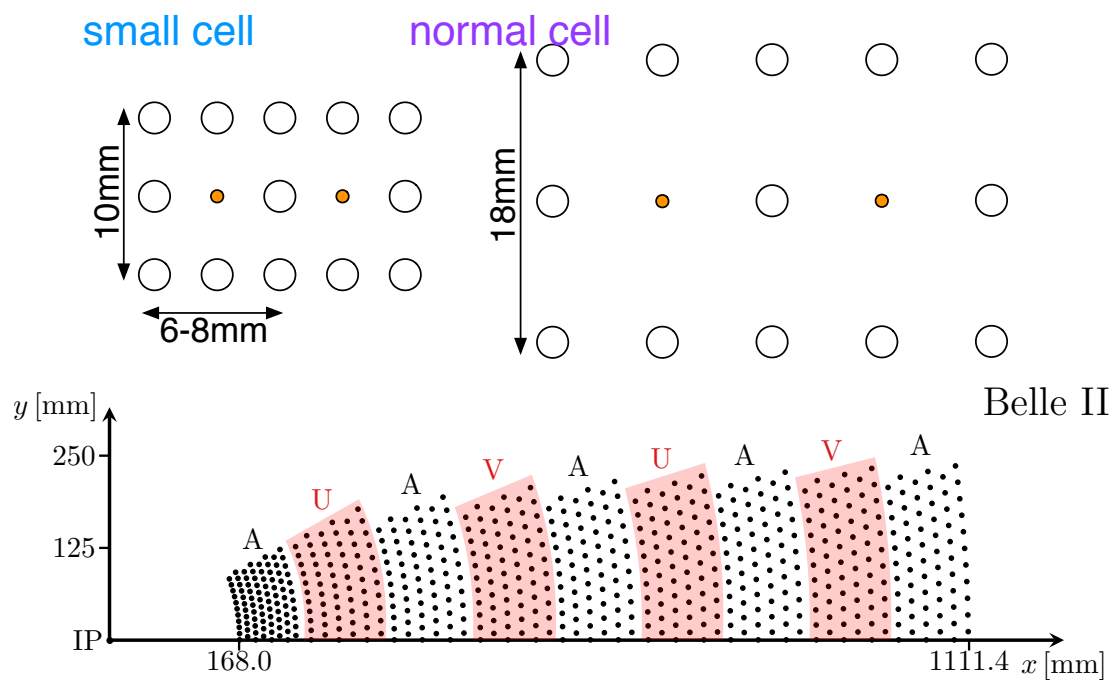


图 2-21 CDC 的小单元丝室和丝的配置示意图^[117]。

Figure 2-21 Schematic drawing of small cell and wire configuration of CDC^[117].

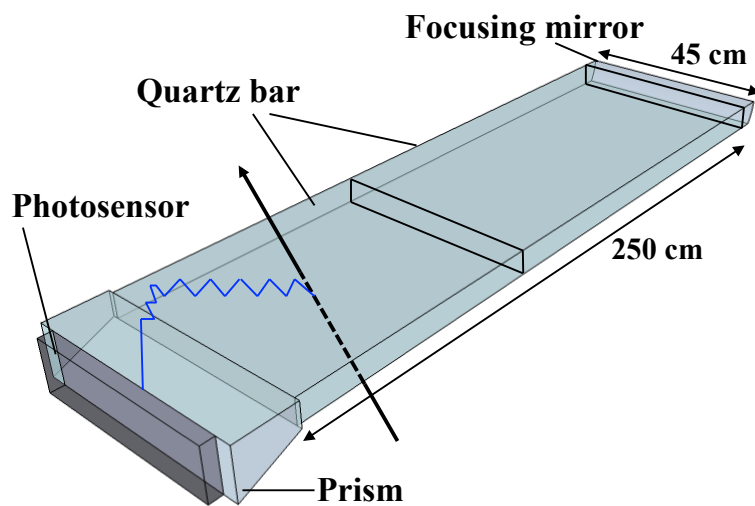


图 2-22 TOP 的概念图^[118]。

Figure 2-22 Conceptual overview of TOP^[118].

一般 TOP 的工作原理是通过测量带电粒子的飞行时间，进行带电粒子种类鉴别，因为其发射角（切伦科夫角， θ_c ）取决于粒子速度，它会导致在传播体内的路径长度存在差异，如图2-23所示。由于 Belle II 的 TOP 采用了 MCP-PMTs 读出，根据击中的通道不同可以得到二维坐标 (x, y) ，结合时间信息，可以重建出三维的切伦科夫图像，进一步提升粒子鉴别性能。

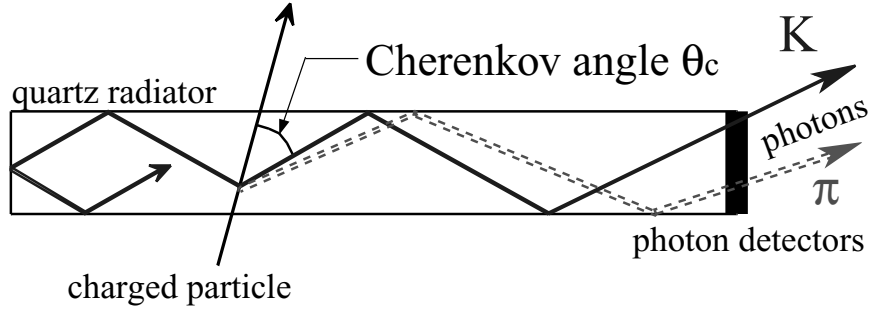


图 2-23 TOP 和内部反射切伦科夫光子的示意图^[110]。

Figure 2-23 Schematic side-view of TOP and internal reflecting Cherenkov photons^[110].

2.4.5 环形切伦科夫计数器

图2-24展示了 ARICH 的原理以及结构。它由气凝胶辐射体和一个离气凝胶辐射体 20 cm 远的光电探测器构成，光电探测器收集带电粒子穿过气凝胶辐射体产生的切伦科夫光子，最后通过测量 θ_c 进行粒子鉴别。对于 4 GeV 的粒子， π 和 K 之间的角度差大约为 23 mrad，假设辐射体的折射率为 1.05。由于可用空间有限，采用了近距离聚焦型 RICH 探测器。如果使用更厚的气凝胶，切伦科夫光子的数量可能会增加，但由于切伦科夫光子发射位置的不确定性，这会导致切伦科夫角分辨率变差。因此，引入了两层不同折射率的 2 cm 厚气凝胶，使得环形图像在光电探测器处重叠，这样可以增加光子数量而不降低角分辨率。两种气凝胶的折射率分别为 $n_1 = 1.045$ ， $n_2 = 1.054$ ，并且具有 40 mm 的良好透明度。ARICH 中的气凝胶砖总数为 248 块，它们按照图2-24右图所示的方式排列。

光电探测器必须对单个光子敏感，并且位置测量精度能够达到 $5 \times 5 \text{ mm}^2$ 。此外，还必须能承受 1.5 T 的磁场，同时能够承受持续运行 10 年产生的中子剂量。为了满足这些要求，HPK 开发了带有 144 个通道的混合雪崩光电探测器（hybrid avalanche photo-detector, HAPD），如图2-25 所示。HAPD 是一个真空管，其中包括 4 个雪崩光电二极管（APDs）。通过联合高压（ $\mathcal{O}(1000)$ ）产生的增益和 APDs 的雪崩增益（ $\mathcal{O}(10)$ ），使得总增益达到 70000。外部尺寸为 $73 \times 73 \text{ mm}^2$ ，有效面积为 $64 \times 64 \text{ mm}^2$ 。ARICH 中共使用了 420 个 HAPD，HAPD 的平均量子效率为 32.2%。

2.4.6 电磁量能器

Belle II 的 ECL 复用了 Belle 的 ECL，ECL 由一个长为 3 m 的桶部（内半径为 1.25 m），以及位于与相互作用点的 $z = 1.96 \text{ m}$ （前向）和 $z = -1.02 \text{ m}$ （后

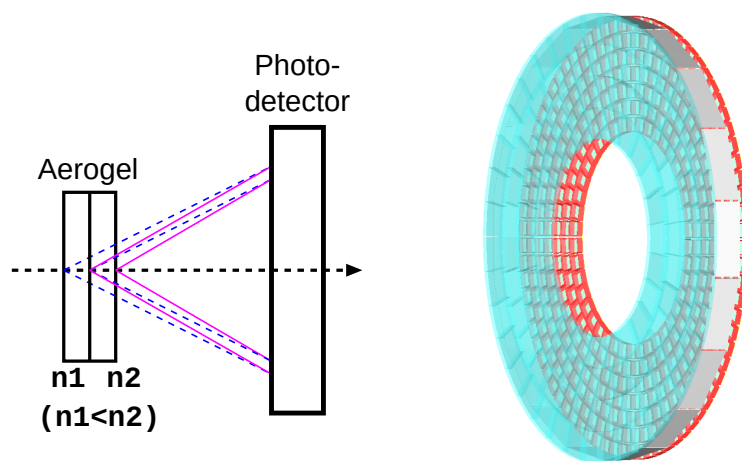


图 2-24 ARICH 的原理示意图 (左) 和结构示意图 (右)^[119]。

Figure 2-24 Schematic drawing of ARICH principle (left) and structure (right)^[119].

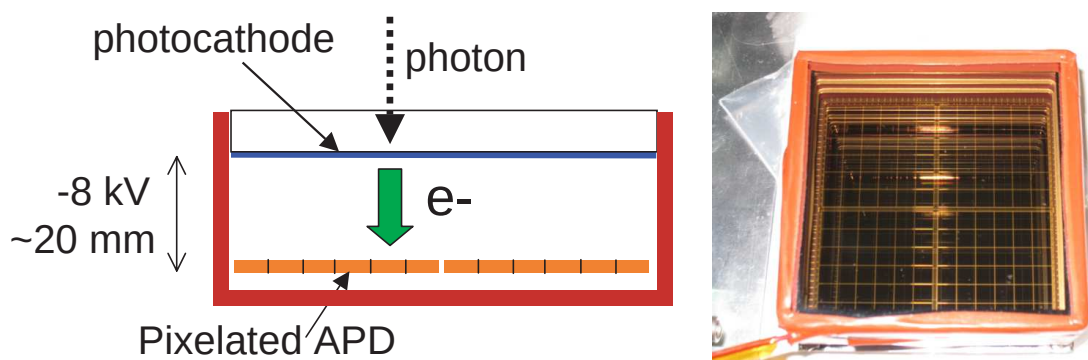


图 2-25 HAPD 的示意图 (左) 和实物照片 (右)^[110]。

Figure 2-25 Schematic drawing (left) and a photograph (right) of the HAPD^[110].

向) 处的环形端盖构成。ECL 覆盖极角范围为 $12.4^\circ < \theta < 155.1^\circ$, 桶部和前后端盖之间均有约 1° 宽的间隙没有被覆盖。桶部包含 6624 个 CsI(Tl) 晶体, 共 29 种不同形状。每个晶体是一个平均尺寸约为 $6 \times 6 \text{ mm}^2$ 棱台形状, 长度为 30 cm ($16.1X_0$)。端盖由 2112 个 69 种形状的 CsI 晶体组成。总共有 8736 个晶体, 总重约 43 吨。

为了保护晶体不受到外界环境因素的影响, 如化学腐蚀、灰尘、湿度, 并且提高光学性能, 每个晶体包裹着一层厚度为 $200 \mu\text{m}$ 的 Gore-Tex 多孔聚四氟乙烯, 并覆盖着一层厚度为 25 的铝和 $25 \mu\text{m}$ 的聚酯薄膜。ECL 的详细介绍可参考文献^[47]。为了能让 ECL 在高本底, 信号事例率低下工作, 对 ECL 读出电子学进行了升级。升级后的读出电子学采用波形采样, 将 ECL 输出波形整形时间缩短至 $0.5 \mu\text{s}$, 减少了噪声堆积, 并提供 ECL 信息的流水线读出以便之后在 FPGA 中对读出数据的波形进行分析^[120]。

2.4.7 超导磁体

Belle II 的超导磁体位于 ECL 外侧, KLM 轭铁作为磁回路, 为整个探测器提供 z 向的均匀磁场, 场强是 1.5 T。表2-7展示了超导螺线管的主要参数^[110]。

表 2-7 Belle II 超导螺线管主要参数^[110]。

Table 2-7 The main parameters of Belle II solenoid coil^[110].

低温杜瓦	内半径	1.7 m
	外半径	2.0 m
超导线圈	有效半径	1.8 m
	长度	3.92 m
	导体尺寸	$3 \times 33 \text{ mm}^2$
	超导体	铌钛合金/铜
	稳定器	99.99% 铝
	额定电流	4400 A
	电感	3.6 H
	储能	35 MJ
电气参数	中心场强	1.5 T
	总重量	23 ton
	有效冷质量	$\approx 6 \text{ ton}$
	长度	4.41 m
	冷却时间	≤ 6 天
	失超恢复时间	≤ 1 天

2.4.8 K_L^0 和 μ 子计数器

KLM 由 4.7 cm 厚的铁板和灵敏探测器交替堆叠而成，具体结构如图2-26所示，包括桶部和端盖两部分。桶部覆盖了 $45^\circ - 125^\circ$ ，端盖覆盖了 $20^\circ - 155^\circ$ ，桶部由 15 个探测器层和 14 个铁板构成，端盖由 14 个探测器层和 14 个铁板构成。对于动量大于 0.6 GeV 的 μ 子和中性强子，它们可以击中 KLM，如果动量超过 1.5 GeV，它们可以沿着几乎直线穿过 KLM。 K_L^0 在 KLM 中与铁板发生相互作用可以产生强子簇射。

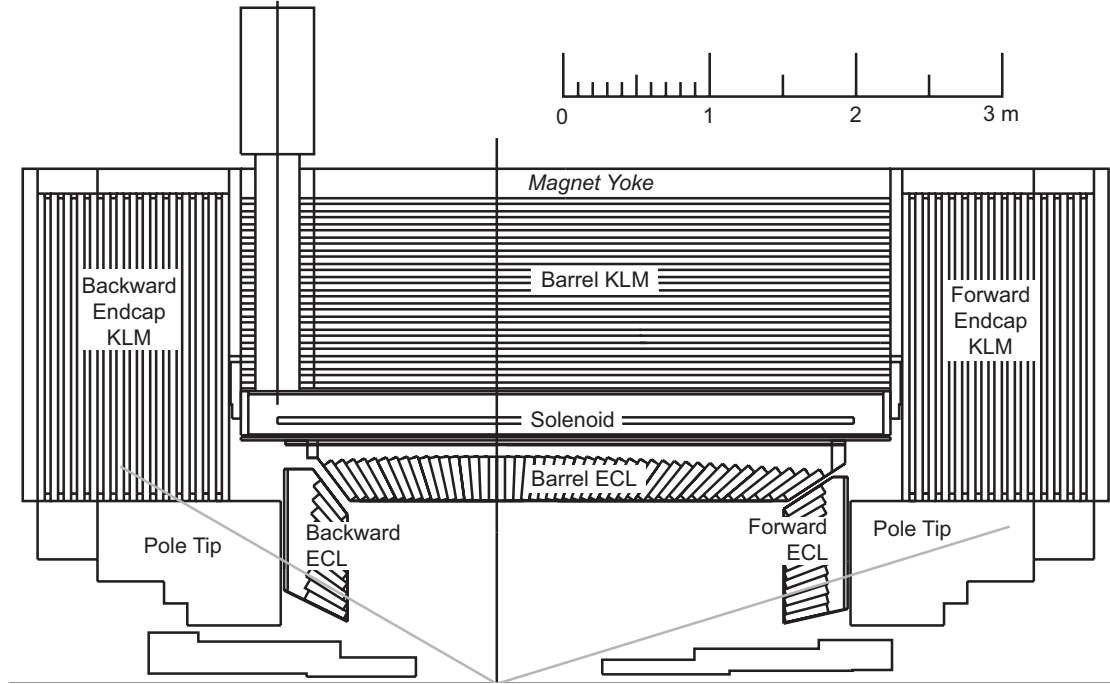


图 2-26 KLM 结构示意图^[110]。

Figure 2-26 Schematic drawing of KLM^[110].

基于玻璃电极电阻板室 (RPC) 的 Belle KLM 在整个 Belle 实验的数据采集期间表现良好^[47]。虽然 RPC 在放电后恢复电场时的长死时间显著降低了在高本底下的探测效率，但是在 KEKB 亮度下，KLM 桶部的本底占用率与宇宙线通量一致。因此，即使在 SuperKEKB 远高于预期的束流本底情况下，桶部的 RPC 也可以成功运行。但是桶部最内层的 RPC 的本底事例率相比外层会更高，所以为了保持更好的性能，桶部最里面的两层 RPC 被替换成能在更高本底事例率下工作的闪烁体，其他层保持不变^[121]。RPC 超层的结构示意图如图2-27所示。

在端盖中，由于对中子和其它在束流外部产生的粒子的屏蔽非常有限，本底更高。Belle KLM 端盖的本底事例率约为 $0.1 - 0.3 \text{ Hz/cm}^2$ ，此时 RPC 的效率已经下降到 90% 至 95% 之间。在 SuperKEKB 中，端盖中的本底事例率预计将增加 20 到 40 倍，将会导致 RPC 的效率低于 50%。因此，在 Belle II 中所有端盖 RPC 都替换成闪烁体。闪烁条的横截面为 $(7 - 10) \times 40 \text{ mm}^2$ ，长度高达 2.8 m。条带宽度的确定在总通道数确定的基础上，考虑了 μ 和 K_L^0 重建空间分辨要求^[122]。闪

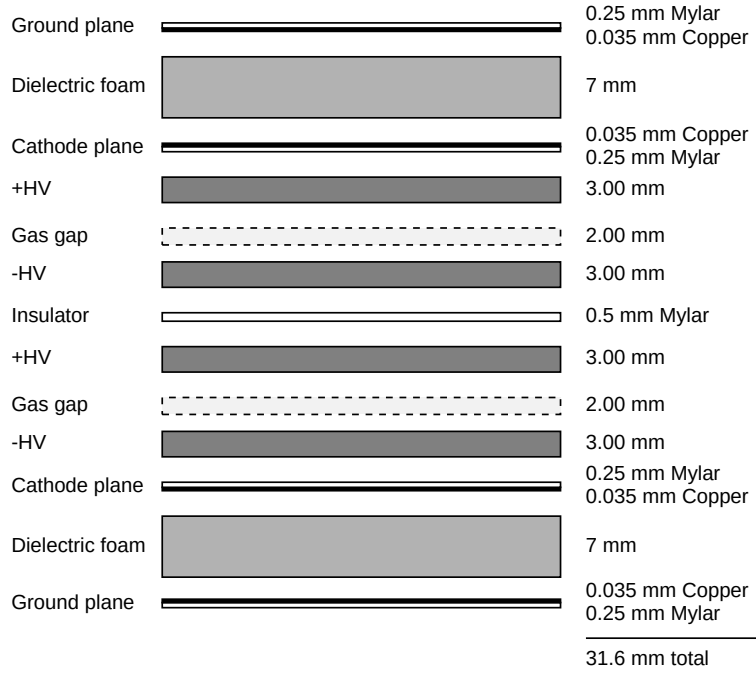


图 2-27 KLM 桶部使用的 RPC 超层结构示意图^[110]。

Figure 2-27 Schematic drawing of RPC superlayer structure of KLM^[110].

闪烁体安装在原有的 Belle KLM 的端盖中，整个系统由 16,800 个闪烁条组成，排列在两个正交平面上，形成每个间隙内的一个超层，一个本底击中会在两个读出平面中产生信号。具体结构如图2-28左图所示。由于将矩形结构镶嵌到圆内，内弧周围的死区估计约占总扇区面积的 1%。在外圆周围，由于电缆的位置和非常短的闪烁体的避让，死区为 4%。图2-28右图展示了闪烁光在闪烁体内的传播和探测原理。

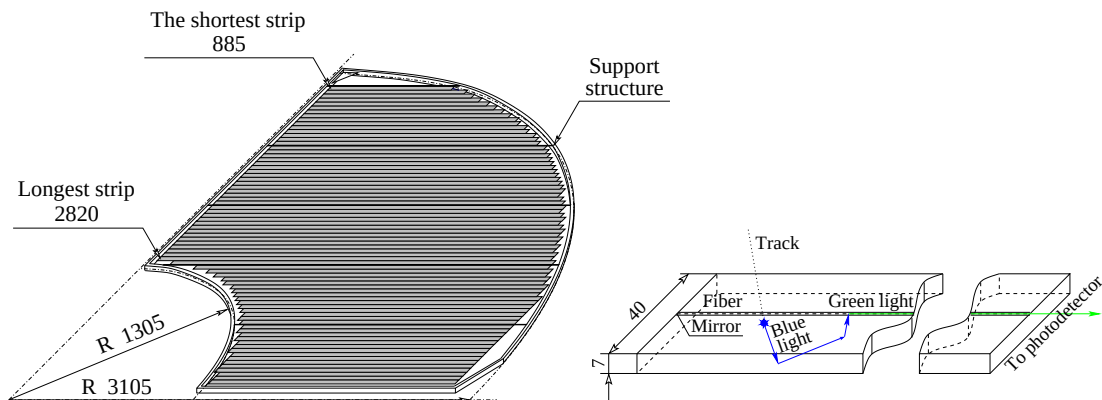


图 2-28 KLM 端盖中闪烁体的排布示意图 (左) 和闪烁体中闪烁光探测原理示意图 (右)^[110]。

Figure 2-28 Schematic drawing of the arrangement of scintillators in KLM endcaps (left) and scintillation light detection in scintillators (right)^[110].

2.4.9 事例触发系统

触发系统负责选择感兴趣的物理事件，同时压低来自束流散射和 Bhabha 散射的大量本底，各种物理过程的截面和触发率列在表2-8中。与 Belle 相比，Belle II 的触发系统有显著提升，体现在硬件触发 (L1) 的全局决策逻辑有所提升，并且高级别触发 (HLT) 的处理速度更快。对于径迹多重数较低的末态有更好的灵敏度，系统误差也更低。Belle II 的触发系统能在大量 QED 的本底下，对所有中性奇特物理信号进行触发，例如， $e^+e^- \rightarrow \gamma + \text{nothing}$ ($A, A \rightarrow \gamma\gamma$)， A 代表类轴子粒子。L1 触发系统的要求包括，

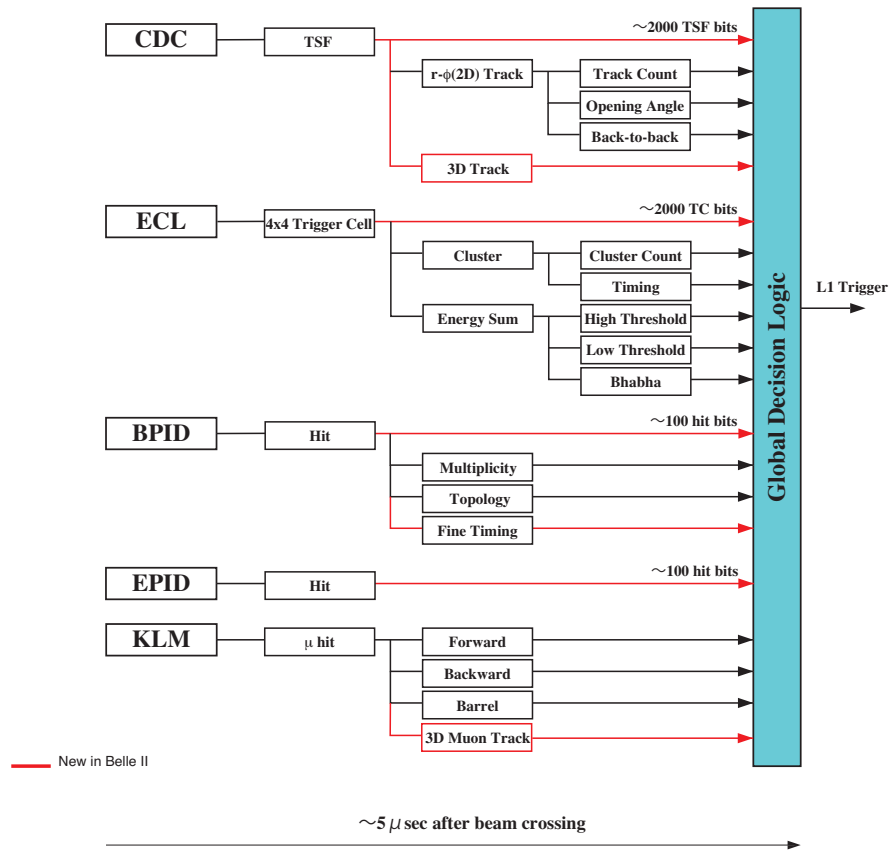
1. 对 $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 和 $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ 过程的触发效率接近 100%，
2. 对径迹数较多末态有较高的触发效率，
3. 最高平均触发率为 30 kHz，
4. 固定的延迟约为 $5 \mu s$ ，
5. 时钟精度小于 10 ns，
6. 最小两事件分离时间为 200 ns，
7. 触发配置需灵活且稳健。

表 2-8 在瞬时亮度为 $6.5 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 时，多种物理过程的预期截面以及触发率^[123]。Bhabha 和 $\gamma\gamma$ 的事例率 (*) 被人为缩小 100 倍

Table 2-8 Expected cross sections and trigger rates of various physics processes at $6.5 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ luminosity^[123]. Bhabha and $\gamma\gamma$ rates (*) are artificially reduced by a factor of 100.

过程	截面 [nb]	触发率 [Hz]
$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S)$	1.1	960
$e^+e^- \rightarrow q\bar{q} (q = u, d, s, c)$	3.7	2200
$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$	1.1	640
$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	0.9	640
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- (10^\circ < \theta_{\text{lab}} < 170^\circ)$	300	350*
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma (10^\circ < \theta_{\text{lab}} < 170^\circ)$	5.0	19*

Belle II 触发系统的示意图如图2-29所示。CDC 子触发提供带电粒子轨迹信息；ECL 子触发提供能量沉积、能量簇射、Bhabha 事例和宇宙线判断等信息；TOP 子触发提供精确的时间和击中位置信息；ARICH 子触发提供精确的击中信息；KLM 子触发提供 μ 子径迹信息。最后把所有子探测器系统的触发汇总到全局决策逻辑 (GDL) 并做出最终决定，判断是否满足预设的触发条件，产生触发信号。满足触发条件的事例会进行后续的读出、事例组装、过滤，最后存盘等操作，不满足的事例则被当做本底，直接丢弃。触发系统的总延迟约为 $5 \mu s$ 。

图 2-29 Belle II 触发判选逻辑示意图^[110]。Figure 2-29 Schematic drawing of Belle II trigger decision logic^[110].

2.4.10 在线数据获取系统

Belle II 的 DAQ 系统在接收到 L1 触发信号后, 会从每个子探测器的前端电子学中读取数据 (除去 PXD), 数据以并行方式通过 Belle2link 传输到 COPPER (COMmon Pipeline Platform for Electronics Readout) 模块。COPPER 模块会把收集到的数据组装成事例, 然后传输到 HLT 计算集群进行软件触发和重建。最后数据被移动到 KEK 计算中心 (KEKCC) 进行进一步处理和分发到计算格点 (GRID)。

图2-30展示了 Belle II DAQ 的逻辑示意图。大部分子探测器系统以统一的方式处理数据, 唯一不同的是 PXD, 由于其产生的数据量太大, 只能读取部分感兴趣的数据。通过把 SVD 重建出来的径迹投影到 PXD 中, 再利用 HLT 获得的径迹信息确定感兴趣区域 (ROI, Regions of Interest)。最后只有来自 PXD ROI 的数据才会被读取, 从而将读取的数据量降低至可接受的水平。Belle II DAQ 系统设计用于处理最高 30 kHz 的触发率, 包含了最高设计亮度下所有物理过程和束流本底的触发。

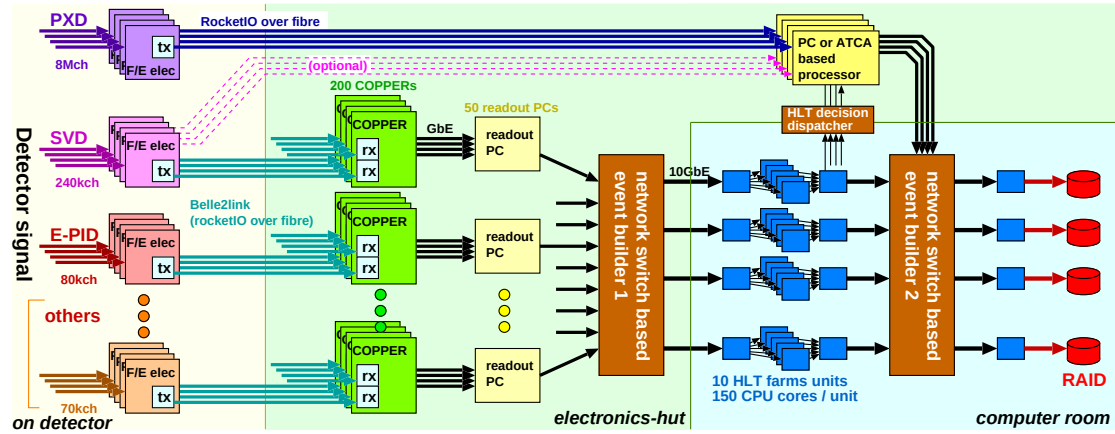


图 2-30 Belle II 数据获取系统示意图^[124,125]。

Figure 2-30 Schematic drawing of Belle II data acquisition system^[124,125]。

2.4.11 离线数据分析系统

Belle II 使用 and trigger、DAQ 相同的软件框架进行 MC 模拟、数据采集、重建、刻度、校准和分析。这些操作主要通过使用 python 脚本运行一系列基于 C++ 的特定模块完成。MC 模拟使用的产生子包括 KKM^[102]、TAUOLA^[126]、EVTGEN^[127] 等。探测器的响应通过 GEANT4^[106] 模拟, 同时在模拟的时候可以根据不同取数期间的束流本底情况把束流本底混合进去, 获得和数据符合更好的 MC 样本。

Belle II 使用 GRID 进行大规模数据处理, GRID 是由欧洲的大型强子对撞机实验 (LHC) 开发的用于大规模科学计算的分布式计算系统。目前 Belle II 合作组在 GRID 上已经完成了一系列 MC 样本的生成、模拟和重建, 以及大量的数据分析。对于 GRID 上运行的作业的可视化管理, 主要使用 LHCb 实验组开发的 DIRAC 软件^[128], 它提供了非常便捷的方式去管理 GRID 上运行的各种作业。

第3章 通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$

3.1 背景介绍

自 2003 年以来，实验上已经发现了多个可以衰变到含有粲偶素末态的共振态^[129–132]。其中一些态的性质与常规的 $c\bar{c}$ 介子相符^[133]，而另一些态则与任何 $c\bar{c}$ 介子都不符合，它们可以用夸克模型之外的其它结构来描述，例如多夸克态或强子分子态^[134–139]。在这些态中， $X(3872)$ ($I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$) 于 2003 年在 Belle 实验中被发现^[51]，由于其质量非常接近 $D^{*0}\bar{D}^0$ 阈值 ($Q = m_{X(3872)} - m_{D^{*0}} - m_{\bar{D}^0} = (-0.04 \pm 0.09) \text{ MeV}$) 且宽度非常窄 ($\Gamma = (1.19 \pm 0.21) \text{ MeV}$)^[34]，因此引起了广泛关注。作为 $D^{*0}\bar{D}^0$ 分子态的候选者， $X(3872)$ 激发起了对其它粲介子对阈值之上类似结构的研究，例如 $X_2(4013)$ (期望是 S -波 $D^*\bar{D}^*$ 束缚态)^[140]。

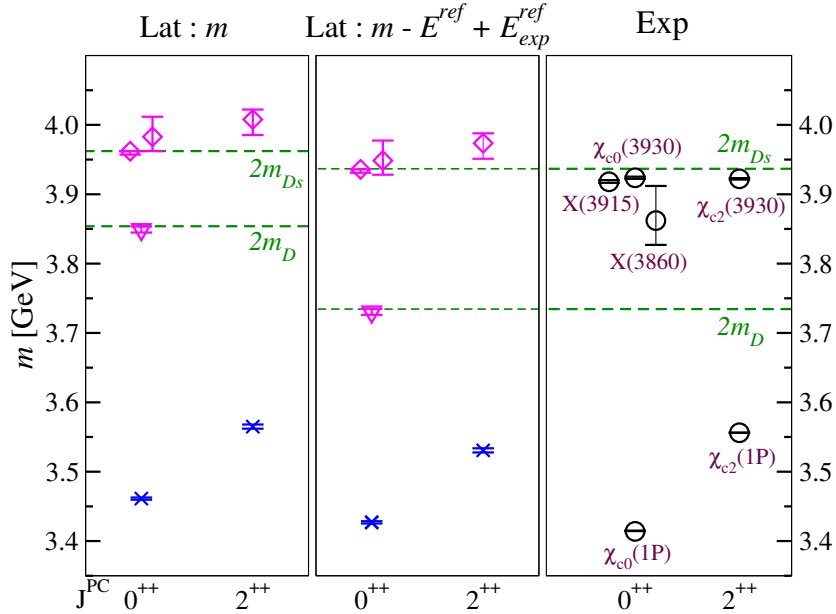


图 3-1 LQCD 预言的强子能谱和实验结果的对比。左图和中图展示了 LQCD 计算结果，其中 m 表示格点研究获得的质量。品红色符号对应通过散射分析提取的强子，菱形代表共振态，三角形代表束缚态，蓝色叉号表示直接从格点能量提取的结果。右图表示实验的结果^[141]。

Figure 3-1 Comparison between the energy spectrum of hadron predicted by LQCD and experimental results. The left and middle panels display the LQCD calculation results, where m denotes the mass obtained from the lattice study. The magenta symbols correspond to hadrons extracted via scattering analysis, diamonds represent resonances and triangles represent bound states, while the blue crosses indicate values extracted directly from lattice energies. The right panel shows the experimental results^[141].

在强子分子态模型中，J. Nieves 等人利用有效场论考虑重夸克自旋对称性和轻夸克 $SU(3)$ 味道对称性，对粲介子和反粲介子形成的束缚态进行了系统的研

究。在只考虑短程相互作用下, 假设 $X(3915)$ 是 $X(3872)$ 量子数为 0^{++} 的自旋伙伴, 可以得到领头阶势能的具体形式, 从而确定了 $X(3872)$ 重夸克自旋对称性伙伴的质量, 包含 6 个 $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ 分子态^[140,142,143]。对于实验上尚未发现的 0^{++} 的 $D\bar{D}$ 分子态, 在 $\Lambda = 1$ GeV 紫外截断下预言的质量在 3720 MeV 附近^[140,143] (有的理论文章把它记作 $X(3720)$, 有的记作 $X(3700)$, 本文统一记作 $X(3700)$)。在重夸克自旋对称性下, 有效场论中使用的描述 $D\bar{D}$ 分子态的势能形式与 $X(3872)$ 的势能存在直接关联, 实验上对 0^{++} 的 $D\bar{D}$ 分子态的寻找将会为 $X(3872)$ 内部结构的研究提供重要参考, 特别是关于强子分子态的假设。

此外, 格点量子色动力学 (LQCD) 在 $J^{PC} = 0^{++}$ 且同位旋为 0 的耦合道 $D\bar{D} - D_s\bar{D}_s$ 散射研究中在 $2m_D$ (m_D 是 D 介子质量) 到 4.13 GeV 的能区范围内找到了三个类粲偶素。其中两个分别可以解释成 $\chi_{c0}(3860)$ 和 $\chi_{c0}(3930)$, 另外一个实验上尚未发现的 $D\bar{D}$ 阈值以下的 $D\bar{D}$ 浅束缚态, 结合能 $m - 2m_D = -4.0^{+3.7}_{-5.0}$ MeV^[141], 如图3-1所示。在文章中认为 LQCD 得到的 $D\bar{D}$ 浅束缚态和重夸克自旋对称性下预言的 $X(3872)$ 的自旋伙伴, 0^{++} 的 $D\bar{D}$ 分子态, 很可能是同一个结构。

在手征么正理论中, Daniel Gamermann 等人利用 $SU(3)$ 对称性下最低阶手征拉氏量以及 $SU(4)$ 对称性下的手征拉氏量 (在考虑重矢量介子交换时对称性会破缺到 $SU(3)$) 在耦合道分析中研究了共振态的动力学产生。这两种模型给出了相近的结果, 他们在 T-矩阵中找到一个很重的单态, 极点位置是 $\sqrt{s} = 3718.87 - 0.11i$ MeV。这个单态主要是由于 $SU(4)$ 破缺到 $SU(3)$ (15 重态 $\rightarrow 1 \oplus 3 \oplus \bar{3} \oplus 8$) 后三重态和反三重态之间的吸引产生, 其结构主要为 $D\bar{D}$ 准束缚态^[144]。

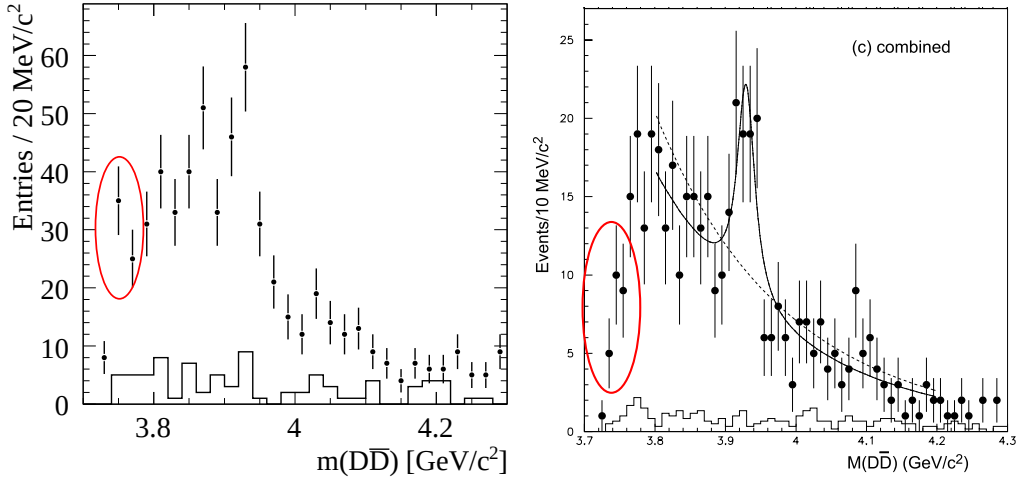


图 3-2 $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ 的过程 $D\bar{D}$ 不变质量谱 (左图, BABAR^[145], 右图, Belle^[146])。图中红色椭圆表示的是 $D\bar{D}$ 阈值附近的增强。

Figure 3-2 The $D\bar{D}$ invariant mass distribution(left, BABAR^[145], right, Belle^[146]). The red ellipse in the diagram indicates the enhancement near the $D\bar{D}$ threshold.

在实验上, 已有发现了一些 $X(3700)$ 存在的迹象。Belle 合作组在 $e^+e^- \rightarrow J/\psi D\bar{D}$ 过程中看到在接近 $D\bar{D}$ 阈值的 $D\bar{D}$ 不变质量谱中存在一个凸起结构。把

它解释成 $D\bar{D}$ 阈值以下的束缚态, 质量为 $M_{X(3700)} = 3723 \text{ MeV}^{[147]}$ 和 $M_{X(3700)} = 3706 \text{ MeV}^{[148]}$, 比解释成共振态 $X(3880)^{[149]}$ 更合理。此外, *BABAR* 和 *Belle* 合作组也在 $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ 的过程中看到 $D\bar{D}$ 阈值附近有增强的迹象^[145,146], 如图3-2所示。为了更好地解释实验数据, En Wang 等人拟合前面提到的 *Belle* 和 *BABAR* 合作组测得的 $D\bar{D}$ 不变质量谱, 并考虑 S -波 $D\bar{D}$ 末态相互作用, 得到的结果也支持在 3720 MeV 附近存在一个同位旋为 0 的 $D\bar{D}$ 束缚态^[150]。

尽管许多不同的模型对 $X(3700)$ 进行了预测, 但尚未有任何实验确认其存在。实验上已经提出了多种遍举过程寻找 $X(3700)$, 例如 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'^{[151]}$, $\psi(3770) \rightarrow \gamma D^0 \bar{D}^0^{[152]}$ 和 $B^{0(+)} \rightarrow D^0 \bar{D}^0 K^{0(+)[153]}$ 等。Daniel Gamermann 等人首次提出通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3700)$, 主要考虑到 $\psi(3770)$ 和 $D\bar{D}$ 的耦合很强, 发射一个光子后 $D\bar{D}$ 束缚态可以到阈值之下, 很有可能产生 $X(3700)$ 。在手征么正理论下, 考虑了中间道交换矢量介子引入的反常耦合 (g_{VVP} 和 $g_{V\gamma}$) 和 $X(3700)$ 有限宽度后, 计算了 $\psi(3770)$ 辐射衰变到 $X(3700)$ 的宽度 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)} = 1.05 \pm 0.41 \text{ keV}^{[154]}$ 。为了寻找合适的末态寻找 $X(3700)$, C.W. Xiao 等人根据文章中提供的 $X(3700)$ 耦合到不同末态的耦合强度^[154], 并考虑可能的本底, 建议通过和 $X(3700)$ 耦合较强的轻强子末态 $\eta\eta'$ 寻找 $X(3700)$ 。尽管 $\eta\eta'$ 末态没有 $D\bar{D}$ 末态和 $X(3700)$ 的耦合强度大, 但是它相空间更大且没有受到阈值的压低, 理论上得到的 $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 的产额比 $X(3700) \rightarrow D\bar{D}$ 更大。基于此在手征么正理论框架下计算了级联衰变的分宽度 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'} = 0.293 \text{ keV}^{[151]}$ 。需要指出的是在计算 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'}$ 的时候文献中使用的 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)}$ 是没有考虑反常耦合的结果 $0.65 \text{ keV}^{[151]}$, 实际上应该使用考虑反常耦合的结果 $1.05 \pm 0.41 \text{ keV}$ 。根据 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'} \propto \Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)}$, 可以得到正确的 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'} = 0.473 \pm 0.185 \text{ keV}$ 。由于总宽度 $\Gamma_{\psi(3770)} = (27.2 \pm 1.0) \text{ MeV}^{[34]}$, 可以得出 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta') = \Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta\eta'} / \Gamma_{\psi(3770)} \simeq (1.74 \pm 0.68) \times 10^{-5}$ 。在我们开始这项工作之前 BESIII 已经采集了大约 2.0×10^7 $\psi(3770)$ 事例, 结合 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)} = 1.05 \pm 0.41 \text{ keV}^{[154]}$, 预期能产生 400-1000 个 $X(3700)$ 事例, 为实验上寻找 $X(3700)$ 提供了可能。

基于以上讨论, 本文利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 下积累的 2.93 fb^{-1} 数据样本, 首次通过 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程寻找 $X(3872)$ 的标量伙伴 $X(3700)$ 。对于该过程的寻找可以很好地检验手征么正理论对该过程分支比的预言。同时, 我们还通过 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程来寻找 $X(3700)$, 考虑到 $X(3700)$ 的衰变可能有类似于 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 衰变的同位旋破坏效应^[155]。由于理论上对 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程没有相关的计算, 实验上对该过程的寻找和测量可以为后续 $X(3700)$ 性质和衰变的相关理论计算提供参考。对该过程的寻找也将有助于验证重夸克自旋对称性, 并加深我们对 $X(3872)$ 和 $X(3700)$ 本质的理解。

3.2 数据样本和蒙特卡洛模拟

3.2.1 数据样本

在本文中, 我们对 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 和 $\gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 的这两个过程进行了研究, 其中 $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$, $J/\psi \rightarrow \ell^+\ell^-$ ($\ell = e, \mu$)。本分析基于 BESIII 探测器于 2010 和 2011 年在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 采集的数据样本, 总积分亮度为 2.93 fb^{-1} [156,157]。质心系能量通过束流能量测量系统 (BEMS) 测量, 误差为 ± 1.0 MeV。积分亮度通过 Bhabha 事例进行测量, 不确定度为 0.47% [157]。用于数据分析的软件框架是 BESIII 离线软件系统 BOSS [101], 该系统是基于 GAUDI [100] 开发的。此次分析在 BOSS 版本 664p01 下进行。

3.2.2 蒙特卡洛样本

蒙特卡洛 (MC) 模拟在高能物理中使用非常广泛, 基于 GEANT4 [106] 的模拟软件 BOOST [105] 包含了 BESIII 探测器的几何描述。基于此, MC 模拟可以用来模拟真实物理事例在探测器内的行为、估计本底、帮助我们了解探测器的性能等。本文的事例选择条件的优化和信号选择效率的确定都基于 MC 模拟。

3.2.2.1 信号 MC 样本

为了优化信号选择条件、估计信号效率、探测器分辨等, 我们分别产生了 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$ 的信号 MC 样本, 其中 $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$, $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 以及 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \rho^0 J/\psi$, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 或 $\mu^+\mu^-$ 。 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$ 使用 P2GC0 模型产生, $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 和 $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 使用相空间 (PHSP) 模型产生, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 使用 Etag2gpipi 模型产生, $X(3700) \rightarrow \rho^0 J/\psi$ 使用 PHSP 模型产生, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 使用 VSS 模型产生, 而 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 或 $\mu^+\mu^-$ 则使用 PHOTOS VLL 模型产生。初态辐射 (ISR) 使用 KKMC 进行模拟 [102]。与轻子相关的末态辐射 (FSR) 则由 PHOTOS 模拟 [158]。

由于不知道 $X(3700)$ 的真实质量, 不变质量分别假设为 3710、3715、3720、3725、3730、3733、3735 和 3740 MeV。每种质量假设, 两个过程 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$, $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ ($J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 和 $\mu^+\mu^-$) 都分别产生 10^5 信号事例。考虑到 $X(3700)$ 的质量最有可能位于 3720 MeV 附近, 事例选择和本底研究中使用的信号 MC 样本都是不变质量为 3720 MeV 的信号 MC。根据一些理论计算, $X(3700)$ 的宽度大约在 keV 级别 [151]。我们将其宽度分别设置为 0、200、400、600、800 和 1000 keV, 并产生相应信号 MC。比较后发现效率差异非常小, 最大的绝对效率差异小于 0.3%。考虑到 $X(3700)$ 的实际宽度可能略大, 因此把 $X(3700)$ 的宽度设置为 1.0 MeV。

3.2.2.2 本底 MC 样本

为了估计可能的本底, 我们使用在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 下产生的单举 MC 样本。该样本包括了 $D\bar{D}$ 对的产生 (中性 D 介子衰变中包含量子关联)、 $\psi(3770)$ 的

non- $D\bar{D}$ 衰变、 J/ψ 和 $\psi(2S)$ 的 ISR 产生, 以及 KKMC 模拟的连续过程^[102]。 $D\bar{D}$ 对产生的统计量是数据的 10.8 倍, non- $D\bar{D}$ 、ISR J/ψ 和 ISR $\psi(2S)$ 的统计量是数据的 10.2 倍, 而连续过程的统计量是数据的 7.4 倍。已知的粲偶素衰变模式使用 EVTGEN 产生^[127], 分支比设置为世界平均值^[34], 剩余未知的粲偶素衰变则使用 LUNDCHARM 产生^[159,160], 其它强子事例使用 PYTHIA 产生^[161]。

3.3 事例选择

3.3.1 初步筛选

对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 衰变, η 候选者由光子对重建, η' 候选者则是通过 $\gamma\pi^+\pi^-$ 重建。每个事例中有四个光子和两个带相反电荷的带电粒子。对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程, J/ψ 候选者通过轻子对 (即 e^+e^- 或 $\mu^+\mu^-$) 重建。每个候选事例中, 有四个带电粒子, 其中两个具有相对较高的动量 (轻子), 另外两个则具有相对较低的动量 (π)。此外, 还有一个能量约为 50 MeV 的光子。具体的事例选择条件如下:

1. 要求好的带电径迹位于 MDC 的接收度内, 即 $|\cos\theta| < 0.93$ 。每个带电径迹要求来源于对撞点, 满足条件 $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} < 1 \text{ cm}$, $|V_z| < 10 \text{ cm}$ 。这里的 V_x 、 V_y 和 V_z 是径迹与碰撞点最近点的 x 、 y 和 z 坐标。对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$, 要求好的带电径迹数量分别为 2 和 4。

2. 光子通过 EMC 簇射信息重建。在 EMC 桶部的光子, 极角 $|\cos\theta| < 0.8$, 要求能量大于 25 MeV; 在 EMC 端盖部分的光子, 极角 $0.86 < |\cos\theta| < 0.92$ 时, 要求能量大于 50 MeV。簇射的时间信息 ($0 \leq t \leq 14$, 单位为 50 ns) 用于进一步压低与事例无关的电子学噪声和能量沉积。要求光子与最近的带电径迹之间的夹角大于 10 度, 以去除带电径迹与 EMC 物质相互作用产生的假光子。对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程, 要求好的光子的数分别为 $3 < n_{\text{Gamma}} < 10$ 和 $0 < n_{\text{Gamma}} < 5$ 。光子数上限的要求一方面可以保护主程序, 防止遇到光子数很大的非物理事例导致程序报错, 另一方面可以直接丢掉光子数较多的事例 (本底), 加快事例的处理速度。

3. 对选定的好的带电径迹进行顶点拟合, 以确保它们来源于同一顶点。这里只要求拟合成功, 不加额外的 χ^2 要求。

3.3.2 最终筛选

3.3.2.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

1. 为了选择 η 候选者, 我们对所有光子进行组合, 并要求两个光子的总能量大于 1.65 GeV, 如图3-3所示, 同时要求满足 $0.51 < M(\gamma\gamma) < 0.57 \text{ GeV}$, $M(\gamma\gamma)$ 是双光子的不变质量。如果仅要求 η 的质量窗, $\psi(3770)$ 的辐射光子仍可能出现误组合, 落入 η 的信号范围内。 $\psi(3770)$ 辐射光子引起的 η 误组合主要对应于 $E(\gamma_1) < 0.07 \text{ GeV}$ 和 $E(\gamma_2) < 1.65 \text{ GeV}$ 区域的事例, 如图3-3右图所示 (重建之后的光子

按照能量从大到小排序, 所以 $E(\gamma_1) > E(\gamma_2)$)。还有少量误组合事例位于 $E(\gamma_1) > 0.07 \text{ GeV}$ 和 $E(\gamma_2) < 1.65 \text{ GeV}$ 的区域, 主要是由于来自 η' 的光子造成的。因此要求 η 的两个光子的总能量大于 1.65 GeV , 以排除 $\psi(3770)$ 辐射光子的影响。同时要求 $|M(\gamma\pi^+\pi^-) - M(\eta')| > 0.05 \text{ GeV}$ (光子来自 η), 以排除来自 η' 光子的误组合, $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 是 $\gamma\pi^+\pi^-$ 组合的不变质量, $M(\eta')$ 是 PDG 中 η' 的质量^[34]。

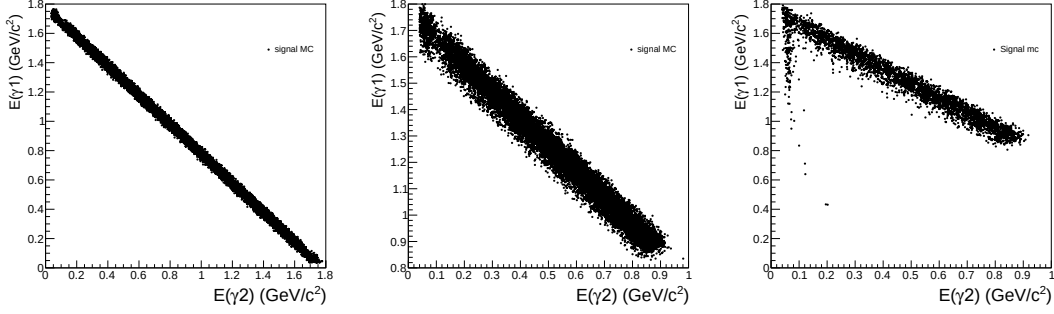


图 3-3 信号 MC truth 中两个光子的能量二维分布 (左图); 重建的 η 的两个光子能量二维分布 (未经过运动学拟合), 要求 η 的两个光子的总能量大于 1.65 GeV (中间); 和中间图类似, 但是没有要求 η 的两个光子的总能量大于 1.65 GeV (右图)。

Figure 3-3 The two-dimensional distribution of the energy of the two photons of η in the signal MC truth (left); the two-dimensional distribution of the energy of the two photons of the reconstructed η (without kinematic fit), requiring total energy of two photons from η be greater than 1.65 GeV (middle); similar to the middle plot, but without the requirement that the total energy of the two photons from η be greater than 1.65 GeV (right).

2. 对 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程的候选事例进行五个约束 (5C) 的运动学拟合, 除了能量动量守恒外, 还包含一个 η 不变质量约束。可能会有多个候选事例通过运动学拟合, 例如光子数超过 4 个或存在超过一个 η 候选者的情况 (由于存在误组合的 η , 但误组合的概率很低, 低于 0.1%), 此时选择 χ^2_{5C} 最小的组合。与此同时, η 衰变产生的 $\gamma\gamma$ 对也被确定下来。为了提高信噪比, 利用 $FOM = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$, 对 χ^2_{5C} 进行优化, 其中 S 和 B 分别是信号 MC 信号区间事例数和单举 MC 估计的本底数。假定衰变分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 为 2.0×10^{-6} (根据理论计算, 分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta') = 1.08 \times 10^{-5}$, 但我们获得的信号区间总的事例数少于理论预测的信号数, 且得到的分支比上限约为 10^{-6} 。因此我们使用 2.0×10^{-6} , 使用 2.0×10^{-6} 还是 1.0×10^{-6} 对优化结果影响较小)。最后要求 χ^2_{5C} 小于 18, 图 3-4 展示了 χ^2_{5C} 的分布和优化图。值得注意的是本章所有数据和 MC 对比图中信号 MC 的归一都是任意的, 不能代表实际信号事例数。

3. 存在两个 $\gamma\pi^+\pi^-$ 组合, 选择与 η' 质量最接近的组合作为 η' 。 η' 的质量窗为 $|M(\gamma\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 9.0 \text{ MeV}$ 。

4. 我们根据 MC 模拟估计了 η 和 η' 的重建效率, 分别是 83.7% 和 86.3%。

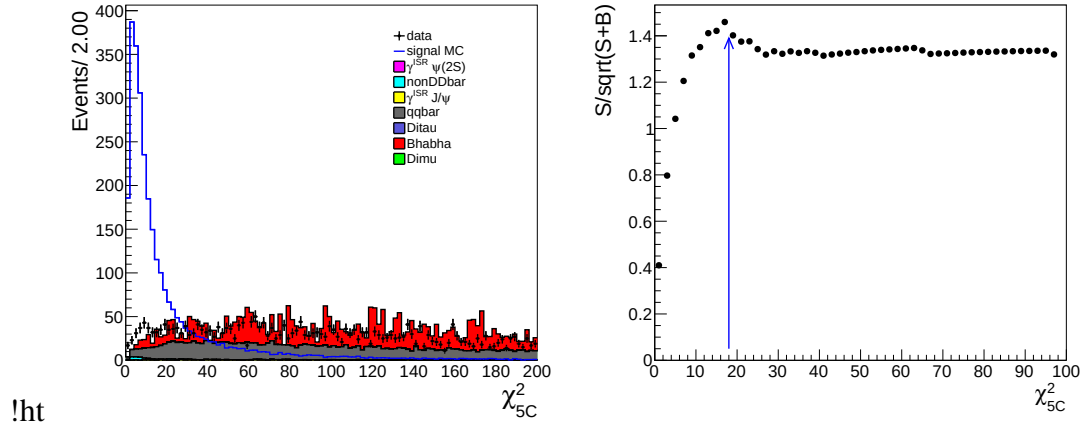


图 3-4 数据、信号 MC 和本底 MC 的 χ^2_{SC} 分布图 (左图) 和 FOM 优化结果 (右图)。带误差棒的黑点是数据, 蓝线是信号 MC, 其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC。

Figure 3-4 The χ^2_{SC} distribution in data, signal MC and inclusive MC (left), and its optimization presented with FOM (right). Black dots with error bars represent data, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

3.3.2.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^- J/\psi$

1. 对于轻子和 π 的区分: 动量大于 1.2 GeV 的带电径迹鉴别为轻子 (动量在实验室系下测得), 而动量小于 0.5 GeV 的带电径迹则被鉴别为 π 。每个事例中, π 和轻子的数量均为 2, 并且净电荷为零。图 3-5 (左图) 展示了来自信号 MC 样本的 π 和轻子的动量分布, π 和轻子在动量上区分很明显。

2. 在电子和 μ 子鉴别中, EMC 中能量沉积小于 0.5 GeV 的径迹被鉴别为 μ ; 而能量沉积大于 1.1 GeV 的径迹被鉴别为电子, 如图 3-5 (右图) 所示。该选择条件的选择效率很高 (MC 模拟得出的结果大于 99%)。因此, 这些选择条件的系统不确定度可以忽略。该选择方法已广泛应用于其它 BESIII 分析中, 并且通过 MC 模拟也证明了由于电子和 μ 鉴别引起的系统不确定度可以被忽略^[162,163]。

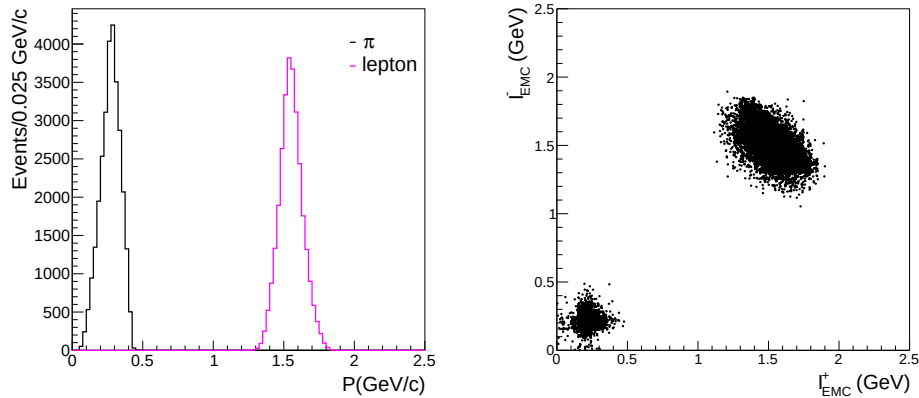


图 3-5 信号 MC 中 π 和轻子在实验室系下的动量分布 (左图) 和轻子对在 EMC 中沉积能量的散点图 (右图)。

Figure 3-5 Momentum distributions of π and leptons in the lab-frame (left) and the scatter plot of EMC deposit energy of lepton pairs for signal MC events (right).

3. 对每个事例中的四个带电径迹 ($\pi^+\pi^-\mu^+\mu^-$ 或 $\pi^+\pi^-\mu^+\mu^-$) 和辐射光子进行 4C 运动学拟合, 以提高分辨并压低本底。对于具有多个候选光子的事例, 选择 χ_{4C}^2 最小的组合对应的光子。图4-4 (a, c) 展示了 $\gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 事例的 χ_{4C}^2 分布。和 χ_{5C}^2 优化类似, χ_{4C}^2 的 cut 值通过 FOM 优化确定。假定衰变分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 为 2.0×10^{-6} 。 χ_{4C}^2 优化结果如图4-4 (b, d) 所示, 要求 e^+e^- 和 μ 道的 χ_{4C}^2 分别小于 36 和 34。

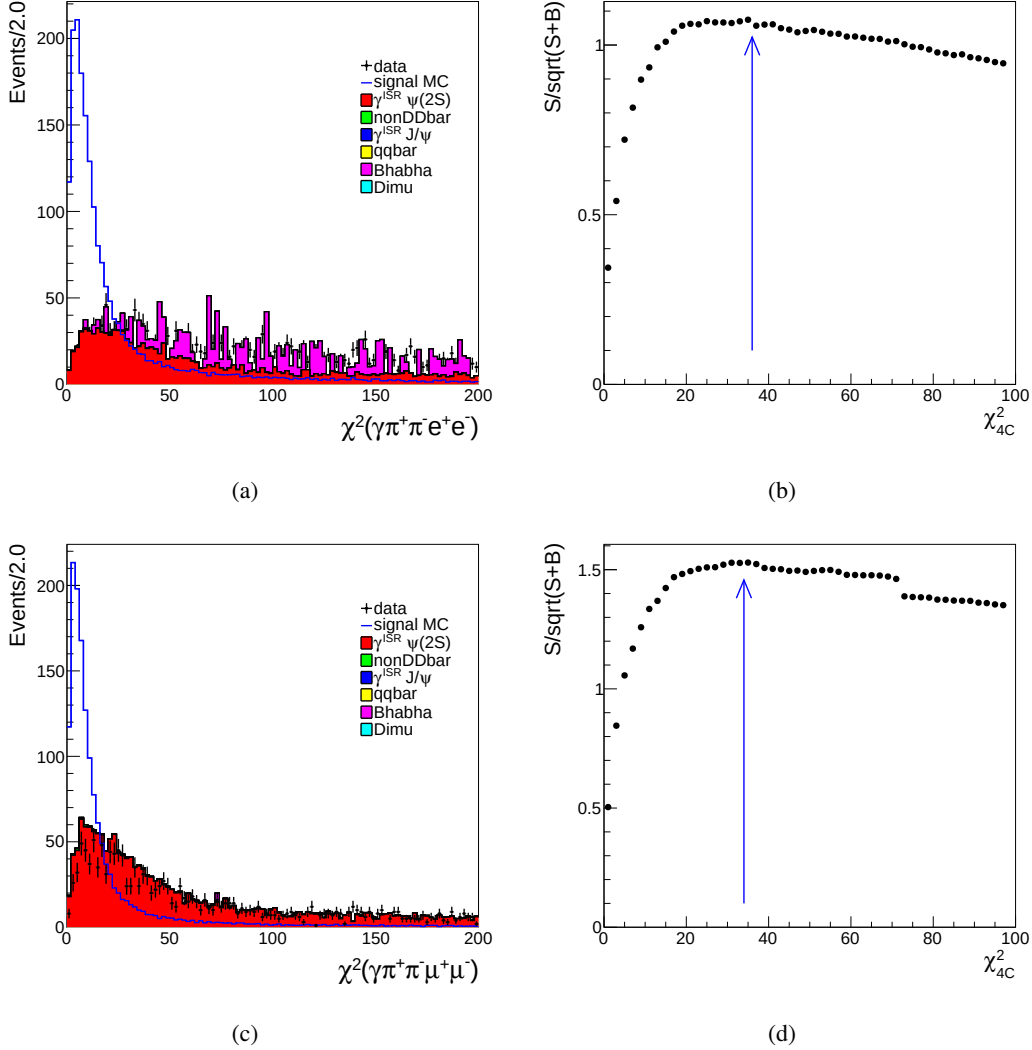


图 3-6 图 (a), (b) 分别展示了电子道的数据和 MC 的 χ_{4C}^2 分布和 FOM 优化结果。图 (c), (d) 展示了 μ 道相同的分布。

Figure 3-6 The χ_{4C}^2 distribution from data and MC (a), and its optimization presented with FOM (b) for e^+e^- mode. The same distributions are shown in (c), (d) for $\mu^+\mu^-$ mode.

3.4 本底分析

3.4.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

经过上述选择后，重建的 η 如图3-7所示。(我们使用来自 η 衰变的光子的四动量，在 5C 运动学拟合之前绘制图3-7，以检查 η 的重建)。从图3-7中可以看出，主要本底来自于连续过程 ($q\bar{q}$) 和 Bhabha 事例。来自 $q\bar{q}$ MC 的主要剩余本底如表3-1所示。

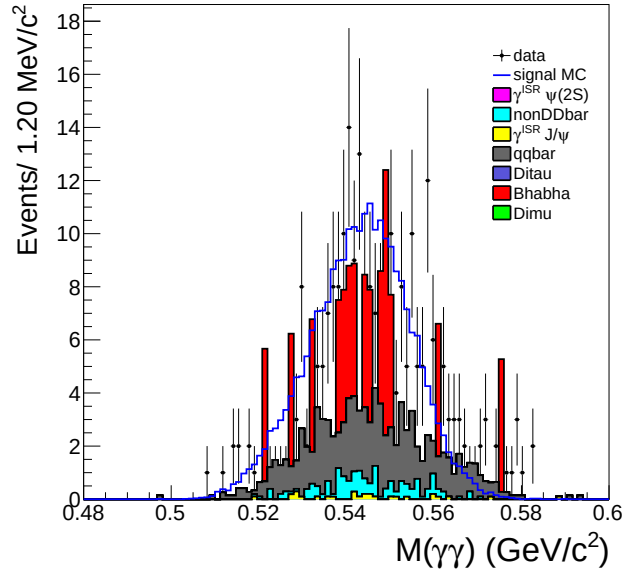


图 3-7 $\gamma\gamma$ 的不变质量谱。带误差棒的黑点是数据，蓝线是信号 MC，其它的带颜色的阴影直方图是本底的单举 MC。

Figure 3-7 The invariant mass spectrum of $\gamma\gamma$. Black dots with error bars represent data, blue lines represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

3.4.1.1 来自 π^0 的本底

从表3-1可以看出，连续过程的本底主要由包含 π^0 的过程构成，我们可以通过组合末态的光子来压低 π^0 的本底。图3-8左图展示了除了来自 η 的光子组合之外的所有 $\gamma\gamma$ 组合的不变质量。可以看到，对于 Bhabha 样本存在较大的非统计涨落，这主要是由于 Bhabha MC 样本统计量不足和使用了缩放因子导致的 (Bhabha MC 的积分亮度是数据的 0.2 倍，缩放因子是 5)。加上其它所有选择条件之后，可以明显看到 π^0 的信号。通过要求 $|M(\gamma\gamma) - M(\pi^0)| > 0.015 \text{ GeV}$ ，可以有效压低 π^0 本底事例，其中 $M(\pi^0)$ 是 π^0 PDG 中的质量^[34]。

3.4.1.2 其它本底

图3-8右图展示了 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱。从信号 MC 中可以清晰地看到 ρ^0 信号， ρ^0 的质量窗为： $0.6 < M(\pi^+\pi^-) < 0.8 \text{ GeV}$ 。加上其它 cut 之后，图3-9展示了 $\gamma\pi^+\pi^-$ 的质量谱分布，信号 MC 中可以看到清晰的 η' 信号。我们选择满足条

表 3-1 $q\bar{q}$ MC 经过筛选之后剩余的主要衰变过程。

 Table 3-1 The main survived channels from $q\bar{q}$ MC after event selection.

编号	衰变链	末态	事例数	累积事例数
1	$e^+e^- \rightarrow \omega\gamma^I, \omega \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma\gamma$	44	44
2	$e^+e^- \rightarrow \omega\gamma^I\gamma^I, \omega \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	44	88
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	37	125
4	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma\gamma$	34	159
5	$e^+e^- \rightarrow \omega\gamma^I\gamma^I\gamma^I, \omega \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	22	181
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma^I$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	16	197
7	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\eta, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-\gamma\gamma\gamma\gamma$	16	213
8	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	15	228
9	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-a_0^0, a_0^0 \rightarrow \pi^0\eta, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-\gamma\gamma\gamma\gamma$	14	242
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma\gamma\gamma\gamma$	13	255
剩余	其它 (总计 108)	其它	241	496

件, $|M(\gamma\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 9.0 \text{ MeV}$ 的事例进行进一步分析。加完上述所有选择条件后, 数据中没有观察到明显的 η' 信号, η' 信号区间内只有一个事例, 意味着在我们关心的信号区间 ($3.70 < M(\eta\eta') < 3.75 \text{ GeV}$, $M(\eta\eta')$ 是 η 和 η' 候选者组合的不变质量) 内也只有一个事例。

由于存在 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\phi \rightarrow \gamma\eta$ 过程, 当要求 $M(\eta\eta')$ 小于 3.75 GeV 时, 这一过程成为我们的本底。因此, 要求 $|M(\gamma\eta) - M(\phi)| > 0.02 \text{ GeV}$ (其中 $M(\gamma\eta)$ 是光子和 η 候选者组合的不变质量, $M(\phi)$ 为 PDG 中 ϕ 的质量^[34]) 来去除该本底, 结果如图3-9右图所示。去除这种本底后, 数据中没有明显的 η' 信号, 在第3.9章中, 会用到这个分布来估计 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程的分支比上限。

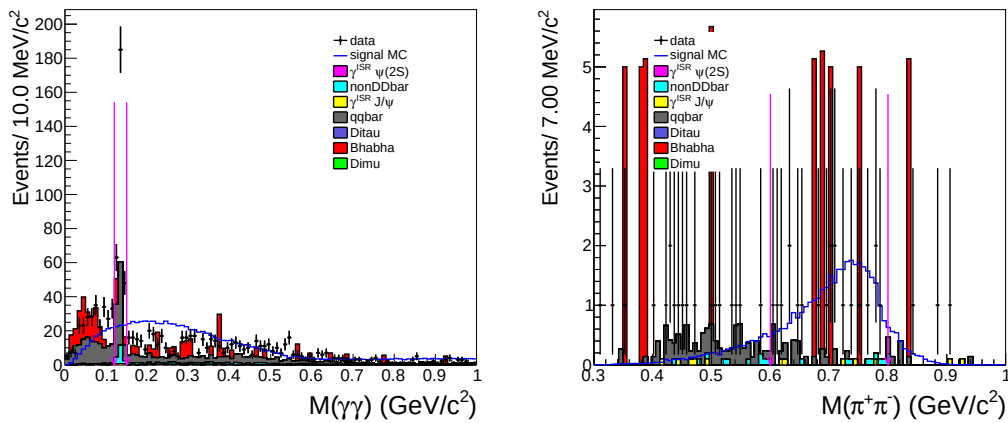


图 3-8 $\gamma\gamma$ 的不变质量谱 (左图) 和 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱 (右图)。带误差棒的黑点是数据, 蓝线是信号 MC, 其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC。

Figure 3-8 The invariant mass spectrum of $\gamma\gamma$ (left), and $\pi^+\pi^-$ (right). Black dots with error bars represent data, blue lines represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

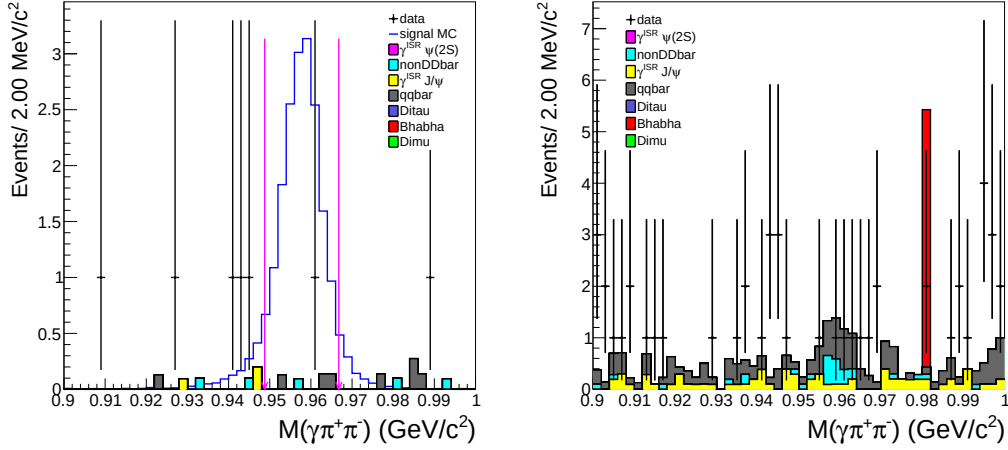


图 3-9 $\gamma\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱 (左图, $3.70 < M(\eta\eta') < 3.75$ GeV, 右图, $M(\eta\eta') < 3.75$ GeV). 带误差棒的黑点是数据, 蓝线是信号 MC, 其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC.

Figure 3-9 The invariant mass spectrum of $\gamma\pi^+\pi^-$ (left, $3.70 < M(\eta\eta') < 3.75$ GeV, right, $M(\eta\eta') < 3.75$ GeV). Black dots with error bars represent data, blue lines represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

表3-2展示了 $q\bar{q}$ MC 样本加完上述所有选择条件之后剩余的主要过程 (2010 年和 2011 年的 $q\bar{q}$ MC 的积分亮度分别为对应数据的 7.8 倍和 7.3 倍。表3-2中显示的本底数量未经过归一化, 经过归一化后的本底总数约为 17)。对于 $q\bar{q}$ MC 样本, 一些过程是错误的, 例如 $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}\eta\eta'$ 或 $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}\gamma^{\text{ISR}}\eta\eta'$ (因为 ISR 过程只能生产矢量粒子, $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}V$, 而 $V \rightarrow \eta\eta'$ 破坏了 C 宇称)。去除这些过程后, 没有与我们末态相同的过程。当然, 从当前结果来看, 我们知道 $q\bar{q}$ MC 样本并不完全准确, 这些结果只能作为参考。但至少在数据中, 没有看到明显的 η' 信号, 也几乎没有本底。

3.4.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$

3.4.2.1 $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的本底

经过以上所有选择后, 可以高效地挑选出 $\gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 事例, 图3-10展示了 $\pi^+\pi^-J/\psi$ 的不变质量谱。为了提高质量分辨, 我们利用下式计算了 $\pi^+\pi^-J/\psi$ 修正后的质量 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$,

$$M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-) = M(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-) - M(\ell^+\ell^-) + m_{J/\psi}, \quad (3-1)$$

其中 $M(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 是 $\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-$ 的不变质量, $M(\ell^+\ell^-)$ 是 $\ell^+\ell^-$ 的不变质量, $\ell^+\ell^-$ 表示 e^+e^- 或者 $\mu^+\mu^-$, $m_{J/\psi}$ 是 PDG 中 J/ψ 质量^[34]。

可以看出, 数据中存在明显 $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}\psi(2S)$, $\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 事例, 这也是最主要的本底, 该过程与信号过程十分相近。从图3-11可以看出, 这种包含 ISR 光子的本底, 其 $|\cos\theta_\gamma|$ 更接近 1.0。通过优化光子的角分布 ($\text{FOM} = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$, 其中 S 为 J/ψ 信号区的信号事例, B 是利用本底的单举 MC 样本估计的 J/ψ 边带区域本底事例数), 要求 $|\cos\theta_\gamma| < 0.75$ 压低含有 ISR 光子的本底。

表 3-2 $q\bar{q}$ MC 经过上述所有选择之后剩余的主要衰变过程。

 Table 3-2 The main survived channels from $q\bar{q}$ MC after applying all above selections.

编号	衰变链	末态	事例数	累积事例数
1	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+a_0^-\gamma^I, a_0^- \rightarrow \pi^-\eta$	$\pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I$	9	9
2	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^-a_0^+\gamma^I, a_0^+ \rightarrow \pi^+\eta$	$\pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I$	7	16
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\eta\eta', \eta \rightarrow \gamma\gamma, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^0\rho^0\gamma\gamma\gamma$	7	23
4	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I$	$\pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I$	4	27
5	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I\gamma^I, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	4	31
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\eta\eta'\gamma^I, \eta \rightarrow \gamma\gamma, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^0\rho^0\gamma^I\gamma\gamma\gamma$	4	35
7	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^-a_2^+\gamma^I, a_2^+ \rightarrow \pi^+\eta$	$\pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I$	3	38
8	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta\gamma^I\gamma^I, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	3	41
9	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^0\pi^+\pi^-\gamma^I\gamma\gamma$	3	44
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^-a_0^+\gamma^I\gamma^I, a_0^+ \rightarrow \pi^+\eta$	$\pi^0\pi^+\pi^-\eta\gamma^I\gamma^I$	3	47
剩余	其它 (总计 64)	其它	81	128

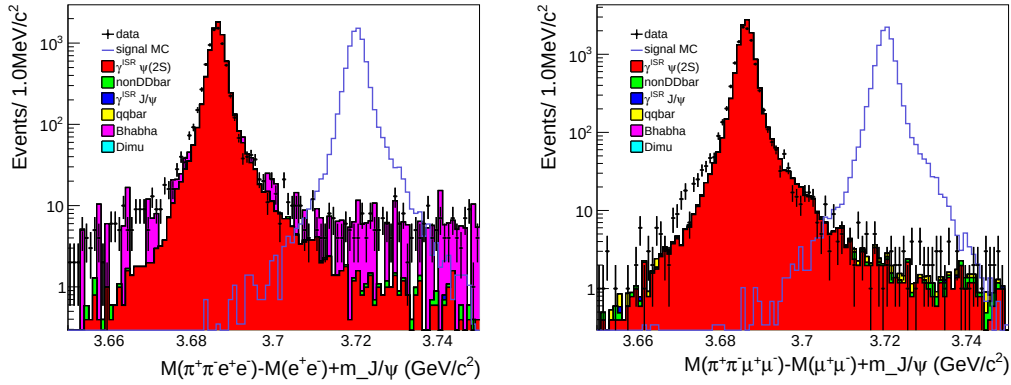

 图 3-10 电子道 (左图) 和 μ 道 (右图) 的修正后的 $\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-$ 不变质量分布。带误差棒的黑点是数据, 蓝线是信号 MC, 其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC。

 Figure 3-10 The invariant mass distribution of $\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-$ after correction for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right). Black dots with error bars represent data, blue lines represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

这里我们对 ISR $\psi(2S)$ 的观测截面进行了粗略计算, 以验证我们的分析。实验上测得在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 处的 ISR $\psi(2S)$ 的截面约为 3400 pb^[164]。我们得到的 ISR $\psi(2S)$ 事例数对于电子道和 μ 道分别是 5362 ± 75 和 8008 ± 91 。电子道和 μ 道的效率分别为 2.6% 和 4.0%。可以计算得到 ISR $\psi(2S)$ 的观测截面:

$$\sigma_{ee}^{obs} = \frac{N}{L \times \epsilon \times B(J/\psi \rightarrow e^+e^-) \times B(\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)} = \frac{5362 \pm 75}{2931.8 \times 0.026 \times 0.0597 \times 0.3468} = 3375 \pm 48 \text{ pb}, \quad (3-2)$$

$$\sigma_{\mu\mu}^{obs} = \frac{N}{L \times \epsilon \times B(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) \times B(\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)} = \frac{8008 \pm 91}{2931.8 \times 0.04 \times 0.0596 \times 0.3468} = 3304 \pm 37 \text{ pb}, \quad (3-3)$$

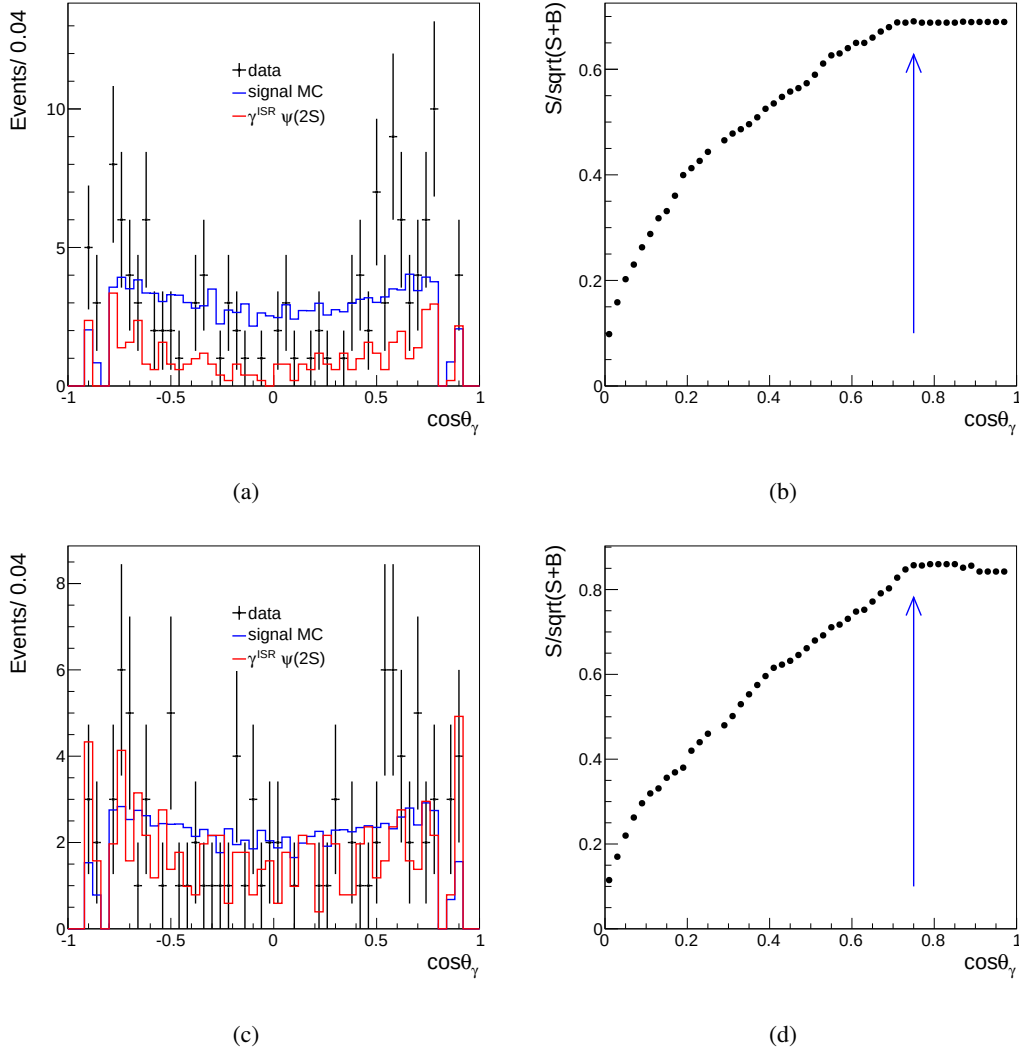


图 3-11 电子道 $\cos\theta_\gamma$ 分布及其优化结果 (a, b) 和 μ 道 $\cos\theta_\gamma$ 分布及其优化结果 (c, d)。
 Figure 3-11 The $\cos\theta_\gamma$ distribution and its optimization results for e^+e^- mode (a, b), and $\mu^+\mu^-$ mode (c, d).

两个结果在误差范围内与 3400 pb 基本是一致的。

图3-12 (a, c) 展示了轻子对的不变质量谱分布。为了提高信噪比, 我们选择 $3.086 < M(\ell^+\ell^-) < 3.120$ GeV 作为 J/ψ 信号区间, 同时选择 $3.05 < M(\ell^+\ell^-) < 3.07$ GeV 或 $3.13 < M(\ell^+\ell^-) < 3.15$ GeV 作为 J/ψ 边带区域。通过优化 ($FOM = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$, S 和 B 的定义和上文一致), 得到的优化结果如图3-12 (b, d) 所示。图3-12 (c) 中的低端的峰是由于只在信号区域范围内 ($3.70 < M(\pi^+\pi^- J/\psi) < 3.75$ GeV) 的事例导致的。

3.4.2.2 光子转换成正负电子对的本底

由于我们没有使用 PID 系统对末态粒子进行任何粒子鉴别, 因此会存在光子转换成正负电子对的本底, 这些本底来自于 $e^+e^- \rightarrow \gamma^* e^+e^-$ 过程。图3-13展示了实验室系下 $\pi^+\pi^-$ 的夹角分布, 包括电子道 (左图) 和 μ 道 (右图)。可以看

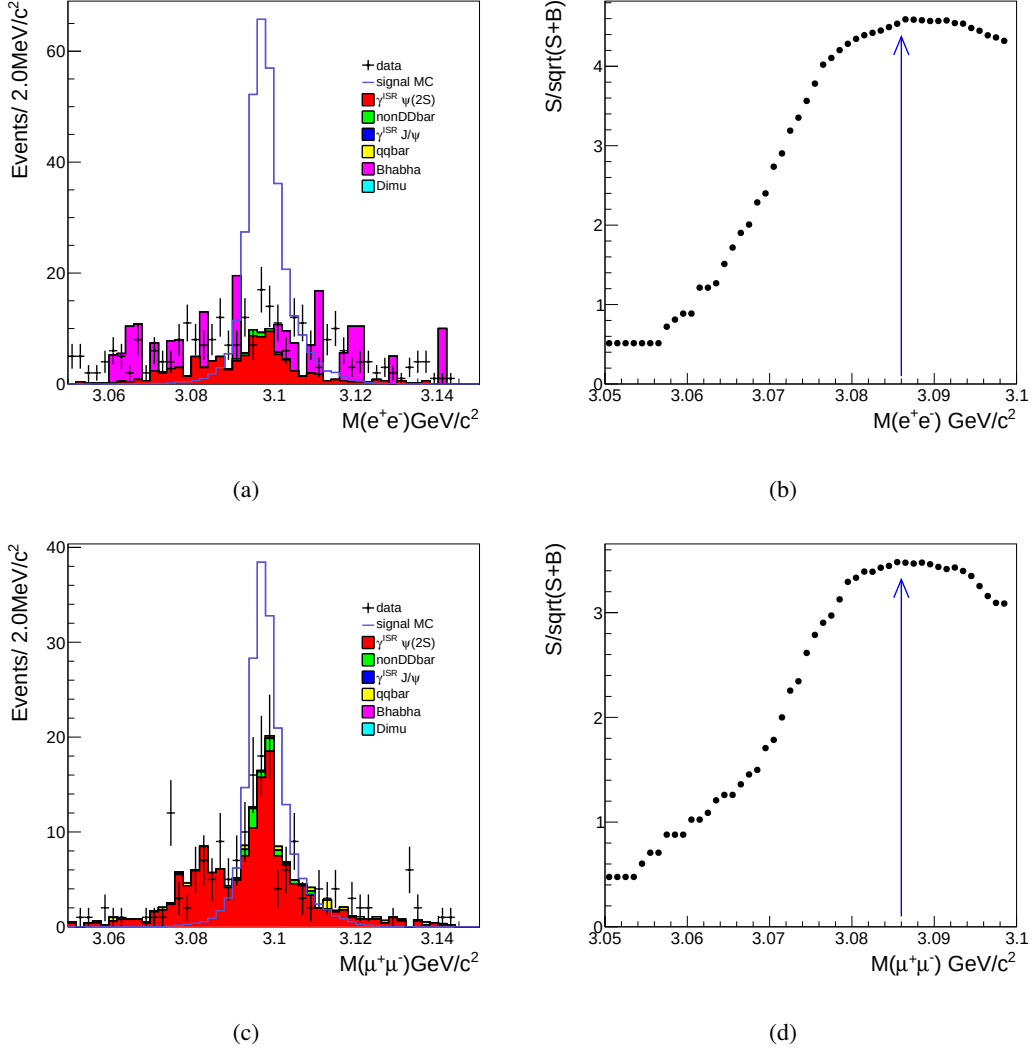


图 3-12 电子道 e^+e^- 的不变质量分布 (a) 以及 FOM 优化结果 (b)。 μ 道相同的分布 (c, d)。

Figure 3-12 The invariant mass distribution of e^+e^- (a), and its optimization presented with FOM (b) for e^+e^- mode. The same distributions are shown in (c,d) for $\mu^+\mu^-$ mode.

到, 电子道中在 $\cos(\pi^+\pi^-) \sim 1$ 附近有一个很高的峰值, 表示 $\gamma^* \rightarrow e^+e^-$ 过程, 其中 e^+e^- 被误识鉴别成 $\pi^+\pi^-$ 。要求 $\cos(\pi^+\pi^-) < 0.95$, 可以去除大部分这种本底, 同时通过 MC 模拟得到它对于信号的选择效率超过 99%。

3.4.2.3 e/π 误鉴别的本底

根据 χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 的二维分布 (如图3-14所示), 可以清楚地看到在这两个道中会有低动量的 $e^\pm$ 会被鉴别成 $\pi^\pm$ 。 $\chi_{\pi^\pm}$ 定义为, $\chi_{\pi^\pm} = (\mu_m - \mu_{\text{exp}})/\sigma_m$, 其中 μ_m 是测量的 dE/dx 值, σ_m 是测量不确定度, μ_{exp} 是在假设为 π 时的预期值。通过对 χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 分布做二维 FOM 优化, 压低这种本底。优化结果如图3-15所示, 对电子道和 μ 道均要求: $\chi_{\pi^+} < 3.0$ 和 $\chi_{\pi^-} < 3.0$ 。可以看出, e/π 误鉴别的本底主要分布在 $\chi_{\pi^\pm} > 0$ 的区域。要求 $\chi_{\pi^+} < 3.0$ 和 $\chi_{\pi^-} < 3.0$ 基本上去除了该本底,

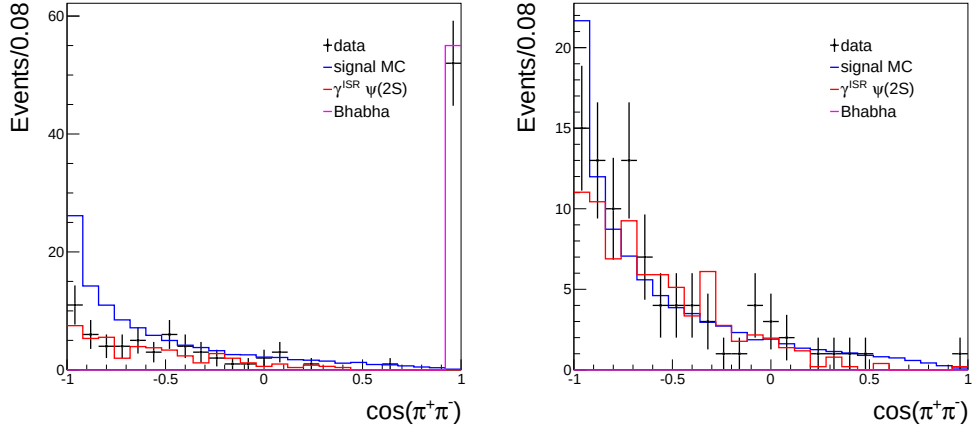

 图 3-13 电子道（左图）和 μ 道（右图）的 $\pi^+\pi^-$ 夹角分布。

 Figure 3-13 The opening angle of $\pi^+\pi^-$ for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right).

因此对 $\chi_{\pi^\pm}$ 的下限没有要求。

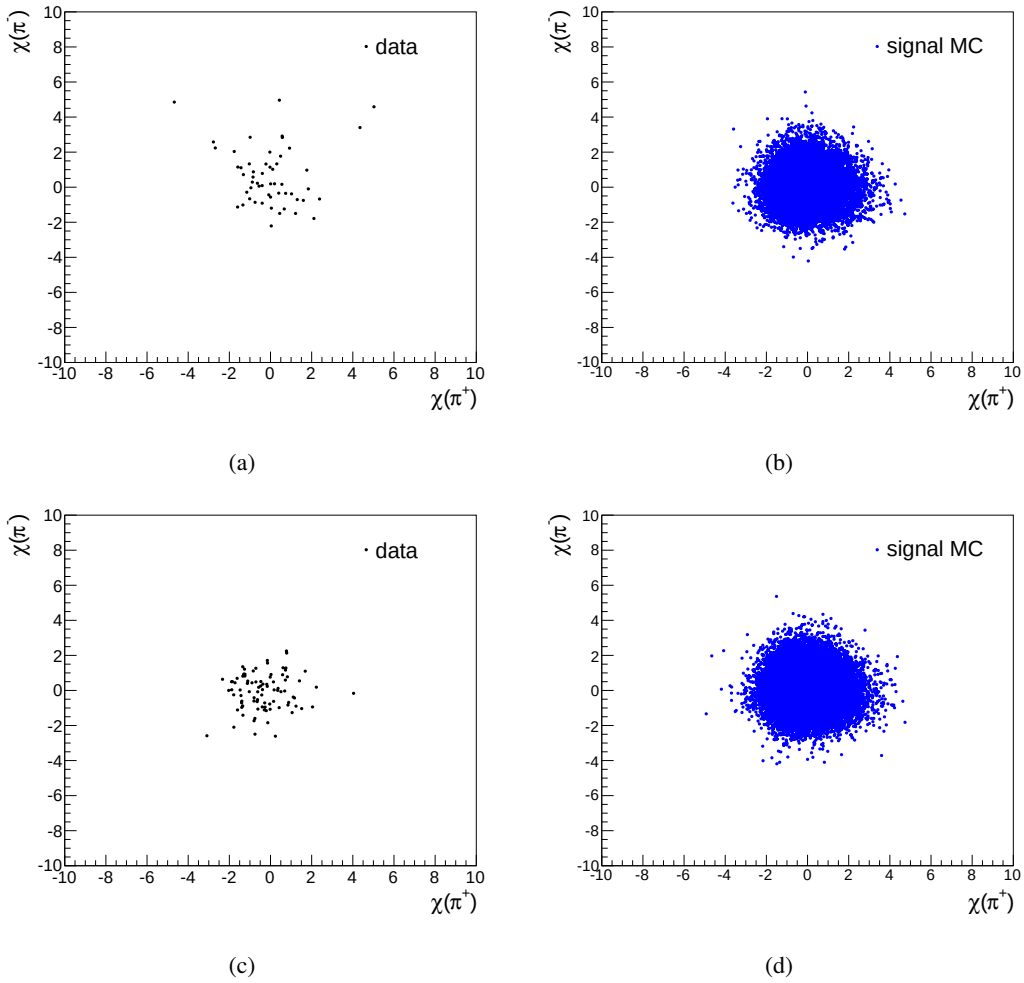

 图 3-14 电子道 (a, b) 和 μ 道 (c, d) χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 的二维分布。

 Figure 3-14 The two dimensional distribution of $\chi_{\pi^+}, \chi_{\pi^-}$ for e^+e^- mode (a, b) and $\mu^+\mu^-$ mode (c, d).

对于 $\mu^+\mu^-$ 过程，我们还检查了 MUC 中 μ 的击中深度信息，如图3-16所示。由于部分 μ 子可能因为 DAQ 时间窗口问题而随机丢失 MUC 击中信息（丢失击中信息的事例对应于图3-16中击中深度为 -10.0 cm），而 MC 模拟无法很好地模拟这些事例^[165]。所以对 MUC 击中深度加 cut，将导致 MC 模拟高估效率。因此，我们不对 MUC 击中深度做任何要求。

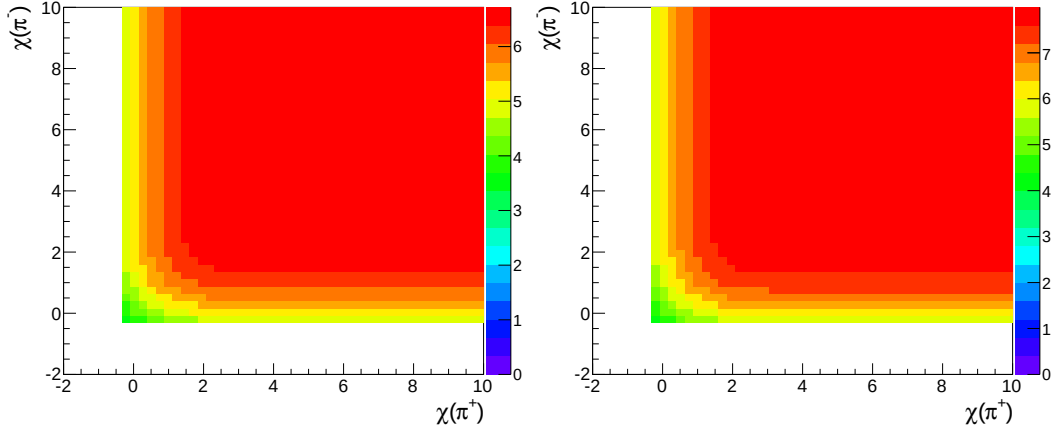


图 3-15 电子道（左图）和 μ 道（右图） χ_{π^+} 和 χ_{π^-} 的二维 FOM 优化结果。

Figure 3-15 Two-dimensional FOM optimizing of χ_{π^+} , χ_{π^-} for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right).

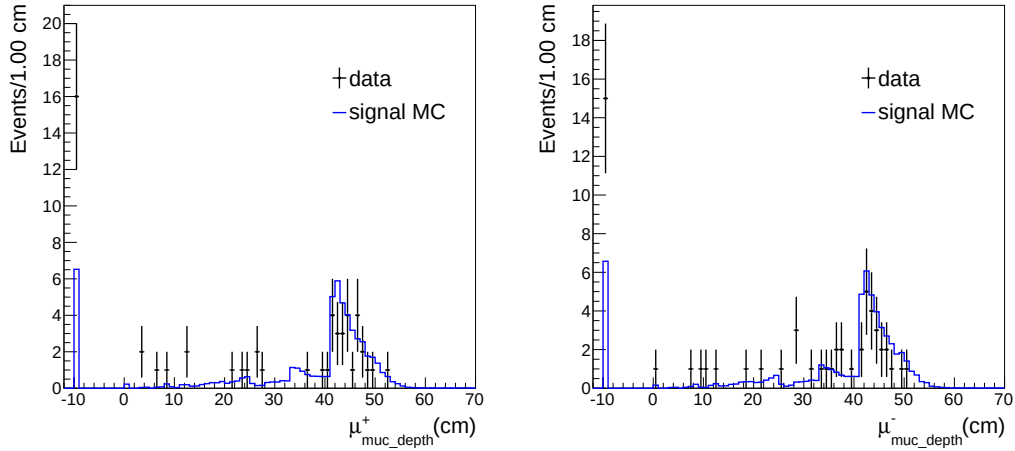


图 3-16 μ^+ （左图）， μ^- （右图）候选者分别在 MUC 中击中深度的分布。

Figure 3-16 The hit depth distribution of μ^+ (left) and μ^- (right) candidates in the MUC.

3.5 选择效率

表4-8和表4-9中分别展示了对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程，不同选择条件下对应的信号 MC 效率。

表 3-3 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程, 信号 MC 效率随选择条件的变化。Table 3-3 Cut flow for $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$.

选择条件	绝对效率
带电径迹数 =2, 净电荷 =0	73.48%
$N(\pi^+) = N(\pi^-) = 1$	73.10%
$3 < n\text{Gamma} < 10$	42.50%
η 候选者选择	35.58%
5C 运动学拟合	31.92%
$\chi_{5C}^2 < 18$	20.50%
压低 π^0 本底	15.56%
ρ^0 质量窗口	12.14%
η' 质量窗口	10.48%

表 3-4 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$ 过程, 信号 MC 效率随选择条件的变化。Table 3-4 Cut flow for $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$.

选择条件	绝对效率	
	e^+e^-	$\mu^+\mu^-$
带电径迹数 =4, 净电荷 =0	63.70%	64.18%
$N(\pi^+) = N(\pi^-) = N(\ell^+) = N(\ell^-) = 1$	52.44%	60.22%
$0 < n\text{Gamma} < 5$	38.70%	44.57%
4C 运动学拟合	27.50%	37.04%
$\chi_{4C}^2 < 36, 34$	19.78%	28.15%
J/ψ 质量窗口	19.34%	27.63%
$-0.75 < \cos\theta_\gamma < 0.75$	17.03%	24.32%
$\cos(\pi^+\pi^-) < 0.95$	16.50%	24.32%
$\chi_{\pi^+} < 3.0$ 和 $\chi_{\pi^-} < 3.0$	15.94%	24.15%

3.5.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

使用螺旋线参数修正后的 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 信号 MC 样本计算信号的效率, 效率 ϵ 的定义为, $\epsilon = \frac{N_{\gamma\eta\eta'}}{N_0}$ 。其中, $N_{\gamma\eta\eta'}$ 表示经过选择后的信号事例数, 而 N_0 为产生的总信号数。对于不同质量假设的 $X(3700)$, 得到的效率分布如图3-17左图所示, 这些结果与 BESIII 之前的分析结果一致^[166]。由于光子的探测效率会随着光子能量的降低而下降, 因此随着 $X(3700)$ 质量的增加, 效率有所减少。

3.5.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$

对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程，效率如图3-17右图所示。相比于电子道， μ 道的效率更高，这主要是由于 FSR 和韧致辐射造成的能量损失对电子道影响更大，这会导致轻子对的不变质量分辨变差。该结果与之前 BESIII 的分析结果一致^[167,168]。 $X(3700)$ 的质量在 3.71 GeV 时效率降低主要是因为计算效率的时候要求了 $M(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-) > 3.70$ GeV。

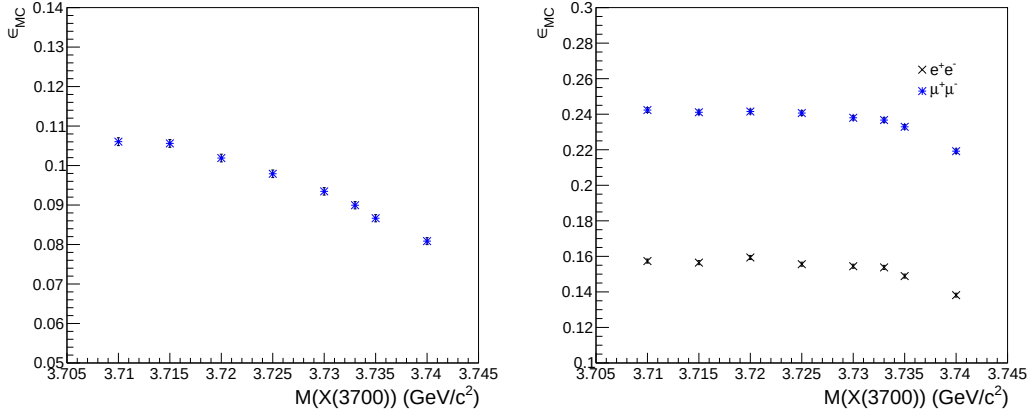


图 3-17 加完所有选择条件后 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ (左图) 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ (右图) 过程对应的信号 MC 效率。

Figure 3-17 The efficiency of event selection after applying all the selection criteria from signal MC sample for $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ (left) and $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ (right).

3.6 信号提取

对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程，加完所选择条件后只剩下少数事例，因此我们采用“数数”方法来得到信号事例数。而对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程，使用不分 bin 的最大似然拟合，同时对电子道和 μ 道做联合拟合提取信号事例数。

3.6.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

加完上述所有选择条件之后，在 $3.70 < M(\eta\eta') < 3.75$ GeV 信号区间中只剩下一个事例，如图3-18所示。图3-19展示了在不同 $X(3700)$ 质量假设下，信号 MC 样本 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维不变质量谱分布。对 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的一维拟合分别如图3-20、3-21所示，两个分布均用双高斯函数进行描述。

我们采用“数数”方法来提取信号事例数，图3-22展示了数据的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维分布。在 η' 和 $\eta\eta'$ 的二维信号区间内没有看到明显的信号事例堆积。由于本底水平非常低，使用边带来估计本底可能会引入较大误差。保守估计，我们假设信号区间内的事例均为信号。同时，从 η' 的边带来看，信号区间内可能会存在一些本底。为了尽量减少本底事例，我们对 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 均采用了 2σ 的质量窗口来数数，而非 BESIII 其它分析通常采用的 3σ 。质量谱的

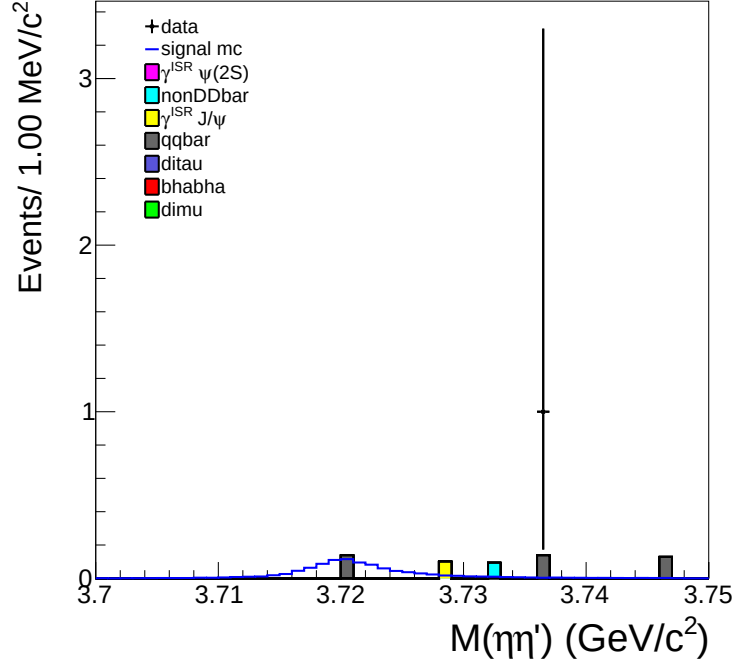


图 3-18 $\eta\eta'$ 的不变质量分布。带误差棒的黑点是数据，蓝线是信号 MC，其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC。

Figure 3-18 The distribution of invariant mass of $\eta\eta'$. Black dots with error bars represent data, blue lines represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

分辨 σ ($\sigma_{\text{Gaussian1}}$)，通过上文对信号 MC 的 $M(\eta\eta')$ 和 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 分布分别进行一维拟合得到。

3.6.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$

图3-23(a,b)展示了加完所有选择条件之后数据的 $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的二维分布。在 J/ψ 和 $X(3700)$ 的二维信号区间内，没有观测到明显的信号事例堆积。水平方向在 3.1 GeV 附近有一条明显的带子，对应于没有完全去除的 ISR $\psi(2S)$ 的本底。从图3-23 (c, d) 可以看出 ISR $\psi(2S)$ 的本底和数据符合的很好，也说明了没有观测到明显信号。不同 $X(3700)$ 质量假设下，信号 MC 样本 $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的二维分布如图3-24所示。

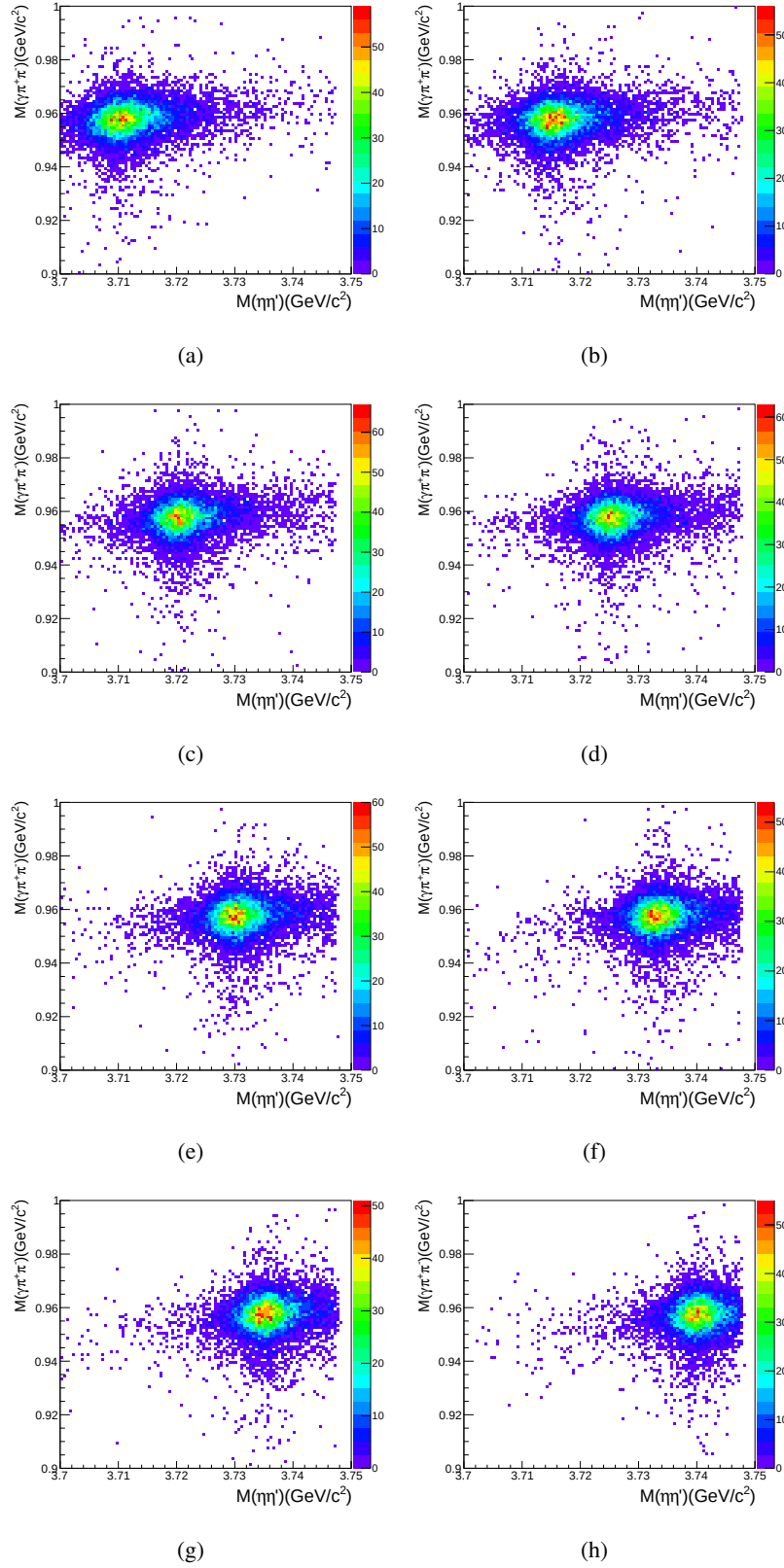


图 3-19 不同 $X(3700)$ 质量假设下信号 MC 的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维分布 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。

Figure 3-19 Two dimensional distribution of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$, $M(\eta\eta')$ from signal MC at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV).

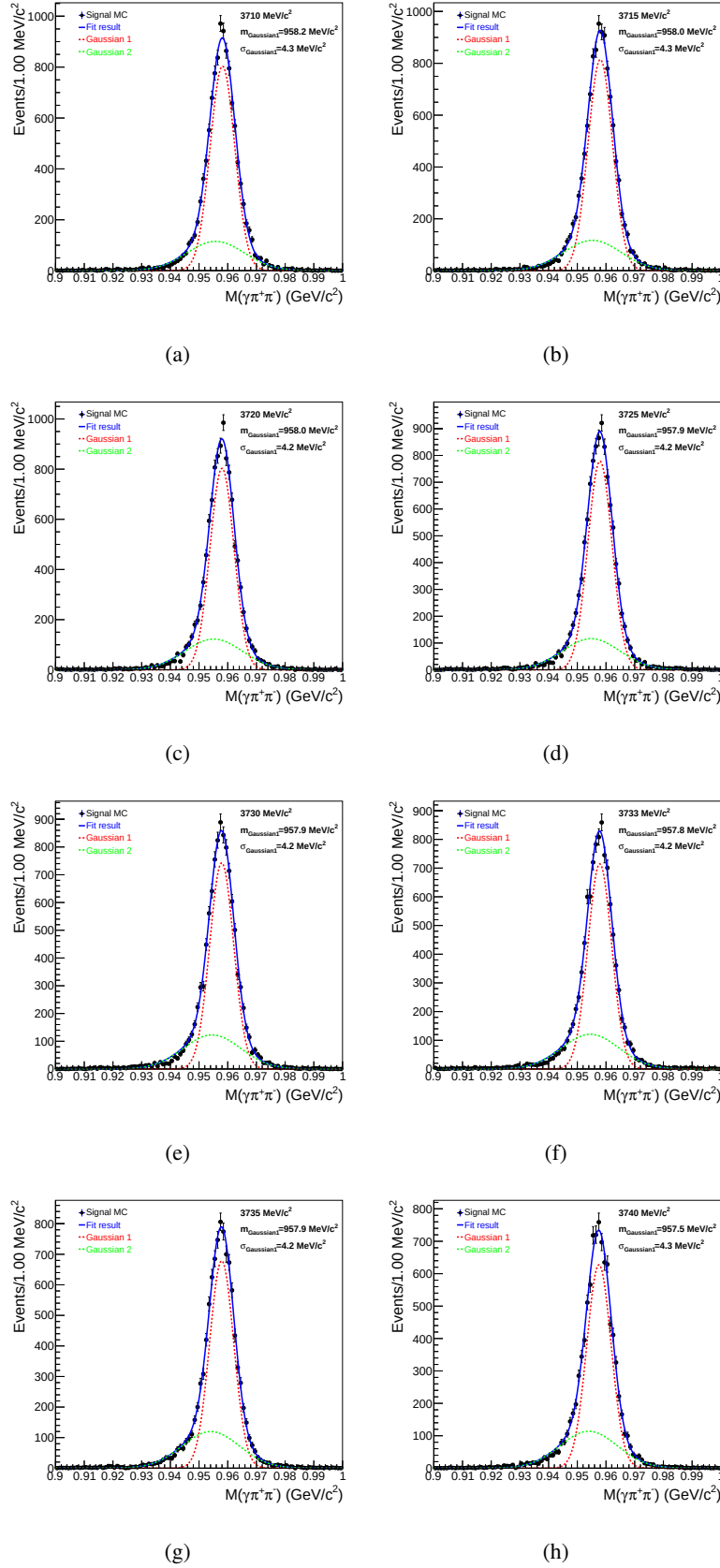


图3-20 不同 $X(3700)$ 质量假设下信号 MC $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。

Figure 3-20 The fitting results of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV) from signal MC.

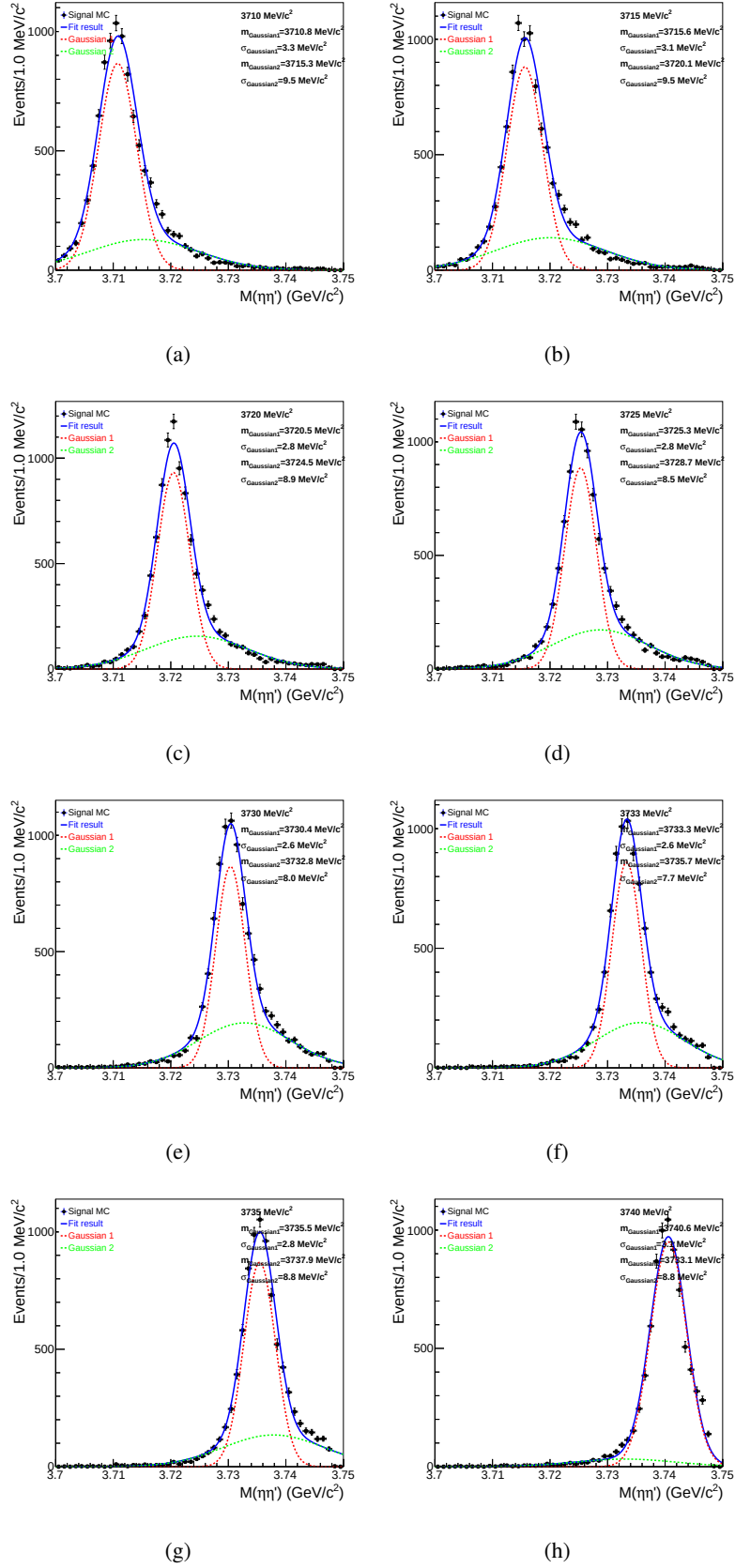


图 3-21 不同 $X(3700)$ 质量假设下信号 MC $M(\eta\eta')$ 的拟合结果 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。

Figure 3-21 The fitting results of $M(\eta\eta')$ at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV) from signal MC.

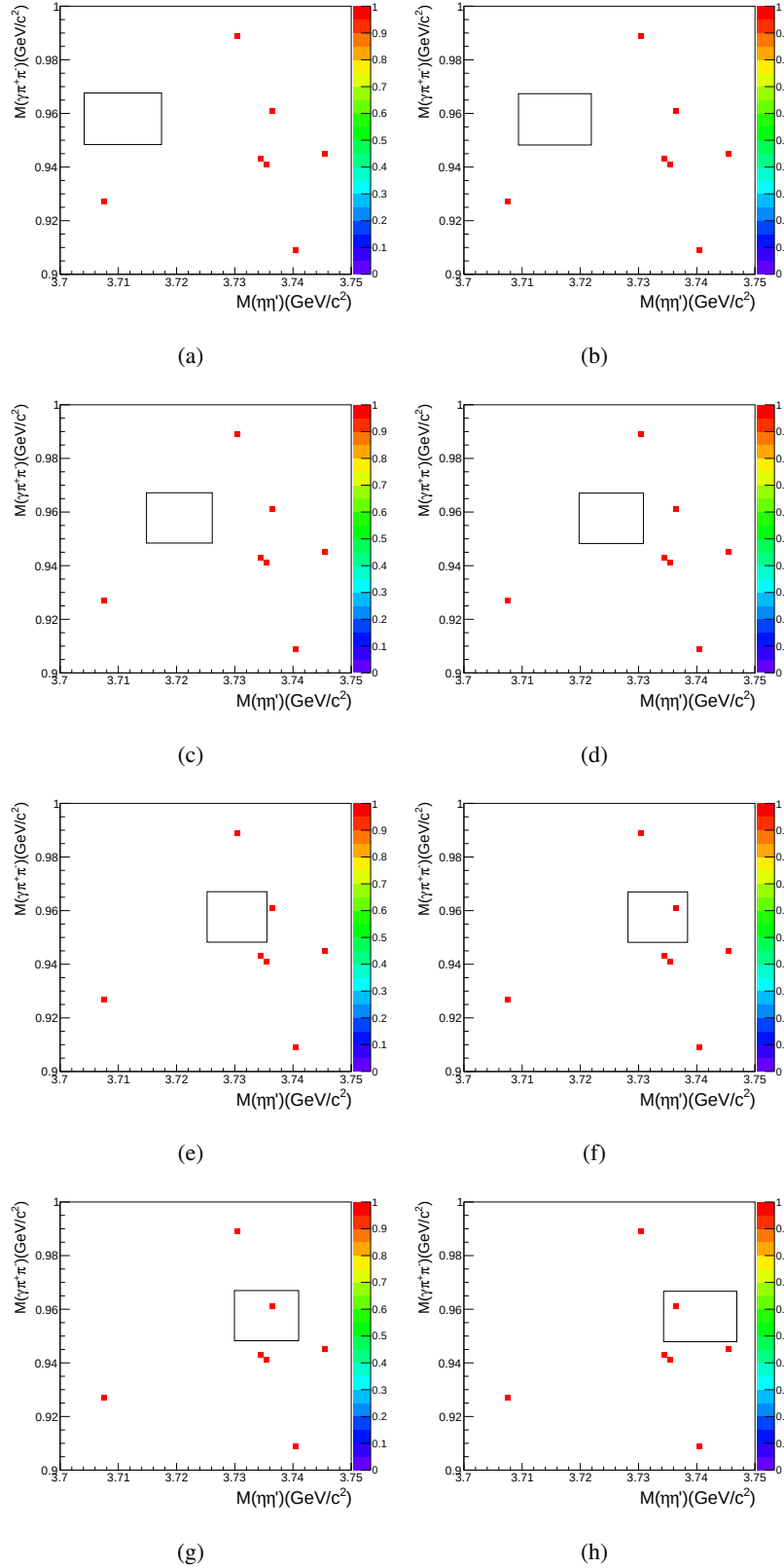


图 3-22 不同 $X(3700)$ 质量假设下数据的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\eta')$ 的二维分布 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。

Figure 3-22 Two dimensional distribution of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$, $M(\eta\eta')$ from data at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV).

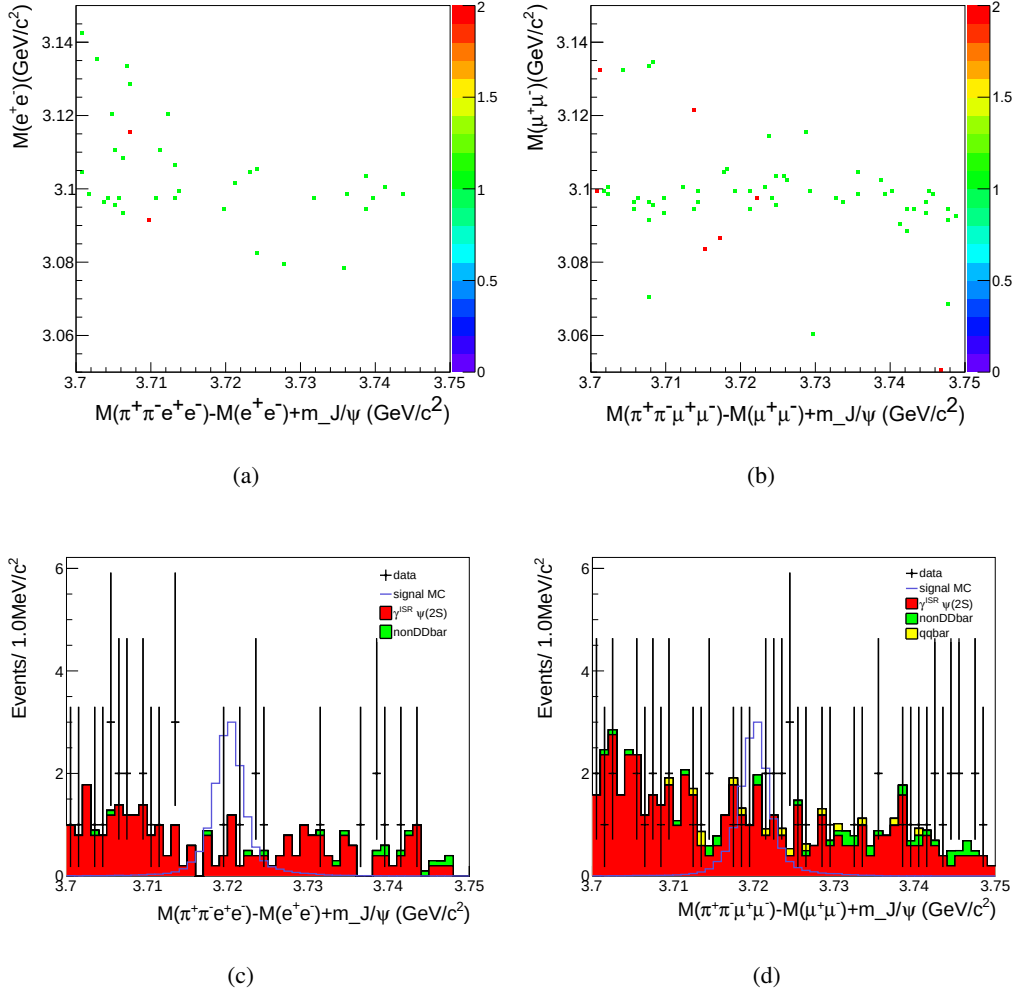


图 3-23 数据中电子道 (a) 和 μ 道 (b) 的 $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 二维分布。数据、信号 MC 和本底单举 MC 中电子道 (c) 和 μ 道 (d) 的 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 分布，带误差棒的黑点是数据，蓝线是信号 MC，其它的带颜色的直方图是本底的单举 MC。

Figure 3-23 Two dimensional distribution of $M(\ell^+\ell^-)$, $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ from data for e^+e^- mode (a) and $\mu^+\mu^-$ mode (b). $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ distribution from data, signal MC, and inclusive MC for e^+e^- mode (c) and $\mu^+\mu^-$ mode (d).

为了提取信号产额，我们对数据中的 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-e^+e^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\mu^+\mu^-)$ 分布做联合拟合，公共参数是联合分支比， $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 。拟合中信号形状从信号 MC 样本中提取，本底形状使用一阶切比雪夫多项式描述。拟合结果如图 3-25 所示，拟合结果表明没有明显信号，单用一个本底成分就能够很好地描述数据。

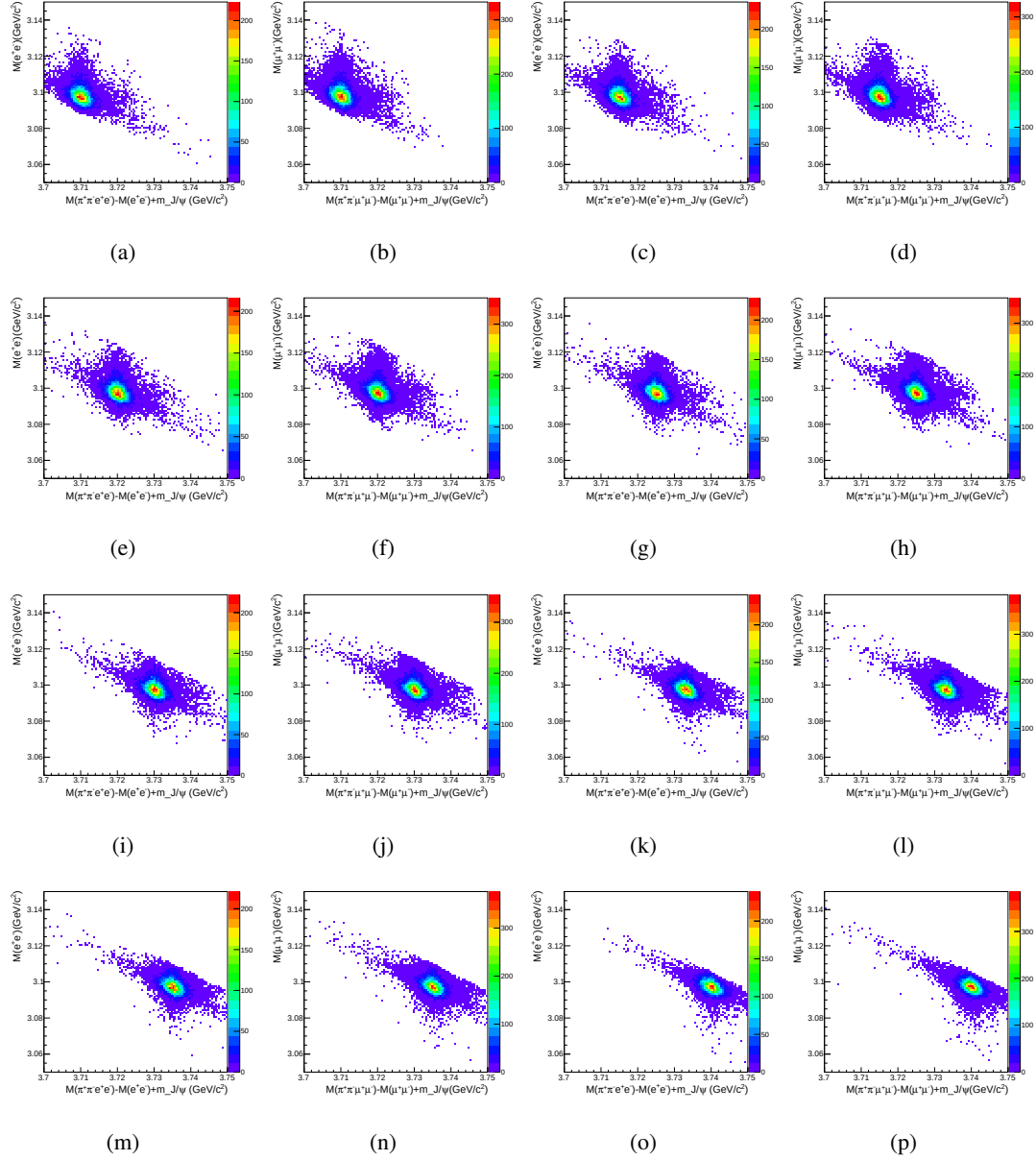


图 3-24 不同 $X(3700)$ 质量假设下信号 MC 中电子道（第一列和第三列）和 μ 道（第二列和第四列） $M(\ell^+\ell^-)$ 和 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的二维分布 (3710(a, b), 3715(c, d), 3720(e, f), 3725(g, h), 3730(i, j), 3733(k, l), 3735(m, n), 3740(o, p) MeV)。

Figure 3-24 Two dimensional distribution of $M(\ell^+\ell^-)$, $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ from signal MC for e^+e^- mode (first and third column) and $\mu^+\mu^-$ mode (second and fourth column) at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a, b), 3715(c, d), 3720(e, f), 3725(g, h), 3730(i, j), 3733(k, l), 3735(m, n), 3740(o, p) MeV).

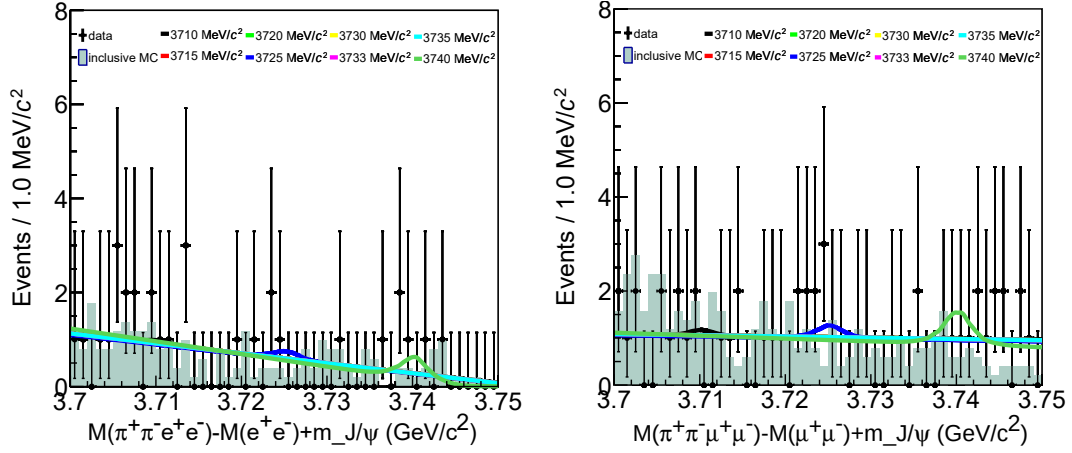


图 3-25 对电子道（左图）和 μ 道（右图）的 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 分布的联合拟合。带误差棒的黑色点表示数据样本，其它颜色的阴影直方图表示本底单举 MC 样本。不同颜色的实线表示对不同质量的 $X(3700)$ 的总拟合结果。本底单举 MC 样本中的事例数根据数据样本的积分亮度进行了归一化。

Figure 3-25 The simultaneous unbinned maximum likelihood fit on the $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ distributions for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right). Black dots with error bars represent the data sample, and other colored shaded histograms represent the inclusive MC sample. The solid lines with different color represent the total fit results for different masses of the $X(3700)$. The number of events in the inclusive MC sample is normalized according to the integrated luminosity of the data sample.

3.7 输入输出检查

为了验证我们的联合拟合程序没有问题，我们使用 Toy MC 进行输入输出检查。由于我们没有看到信号，因此将数据作为本底。在联合拟合中，分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \times B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)$ 是 e^+e^- 和 μ 道共同参数，也是待拟合的参数。假设分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \times B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi) = 2.0 \times 10^{-3}$ 作为输入，并在拟合中固定该分支比以获得总的概率密度函数 (PDF)。对总 PDF 进行抽样生成 Toy MC，并使用相同的拟合程序对 Toy MC 进行拟合获得相应分支比，其中一次拟合结果如图3-26所示。对于电子道和 μ 道，所有操作均相同。Pull 分布定义为：

$$\text{Pull} = \frac{B(\text{input}) - B(\text{output})}{\sigma_{B(\text{output})}}, \quad (3-4)$$

图3-27展示了得到的 Pull 分布，可以看到 Pull 的均值和标准差在不到两倍误差范围内和正态分布一致，表明我们的拟合程序是无偏的。在本分析中，一共使用了 300 组 Toy MC 样本进行输入，输出检查。

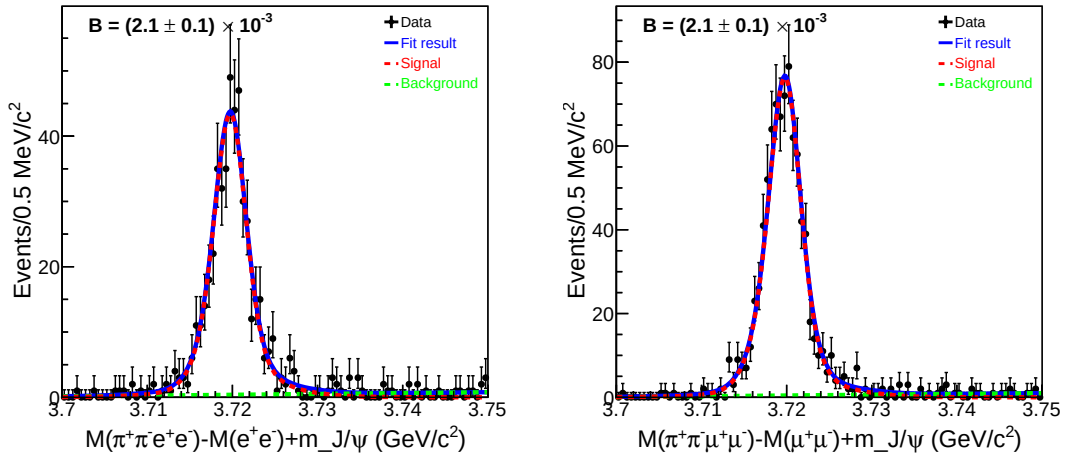


图 3-26 基于 Toy MC 的 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的联合拟合，电子道（左图）和 μ 道（右图）， $X(3700)$ 质量假设为 3720 MeV 。带误差条的点表示伪数据。蓝色实线表示总拟合结果。红色虚线和绿色虚线分别表示拟合的信号贡献和背景贡献。

Figure 3-26 The simultaneous unbinned maximum likelihood fit of $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ based on Toy MC for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right) at the mass hypotheses of $X(3700)$ equal to 3720 MeV . The dots with error bars are the fake data. The blue solid line represents the total fit. The read dashed line and the green dashed line show the fitted signal contributions and background contributions, respectively.

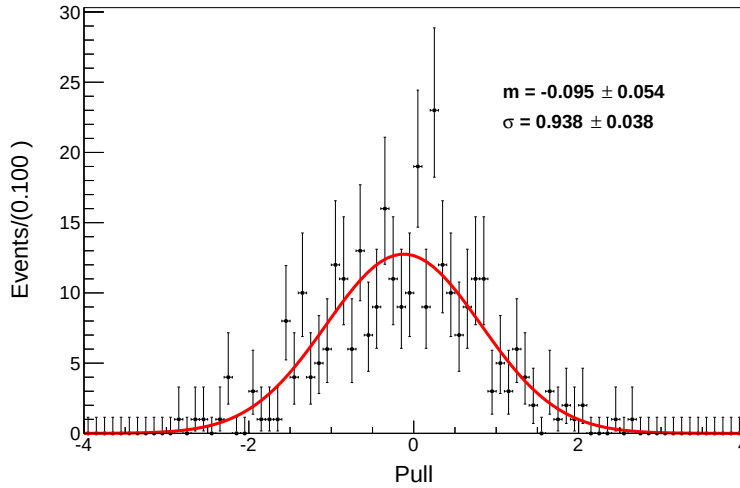


图 3-27 使用 Toy MC 得到的分支比的 Pull 分布。

Figure 3-27 The pull distribution of branching fraction using the Toy MC.

3.8 系统误差

在确定分支比的上限时，我们考虑了系统不确定性，这些不确定性可分为两类：相加性项和相乘性项。相加性系统误差包括信号形状、本底形状和拟合范围。而相乘性系统误差的来源包括数据亮度、 $\psi(3770)$ 的观测截面、径迹重建效

率、光子重建、 η 衰变的分支比、 η' 衰变的分支比、 J/ψ 衰变的分支比、运动学拟合、 η' 的质量窗口、 J/ψ 的质量窗口、 $\cos \theta_\gamma$ 的要求、 $\pi^+\pi^-$ 夹角要求和 χ_π 的要求等。

3.8.1 相加性系统误差

3.8.1.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程，我们采用“数数”方法提取信号事例数。系统不确定性主要来源于 $M(\eta\eta')$ 和 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的信号区间范围选择，这里不涉及信号形状和本底形状带来的系统误差。因此，在“数数”方法中，我们不考虑相加性系统误差，而是将两个质量窗口带来的系统不确定性考虑为相乘性系统误差，具体估计方法在相乘性系统误差估计里面介绍。

3.8.1.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$

对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 过程，我们使用了不分 bin 的最大似然拟合提取信号事例。拟合的系统不确定性主要来源于拟合范围、信号形状和本底形状。相比于信号 MC 信号的分布范围，我们使用了相对较宽的拟合范围，因此由拟合范围造成的系统不确定性可以忽略。为了估计信号形状和本底形状引入的系统误差，使用 $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}\psi(2S)(\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 过程作为控制样本（此过程与我们信号过程的末态粒子基本相同，同时，该过程可以很容易从现有数据中获得，且本底非常少）。在信号形状方面，我们考虑了数据和 MC 之间的分辨差异，并使用信号 MC 形状卷积高斯来拟合控制样本中 $\psi(2S)$ 的不变质量谱，从而获得高斯的均值和标准差，如图3-28所示。我们通过假设对 $X(3700)$ ，数据和 MC 之间的分辨差异与控制样本中的差异基本相同，将高斯与信号 MC 进行卷积以拟合数据（高斯的均值和标准差固定为从控制道中获得的值）。在本底形状方面，我们使用二阶切比雪夫多项式代替一阶切比雪夫多项式来描述本底形状。

在计算分支比上限时，我们在考虑这一项的系统不确定性后，进行了保守估计，选择了上限值最大的一组结果，然后再考虑相乘性系统误差。

3.8.2 相乘性系统误差

3.8.2.1 共同的误差项

a 数据积分亮度数据的积分亮度通过大角度 Bhabha 事例测量，结果为 $(2931.8 \pm 0.2 \pm 13.8) \text{ pb}^{-1}$ ，亮度的相对不确定性为 0.47%^[157]。

b $\psi(3770)$ 的观测截面

为了确定 $\psi(3770)$ 数量，我们使用了 $\psi(3770)$ 的观测截面， $\sigma^{\text{obs}}_{\psi(3770)} = (7.15 \pm 0.27 \pm 0.27) \text{ nb}$ ^[169]。这一结果是通过 BESIII 的两篇关于 $\psi(3770)$ 截面测量的工作进行加权得到^[170,171]。 $\psi(3770)$ 观测截面的不确定性为 5.3%。

c 径迹重建效率

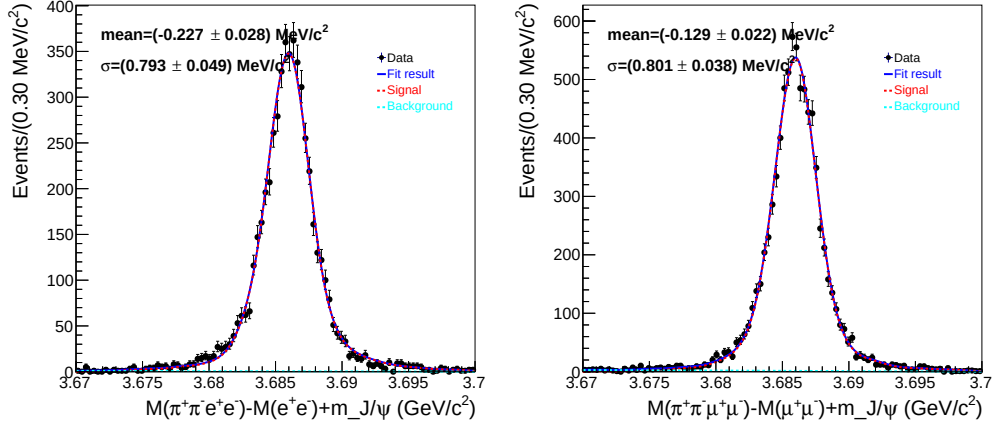


图 3-28 控制道中电子道（左图）和 μ 道 $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ 的拟合结果。蓝色实线代表总的拟合结果，红色虚线表示信号的贡献，本底贡献由青色虚线表示。

Figure 3-28 The fitting result of $M_{\text{cor}}(\pi^+\pi^-\ell^+\ell^-)$ for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right) based on data in control sample. The blue solid line represents the total fit, the read dashed line represent the fitted signal contributions, and background contributions are described by the cyan dashed line.

使用高纯度控制样本^[172,173]，对带电径迹重建的系统不确定性进行了详细研究，覆盖了不同的横动量范围和 $\cos\theta$ 范围。每条径迹的系统不确定性为 1.0%。

d 光子重建

在先前发表的关于 J/ψ 和 $\psi(2S)$ 衰变的文章中，对光子重建的不确定性进行了充分研究^[174,175]。经过对如 $J/\psi \rightarrow \rho^0\pi^0$ 衰变以及 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 过程中光子重建效率的研究，光子重建的不确定性估计为 1%。

3.8.2.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

a η 和 η' 衰变的分支比

在计算 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 的分支比时，我们使用了 PDG2020 中 $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 和 $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 的分支比^[34]。这些分支比的不确定性传递为分支比计算的系统误差，对于 η 和 η' 的衰变分别是 0.51%，1.36%。

表 3-5 $\pi^+, \pi^-, e^+, e^-, \pi^+, \pi^-, \mu^+, \mu^-$ 的螺旋线修正参数。

Table 3-5 The helix parameters correction factors for π^+, π^-, e^+, e^- and $\pi^+, \pi^-, \mu^+, \mu^-$.

		e^+	e^-	π^+	π^-	μ^+	μ^-	π^+	π^-
ϕ_0	$m^{\text{data}} - m^{\text{MC}}$	-0.079	0.067	-0.042	0.025	-0.088	0.056	-0.047	-0.037
	$\frac{\sigma^{\text{data}}}{\sigma^{\text{MC}}}$	1.236	1.235	1.145	1.155	1.301	1.306	1.246	1.257
κ	$m^{\text{data}} - m^{\text{MC}}$	0.308	-0.334	0.146	-0.134	0.249	-0.267	0.144	-0.118
	$\frac{\sigma^{\text{data}}}{\sigma^{\text{MC}}}$	1.001	1.036	1.118	1.156	1.114	1.132	1.207	1.195
$\tan\lambda$	$m^{\text{data}} - m^{\text{MC}}$	-0.152	-0.130	-0.119	-0.124	-0.199	-0.169	0.124	-0.153
	$\frac{\sigma^{\text{data}}}{\sigma^{\text{MC}}}$	1.045	1.039	1.055	1.099	1.133	1.091	1.177	1.152

b 运动学拟合

在本分析中,为了减少数据与 MC 模拟之间的差异,我们对运动学拟合中径迹的螺旋线参数进行了修正^[176]。修正前后信号 MC 效率的差异视为运动学拟合的系统误差。 $\pi^+\pi^-$ 的修正因子是通过 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi (J/\psi \rightarrow e^+e^-/\mu^+\mu^-)$ 过程的 pull 分布提取的,具体结果列于表4-11。

修正之前信号 MC 的效率为 ϵ , 修正之后效率变为 ϵ_{cor} 。我们使用公式 $|\frac{\epsilon_{\text{cor}} - \epsilon}{\epsilon_{\text{cor}}}|$ 来计算系统不确定性,相关结果列于表3-6。由于 $X(3700)$ 的不同质量假设,会得到不同的系统不确定性。保守考虑,我们选择最大的系统不确定性作为运动学拟合的系统不确定性,其值为 2.93%。修正后使用 ϵ_{cor} 作为默认效率。

表 3-6 不同 $X(3700)$ 质量假设下,螺旋线参数修正前后的信号 MC 效率 ($\epsilon, \epsilon_{\text{cor}}$), 以及对应的系统误差, $\Delta\epsilon = |\frac{\epsilon - \epsilon_{\text{cor}}}{\epsilon_{\text{cor}}}|$ 。

Table 3-6 The efficiency of the signal MC before the helix correction (ϵ), after the helix correction (ϵ_{cor}), and the systematic uncertainty: $\Delta\epsilon = |\frac{\epsilon - \epsilon_{\text{cor}}}{\epsilon_{\text{cor}}}|$ at different mass hypotheses of $X(3700)$.

M($X(3700)$) MeV	3710	3715	3720	3725	3730	3733	3735	3740
ϵ	11.18%	11.13%	10.74%	10.32%	9.85%	9.48%	9.13%	8.52%
ϵ_{cor}	10.91%	10.88%	10.48%	10.10%	9.60%	9.21%	8.94%	8.36%
$\Delta\epsilon$	2.48%	2.30%	2.48%	2.18%	2.60%	2.93%	2.13%	1.91%

c η' 质量窗口

使用 $\psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_{c0} (\chi_{c0} \rightarrow \eta\eta')$ 作为控制道,估计来自 η' 质量窗口引入的系统不确定性。我们采用 P2GC0 模型产生了 $10^5 \psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_{c0}$ 信号 MC 事例。加了和信号道相同的选择条件后,使用双高斯函数描述信号,本底使用一阶切比雪夫多项式描述。 η' 的信号区间定义为 $[0.948, 0.965]$ GeV。 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的系统误差通过若下方式估计:

$$f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = \epsilon_{\text{MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} / \epsilon_{\text{data}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}, \quad (3-5)$$

$$\epsilon_{\text{data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = N_{\text{signal data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} / N_{\text{all data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}, \quad (3-6)$$

其中 $N_{\text{signal data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 是 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 信号区间信号数,而 $N_{\text{all data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 是 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 拟合区间内信号总数。由于 $\epsilon_{\text{data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 服从二项分布,其不确定性可以用以下公式估计:

$$\sigma_{\epsilon_{\text{data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}} = \sqrt{\frac{\epsilon_{\text{data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} (1 - \epsilon_{\text{data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)})}{N_{\text{all data/MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}}, \quad (3-7)$$

由于数据和 MC 样本是独立的,因此 $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 的不确定性为:

$$\frac{\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}^2}{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)^2}} = \frac{\sigma_{\epsilon_{\text{data}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}^2}{\epsilon_{\text{data}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)^2}} + \frac{\sigma_{\epsilon_{\text{MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}^2}{\epsilon_{\text{MC}}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)^2}}, \quad (3-8)$$

通常情况下, $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = (1 \pm \Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}) \pm \sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}$, 其中 $\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 定义为 $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} - 1$ 。如果 $|\frac{\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}{\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}}| < 1.0$, 我们把 $|\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}| + |\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}|$ 作为系统不确定性, $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = 1.0$ 。如果 $|\frac{\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}{\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}}| > 1.0$, 对 MC 效率进行修正, $\epsilon = \epsilon/f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$, 并将 $\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}$ 作为系统不确定性。

通过对控制道的拟合, 得到 $\epsilon_{MC}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = (88.38 \pm 0.30)\%$, 而 $\epsilon_{data}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = (83.86 \pm 1.76)\%$ 。计算得到 $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = 1.0539 \pm 0.0224$, $|\frac{\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}{\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}}| = 2.406$ 。因此, 我们将 $\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}} = 0.0224$ 作为系统不确定性, $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = 1.0539$ 。后续使用的效率将被修正为 $\epsilon = \epsilon/f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 。 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果如图3-29所示。

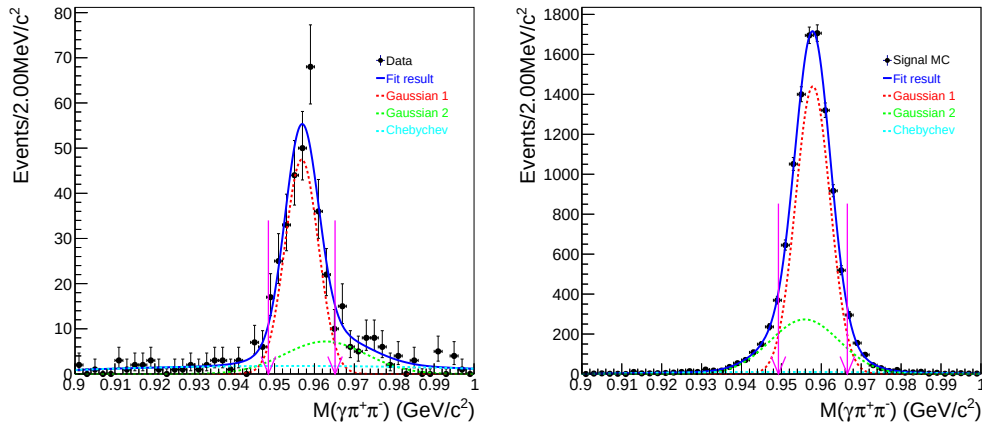


图 3-29 控制道中数据 (左图) 和信号 MC (右图) $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果。蓝色实线代表总的拟合结果, 红色虚线和绿色虚线表示信号的贡献, 本底贡献由青色虚线表示。

Figure 3-29 The fitting result of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ based on data (left), and signal MC (right) in control sample. The blue solid line represents the total fit. The red and green dashed line represent the fitted signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

d $\eta\eta'$ 质量窗口

对于估计 $\eta\eta'$ 质量窗口引入的系统误差, 使用的控制道和估计 η' 质量窗口系统误差使用的控制道相同, $\psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_{c0}(\chi_{c0} \rightarrow \eta\eta')$ 。该控制道与我们的信号过程非常接近, 且其角分布与信号过程相同。对控制道 $M(\eta\eta')$ 的拟合结果如图3-30所示。这里使用和前一节中完全相同的方法估计质量窗口引入的系统误差。根据拟合结果可知, $\epsilon_{MC}^{M(\eta\eta')} = (83.19 \pm 0.33)\%$, 而 $\epsilon_{data}^{M(\eta\eta')} = (82.56 \pm 1.60)\%$ 。由此可知, $f^{M(\eta\eta')} = 1.0076 \pm 0.0199$, 且 $|\frac{\Delta f^{M(\eta\eta')}}{\sigma_{f^{M(\eta\eta')}}}| = 0.3819$ 。因此, 我们将 $|\sigma_{f^{M(\eta\eta')}}| + |\Delta f^{M(\eta\eta')}| = 0.0275$ 作为系统不确定性, $f^{M(\eta\eta')} = 1.0$, 即不对效率进行修正。

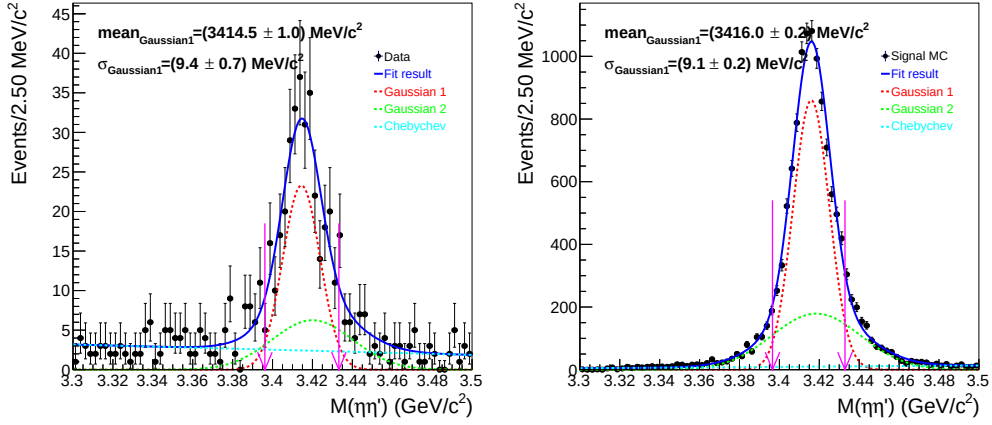


图 3-30 控制道中数据 (左图) 和信号 MC (右图) $M(\eta\eta')$ 的拟合结果。蓝色实线代表总的拟合结果, 红色虚线和绿色虚线表示信号的贡献, 本底贡献由青色虚线表示。

Figure 3-30 The fitting result of $M(\eta\eta')$ based on data (left), and signal MC (right) in control sample. The blue solid line represents the total fit. The red and green dashed line represent the fitted signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

3.8.2.3 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$

a J/ψ 衰变分支比

计算 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 分支比时, 引用了 PDG2020 中 $J/\psi \rightarrow \ell^+\ell^-$ 的分支比^[34]。其不确定性传递为分支比测量的系统不确定性, 值为 0.55%。

b 运动学拟合

运动学拟合的系统不确定性的估计与前文的方法相同, $e^+e^-\pi^+\pi^-$ 和 $\mu^+\mu^-\pi^+\pi^-$ 的修正因子列于表4-11。相应的结果列在表3-7中。为了保守估计, 对于 e^+e^- 过程和 $\mu^+\mu^-$ 过程, 我们选择最大的系统不确定性作为运动学拟合的系统不确定性, 分别为 2.92% 和 1.94%。同时使用修正后的效率 $\epsilon(ee)_{\text{cor}}$ 和 $\epsilon(\mu\mu)_{\text{cor}}$ 分别用作 e^+e^- 过程和 $\mu^+\mu^-$ 过程的效率。

c J/ψ 质量窗口

使用 $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}}\psi(2S)(\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 作为控制道, 估计 J/ψ 质量窗口引入的系统不确定性。加了和信号道相同的选择条件后, 使用双高斯函数描述信号, 本底使用一阶切比雪夫多项式描述。 J/ψ 的信号区间定义为, [3.086, 3.120] GeV。这里使用和前文完全相同的方法估计 J/ψ 质量窗口引入的系统误差。根据拟合结果可知, 对于电子道和 μ 道, $\epsilon_{\text{MC}}^{M(\ell^+\ell^-)}$ 分别是 $(98.25 \pm 0.10)\%$ 和 $(98.33 \pm 0.09)\%$, $\epsilon_{\text{data}}^{M(\ell^+\ell^-)}$ 是 $(97.87 \pm 0.22)\%$ 和 $(97.78 \pm 0.18)\%$ 。由此得到, 对于电子道和 μ 道, $f^{M(\ell^+\ell^-)} = 1.00388 \pm 0.00248, 1.00562 \pm 0.00207, |\frac{\Delta f^{M(\ell^+\ell^-)}}{\sigma_{f^{M(\ell^+\ell^-)}}}| = 1.56, 2.71$ 。把 $\sigma_{f^{M(\ell^+\ell^-)}} = 0.0025, 0.0021$ 分别作为两个道的系统误差, 同时赋值 $f^{M(\ell^+\ell^-)} = 1.00388, 1.00562$ 。对效率进行修正, $\epsilon = \epsilon/f^{M(\ell^+\ell^-)}$ 。 $M(\ell^+\ell^-)$ 的拟合结果如图3-31所示。

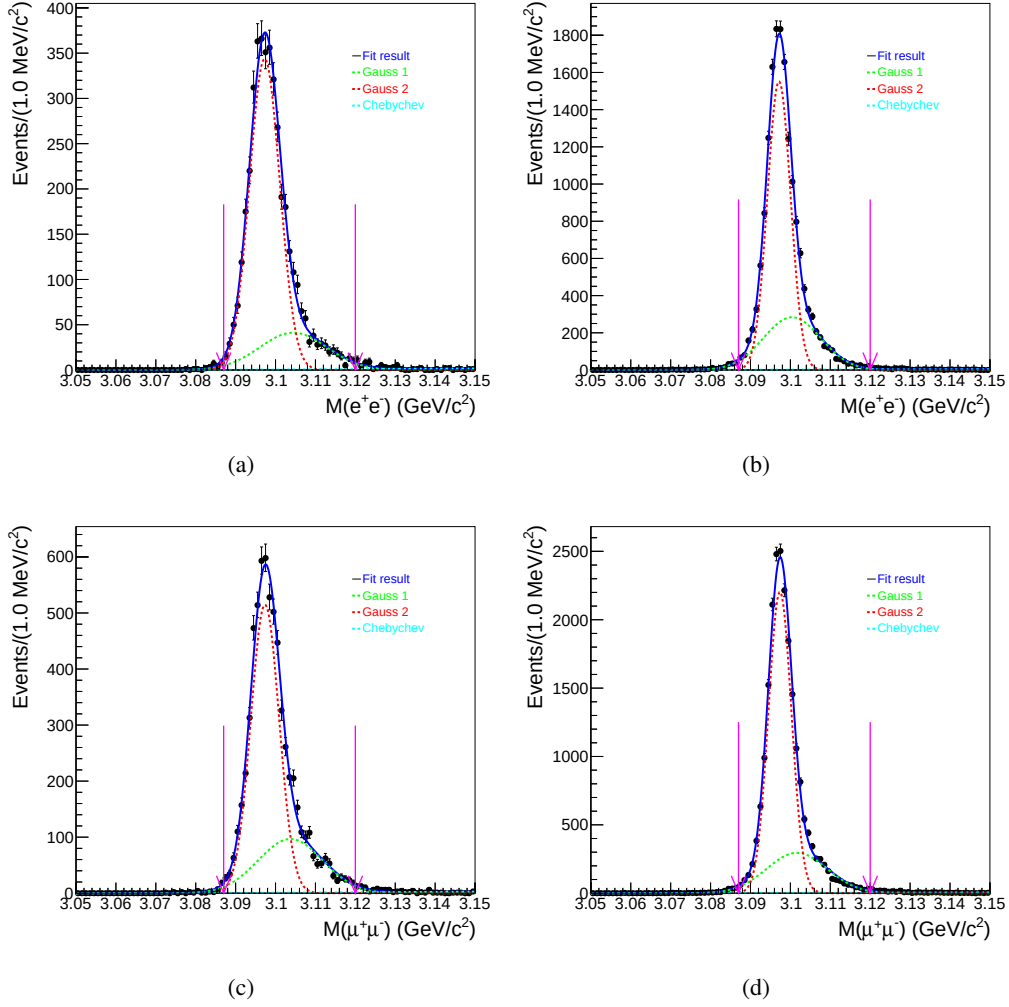


图 3-31 控制道中电子道 (a, b) 和 μ 道 (c, d) 的 $M(\ell^+\ell^-)$ 对于数据 (a, c) 和信号 MC (b, d) 的拟合结果。蓝色实线代表总的拟合结果，红色虚线和绿色虚线表示信号的贡献，本底贡献由青色虚线表示。

Figure 3-31 The fitting result of $M(\ell^+\ell^-)$ for e^+e^- mode (a, b) and $\mu^+\mu^-$ mode (c, d) based on data (a, c), and signal MC (b, d) in control sample. The blue solid line represents the total fit. The red and green dashed line represent the fitted signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

表 3-7 不同 $X(3700)$ 质量假设下, 电子道和 μ 道螺旋线参数修正前后的信号 MC 效率, 以及对应的系统误差, $\Delta\epsilon = \left| \frac{\epsilon - \epsilon_{\text{cor}}}{\epsilon_{\text{cor}}} \right|$ 。

Table 3-7 The efficiency of the signal MC before the helix correction (ϵ), after the helix correction (ϵ_{cor}), and the systematic uncertainty: $\Delta\epsilon = \left| \frac{\epsilon - \epsilon_{\text{cor}}}{\epsilon_{\text{cor}}} \right|$ for e^+e^- mode and $\mu^+\mu^-$ mode at different mass hypotheses of $X(3700)$.

M($X(3700)$) MeV	3710	3715	3720	3725	3730	3733	3735	3740
$\epsilon(ee)$	16.20%	16.03%	16.30%	15.87%	15.76%	15.65%	15.16%	14.05%
$\epsilon(ee)_{\text{cor}}$	15.74%	15.65%	15.94%	15.56%	15.44%	15.38%	14.89%	13.82%
$\Delta\epsilon_{ee}$	2.92%	2.43%	2.26%	1.99%	2.07%	1.76%	1.81%	1.66%
$\epsilon(\mu\mu)$	24.70%	24.55%	24.54%	24.47%	24.06%	24.03%	23.55%	22.14%
$\epsilon(\mu\mu)_{\text{cor}}$	24.23%	24.11%	24.15%	24.07%	23.80%	23.67%	23.29%	21.92%
$\Delta\epsilon_{\mu\mu}$	1.94%	1.82%	1.61%	1.66%	1.09%	1.52%	1.12%	1.00%

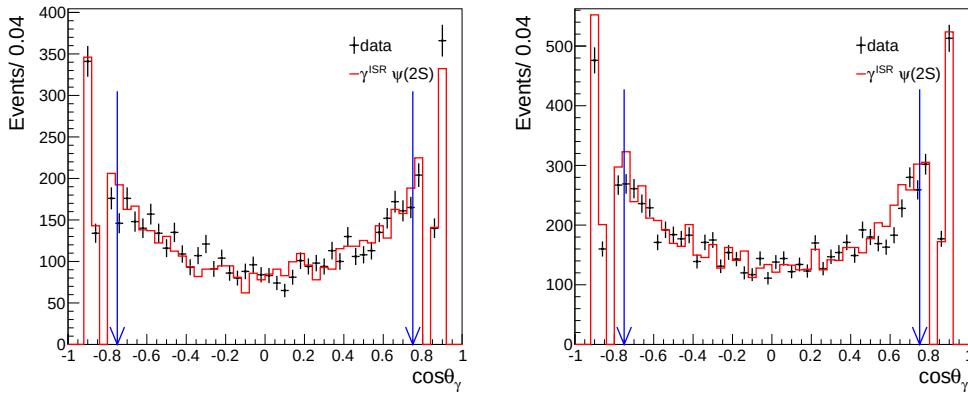


图 3-32 控制道中电子道和 μ 道数据和 MC 的 $\cos \theta_\gamma$ 分布。

Figure 3-32 The distribution of $\cos \theta_\gamma$ in control sample from data and MC for e^+e^- mode (left) and $\mu^+\mu^-$ mode (right).

d $\cos \theta_\gamma$ cut

对于估计 $\cos \theta_\gamma$ cut 引入的系统误差, 使用的控制道和估计 J/ψ 质量窗口的相同, $e^+e^- \rightarrow \gamma^{\text{ISR}} \psi(2S)(\psi(2S) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)$ 。图3-32展示了控制道中 $\cos \theta_\gamma$ 的分布, 我们要求 $-0.75 < \cos \theta_\gamma < 0.75$ 去除包含 ISR 光子的本底。这里我们对于信号 MC 和数据没有拟合, 直接用数数的方式得到信号区间和总区间的事例数。和前面的估计方法相同, 对于电子道和 μ 道, $\epsilon_{\text{MC}}^{\cos \theta_\gamma}$ 分别是 $(75.14 \pm 0.29)\%$ 和 $(75.30 \pm 0.26)\%$, $\epsilon_{\text{data}}^{\cos \theta_\gamma}$ 分别是 $(74.76 \pm 0.55)\%$ 和 $(75.25 \pm 0.45)\%$ 。由此可知, $f^{\cos \theta_\gamma} = 1.00508 \pm 0.00835, 1.00066 \pm 0.00691, \left| \frac{\Delta f^{\cos \theta_\gamma}}{\sigma_{f^{\cos \theta_\gamma}}} \right| = 0.61, 0.10$ 。把 $|\sigma_{f^{\cos \theta_\gamma}}| + |\Delta f^{\cos \theta_\gamma}| = 0.0134, 0.0076$ 分别作为两个道的系统误差, 并赋值 $f^{\cos \theta_\gamma} = 1.00, 1.00$, 即对两个道都不进行效率修正。

e 其它

对于其它 cut, 例如事例起始时间、 $\pi^+\pi^-$ 夹角 cut、 $\chi_{\pi^+}, \chi_{\pi^-}$ cut, 它们的选择

效率都很高。它们总的系统误差估计为 1%^[162,165]。

3.8.3 系统误差总结

所有相乘性系统不确定性如表3-8所示，假设它们之间没有相关性，把所有独立的相乘性系统不确定性平方和相加开根号得到总的相乘性系统不确定性。

表 3-8 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$ 过程分支比测量的相乘性系统误差的总结。
Table 3-8 The summary of multiplicative systematic uncertainties for the branching fraction measurement of $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ and $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$.

来源	系统误差 (%)		
	$\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$	$\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^- J/\psi$	
		ee	$\mu\mu$
积分亮度	0.5	0.5	0.5
$\psi(3770)$ 观测截面	5.3	5.3	5.3
径迹重建效率	2.0	4.0	4.0
光子重建	4.0	1.0	1.0
运动学拟合	2.9	2.9	1.9
J/ψ 衰变分支比	-	0.6	0.6
J/ψ 质量窗口	-	0.3	0.2
$\cos\theta_\gamma$ cut	-	1.3	0.8
其它 cut	-	1.0	1.0
η 衰变分支比	0.5	-	-
η' 衰变分支比	1.4	-	-
η' 质量窗口	2.2	-	-
$\eta\eta'$ 质量窗口	2.8	-	-
总的	8.5	7.5	7.1

3.9 联合分支比上限估计

由于我们没有观察到 $X(3700)$ 信号,因此报道 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$ 、 $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 以及 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 联合分支比的上限。为了得到一个保守的上限,我们假设信号区间内所有的事例贡献都来自 $\psi(3770)$ 衰变,连续过程的贡献 ($e^+e^- \rightarrow \gamma X(3700)$) 可以忽略不计。

由于没有观察到明显的信号,根据贝叶斯方法^[177],在考虑系统不确定性的情况下,计算了联合分支比在 90% 置信水平 (C.L.) 下的上限。为了获得 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$ 、 $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 联合分支比的上限,我们构建了似然函数来计算 90% C.L. 下的上限值。假设信号区间内观测到的事例数 (N_{s+b}) 和边带区域中的事例数 (N_b) 服从泊松分布 (Poisson), 而效率 (ϵ) 服从高斯分布

(Gaussian),

$$\begin{aligned} P(N_{s+b}) &= \text{Poisson}(N_{s+b}; \mu + b), \\ P(N_b) &= \text{Poisson}(N_b; b), \\ P(\epsilon) &= \text{Gaussian}(\epsilon; \epsilon_0, \delta_{\epsilon_0}^{\eta\eta'}), \end{aligned} \quad (3-9)$$

其中, μ 是信号区间预期的信号产额, b 是边带区域中预期的本底事例数, ϵ_0 是通过 MC 模拟得到的效率, $\delta_{\epsilon_0}^{\eta\eta'}$ 是 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程的绝对相乘性系统不确定性, $\delta_{\epsilon_0}^{\eta\eta'} = \epsilon_0 \times \delta_{\text{sys}}^{\eta\eta'}$, 其中 $\delta_{\text{sys}}^{\eta\eta'}$ 是 $\psi(3770) \rightarrow X(3700)$ 、 $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 过程的相对相乘性系统不确定性。

由于边带区域中几乎没有剩余事例, 我们在似然函数中将 N_b 和 b 固定为 0, 以获得更保守的上限。事实上, 这种方法已经在 BESIII 分析中使用过^[178], 适用于事例数非常少的情况。表3-9展示了在不同 $X(3700)$ 质量假设下, 似然函数中 N_{s+b} 、 N_b 、 ϵ 和 b 的取值。似然函数的定义如下:

$$\begin{aligned} L(\mu) &= \int_0^1 L'(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_{\epsilon_0}^{\eta\eta'}} e^{-\frac{(\epsilon-\epsilon_0)^2}{2\delta_{\epsilon_0}^{\eta\eta'}{}^2}} d\epsilon, \\ L'(\mu) &= \frac{\mu^{N_s}}{N_s!} e^{-\mu}. \end{aligned} \quad (3-10)$$

在 90% C.L. 下的信号产额 ($N_{\eta\eta'}^{\text{up}}$) 通过公式 (3-10) 确定, 其中 $\int_0^{N_{\eta\eta'}^{\text{up}}} L(\mu) d\mu = 0.9 \int_0^\infty L(\mu) d\mu$ 。相应的联合分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 上限通过下式得到,

$$\begin{aligned} B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta') &< \\ &\frac{N_{\eta\eta'}^{\text{up}}}{L \cdot \sigma \cdot \epsilon_0 \cdot B(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \cdot B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)}, \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中, L 是使用的数据样本的积分亮度, σ 是 $\psi(3770)$ 的观测截面, ϵ_0 是经过效率修正后信号 MC 的效率 (如表3-9所示), $B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)$ 分别为 39.41% 和 29.50%^[34]。

表 3-9 不同 $X(3700)$ 质量假设下, 似然函数中 N_{s+b} 、 N_b 、 ϵ 和 b 的取值。

Table 3-9 The value of N_{s+b} , N_b , ϵ , b in the likelihood function at different mass hypotheses of $X(3700)$.

M($X(3700)$) MeV	3710	3715	3720	3725	3730	3733	3735	3740
N_{s+b}	0	0	0	0	0	1	1	1
N_b	0	0	0	0	0	0	0	0
ϵ	10.56	10.50	10.14	9.77	9.31	8.99	8.70	8.15
b	0	0	0	0	0	0	0	0

图3-33展示了似然函数的分布和 90% C.L. 下事例数的上限值。基于此, 计算得到 $X(3700)$ 不同质量假设下对应的联合分支比的上限值, 如表3-10所示。

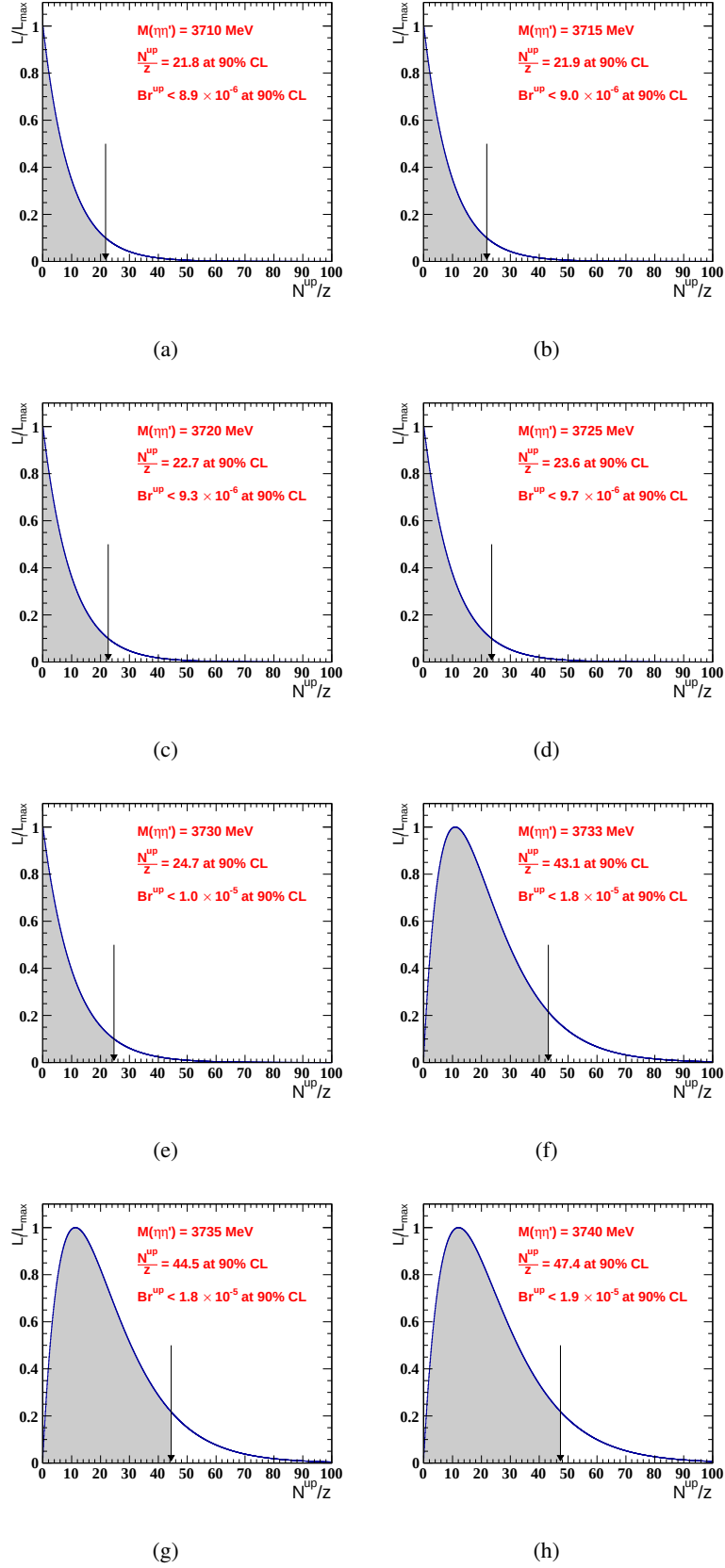


图 3-33 不同 $X(3700)$ 质量假设下, $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ 过程似然函数的分布 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。

Figure 3-33 The likelihood distribution of $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \eta\eta'$ at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV).

表 3-10 90% C.L. 下, $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 的联合分支比上限。

 Table 3-10 The upper limit of the product branching fraction $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ at the 90% C.L. .

$M(X(3700))$ MeV	3710	3715	3720	3725	3730	3733	3735	3740
$L(\text{pb}^{-1})$				2931.8				
$B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$				39.41%				
$B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)$				29.50%				
$\sigma(\text{pb})$				7150				
ϵ_0	10.56	10.50	10.14	9.77	9.31	8.99	8.70	8.15
$B_{90\% \text{ C.L.}}^{\text{up}} (\times 10^{-6})$	8.9	9.0	9.3	9.7	10	18	18	19

3.9.1 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$

根据前面的讨论, 我们知道连续过程对 $\gamma\eta\eta'$ 过程没有贡献, 因此在不考虑连续过程与 $\psi(3770)$ 振幅之间的干涉情况下, 给出分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta')$ 在 90% C.L. 下的上限。

根据之前使用的贝叶斯方法, 我们将信号事例数从 0 到 35 以步长 0.1 进行变化, 以获得归一化的似然值分布。对图 3-9 右图中的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 进行不分 bin 的最大似然拟合, 得到信号事例数。对于信号形状, 我们考虑了数据与 MC 模拟之间的分辨差异, 使用 MC 形状卷积高斯函数, 再通过拟合控制道 ($\psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_{c0}, \chi_{c0} \rightarrow \eta\eta'$) 中的 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量谱, 获得高斯函数的均值和标准差, 如图 3-34 左图所示。我们假设对于信号过程的 η' , 数据与 MC 之间的分辨差异与控制道中的差异几乎相同。最后使用控制道得到的高斯函数与信号 MC 进行卷积以拟合数据, 本底则通过二阶切比雪夫多项式描述。对数据的拟合结果如图 3-34 右图所示。

使用前文中完全类似的方法, 考虑系统误差之后, $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 的分支比上限通过以下公式计算,

$$B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta') < \frac{N_{\gamma\eta\eta'}^{\text{up}}}{L \cdot \sigma \cdot \epsilon_0^{\gamma\eta\eta'} \cdot B(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \cdot B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)}, \quad (3-12)$$

其中, L , σ 和前文定义相同, $\epsilon_0^{\gamma\eta\eta'}$ 是通过 MC 模拟获得的效率, 经过效率修正后为 13.02% (信号 MC 由 PHSP 模型生成)。

得到的似然值分布如图 3-35 所示, 90% C.L. 下分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta')$ 上限为 4.8×10^{-5} 。

3.9.2 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$

根据之前使用的贝叶斯方法, 我们将信号事例数从 0 到 40 以 0.1 为步长进行变化, 以获得归一化的似然分布。归一化的似然分布通过高斯函数进行展宽, 其

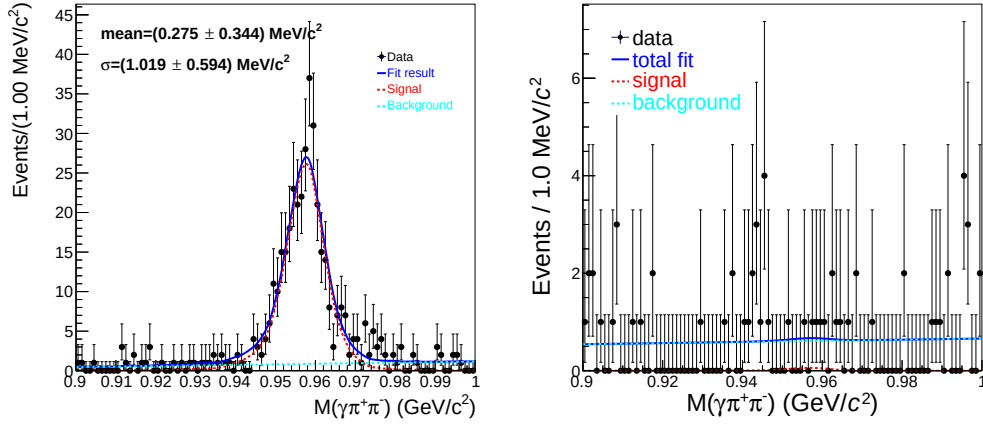


图 3-34 控制道数据中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果 (左图), 信号道数据中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果 (右图)。蓝色实线代表总的拟合结果, 红色虚线表示信号贡献, 本底由青色虚线描述。

Figure 3-34 The fitting result of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ based on data in control sample and the fitting result of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ based on data in signal process. The blue solid line represents the total fit. The read dashed line represent the fitted signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

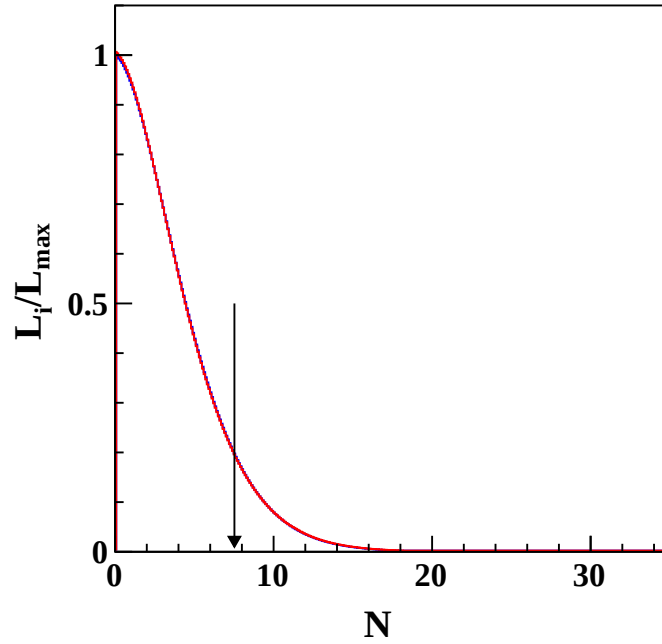


图 3-35 分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta')$ 在 90% C.L. 下的上限值。红线和蓝线分别表示有没有考虑系统误差。

Figure 3-35 The upper limit of the branching fraction $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta')$ at the 90% C.L. The results obtained with and without incorporating the systematic uncertainties are shown in red and blue curves.

均值设置为 $\epsilon_0^{\ell\ell}$ ，标准差为 $\delta_{\epsilon_0}^{\pi^+\pi^-J/\psi} = \epsilon_0^{\ell\ell} \times \delta_{\text{sys}}^{\pi^+\pi^-J/\psi}$ ，其中 $\delta_{\epsilon_0}^{\pi^+\pi^-J/\psi}$ 和 $\delta_{\text{sys}}^{\pi^+\pi^-J/\psi}$ 分别是 $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 过程的绝对相乘性系统不确定性和相对相乘性系统不确定性。

在 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ 衰变中，对 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 和 $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ 道的 $M(\pi^+\pi^-J/\psi)$ 分布进行不分 bin 的联合最大似然拟合，扫描信号产额，得到似然值 (L) 随信号产额 (N_s) 变化的分布。采用前文类似的方法，在考虑了系统不确定性后，联合分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 的上限通过以下公式计算：

$$B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi) < \frac{N_{\pi^+\pi^-J/\psi}^{\text{up}}}{L \cdot \sigma \cdot \epsilon_0^{\ell\ell} \cdot B(J/\psi \rightarrow \ell^+\ell^-)}, \quad (3-13)$$

其中， L ， σ 和前文定义相同， $\epsilon_0^{\ell\ell}$ 是通过 MC 模拟获得的效率，经过效率修正后的值如表3-11所示， $B(J/\psi \rightarrow \ell^+\ell^-)$ 是 $J/\psi \rightarrow \ell^+\ell^-$ 的分支比，对于 e^+e^- 过程和 $\mu^+\mu^-$ 过程，其值分别为 5.97% 和 5.96%^[34]。

对于不同 $X(3700)$ 质量假设，得到的似然值分布如图3-36所示，对应的 90% C.L. 下的联合分支比上限见表3-11。

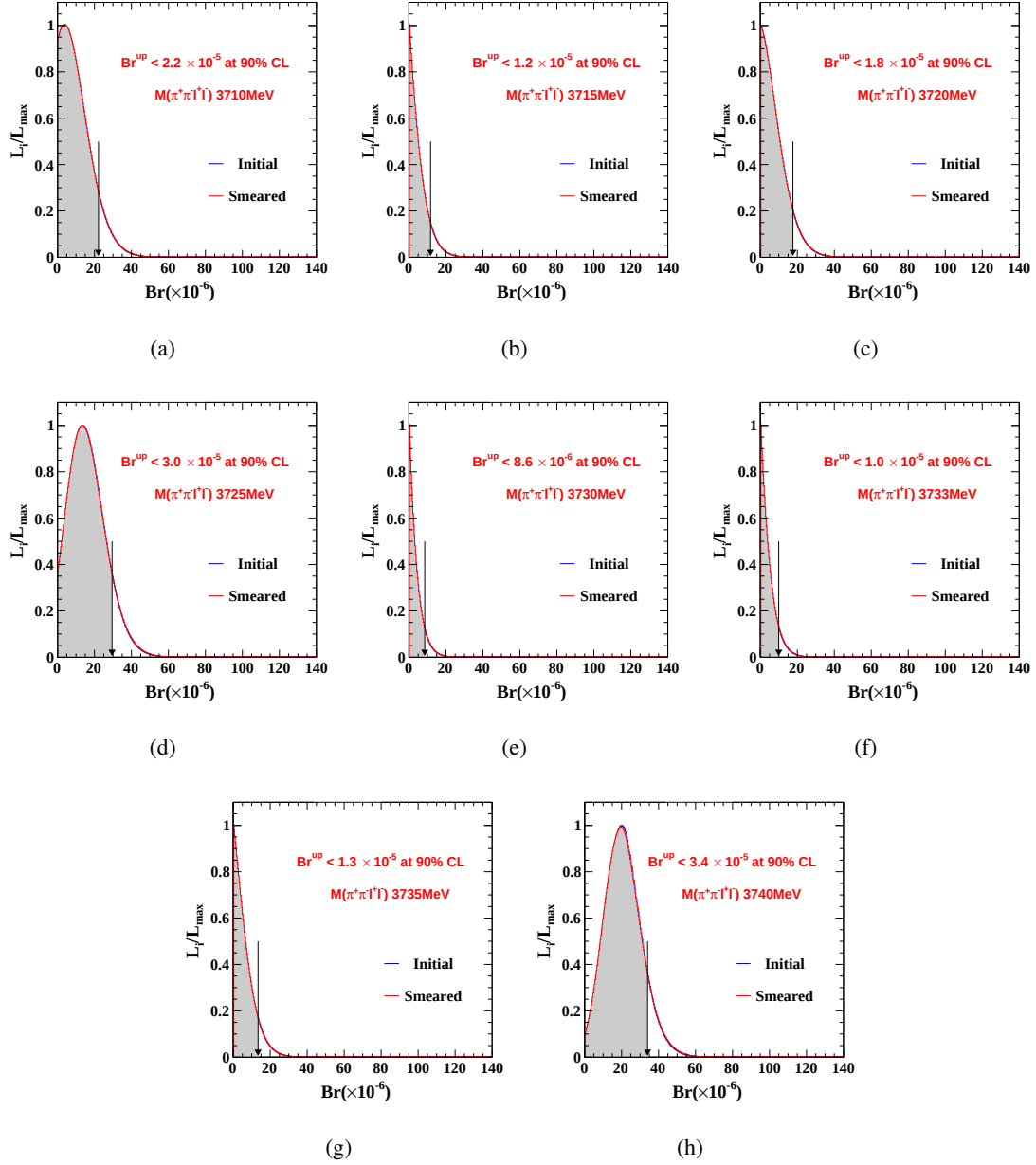


图 3-36 不同 $X(3700)$ 质量假设下, $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ 过程似然函数的分布 (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV)。红线和蓝线分别表示有没有考虑系统误差 (系统误差是电子道和 μ 道的平均值)。

Figure 3-36 The likelihood distribution of $\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)$, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ process at different mass hypotheses of $X(3700)$ (3710(a), 3715(b), 3720(c), 3725(d), 3730(e), 3733(f), 3735(g), 3740(h) MeV). The results obtained with and without incorporating the systematic uncertainties (average value of the systematic uncertainties of e^+e^- and $\mu^+\mu^-$ mode: 7.40%) are shown in red and blue curves.

表 3-11 90% C.L. 下, $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)$ 的联合分支比上限。

 Table 3-11 The upper limit of the product branching fraction $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)$ at the 90% C.L..

$M(X(3700))$ MeV	3710	3715	3720	3725	3730	3733	3735	3740
$L(\text{pb}^{-1})$	2931.8							
$B(J/\psi \rightarrow \ell^+ \ell^-)$	5.97%							
$\sigma(\text{pb})$	7150							
ϵ_0^{ee}	15.68%	15.59%	15.88%	15.50%	15.38%	15.32%	14.83%	13.76%
$\epsilon_0^{\mu\mu}$	24.10%	23.97%	24.02%	23.93%	23.67%	23.54%	23.16%	21.80%
$B_{90\% \text{ C.L.}}^{\text{up}} (\times 10^{-5})$	2.2	1.2	1.8	3.0	0.86	1.0	1.3	3.4

3.10 结果和讨论

利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 下积累的 2.93 fb^{-1} 数据, 我们首次通过 $\psi(3770) \rightarrow \gamma \eta \eta'$ 和 $\psi(3770) \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^- J/\psi$ 过程寻找 $X(3700)$ 的标量伙伴 $X(3700)$ 。未观测到明显信号事例, 在 90% C.L. 下考虑不同的 $X(3700)$ 质量假设, 得到了这两个衰变道的联合分支比上限, 并列于表 3-10, 3-11 中。我们还首次给出了 $\psi(3770) \rightarrow \gamma \eta \eta'$ 包括所有可能中间态的产额不高于 4.8×10^{-5} 。

结合文献^[151]中的理论计算以及使用正确的 $\psi(3770)$ 辐射衰变到 $X(3700)$ 的总宽度 $\Gamma_{\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)} = 1.05 \pm 0.41$, 得到联合分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta \eta') = (1.74 \pm 0.68) \times 10^{-5}$ 。我们得到的联合分支比的上限值从 0.9 到 $1.9(\times 10^{-5})$, 对应 $X(3700)$ 质量从 3710 到 3740 MeV。对于大多数可能的 $X(3700)$ 质量, 实验结果都低于理论预期。根据手征么正理论的计算,

$$B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700), X(3700) \rightarrow \eta \eta') \propto |g_\psi|^2 |g_{X, D^+ D^- + D_s^+ D_s^-}|^2 |g_{\eta \eta'}|^2, \quad (3-14)$$

其中 $|g_\psi| = 11.7$ 是 $\psi(3770)$ 耦合到 $D^+ D^-$ 的强度, 理论上计算的比较准确。 $|g_{X, D^+ D^- + D_s^+ D_s^-}|$ 是 $X(3700)$ 耦合到 $D^+ D^-$ 和 $D_s^+ D_s^-$ 的总强度, 文章中给出的 $|g_{X, D^+ D^-}|$ 和 $|g_{X, D_s^+ D_s^-}|$ 分别是 6198、5965 MeV。 $|g_{\eta \eta'}| = 1720 \text{ MeV}$ 是 $X(3700)$ 耦合到 $\eta \eta'$ 的强度^[154]。

利用实验测量结果可以对手征么正理论计算分宽度中使用的耦合常数 $|g_{\eta \eta'}|$ 的参数空间提供进一步约束。考虑理论预言的分支比误差, 分支比可以从 $(1.06 - 2.42) \times 10^{-5}$ 。假设手征么正理论计算的 $|g_{X, D^+ D^-}|$ 和 $|g_{X, D_s^+ D_s^-}|$ 是可靠的。相比手征么正理论计算的 $|g_{\eta \eta'}| = 1720 \text{ MeV}$, 本文的测量要求 $|g_{\eta \eta'}| < 1611$ 或者 1066 MeV (使用 $X(3700)$ 质量在 3720 MeV 处得到的分支比上限值 0.93×10^{-5})。如果我们认为理论计算的 $|g_{X, D^+ D^-}|$ 和 $|g_{X, D_s^+ D_s^-}|$ 可能并不可靠, 实验测量结果可以对 $|g_{\eta \eta'}| |g_{X, D^+ D^- + D_s^+ D_s^-}|$ 乘积的参数空间提供进一步限制, 相比文章中使用的 $2.09 \times 10^7 \text{ MeV}^2$, 我们要求 $|g_{\eta \eta'}| |g_{X, D^+ D^- + D_s^+ D_s^-}| < 1.96$ 或者 $1.30(\times 10^7) \text{ MeV}^2$ 。

此外, 我们还寻找了 $X(3700) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ 过程, 但未发现显著的 $X(3700)$ 信号。在 90% C.L. 下, 得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)$

的上限值从 0.9 到 $3.4(\times 10^{-5})$ ，对应 $X(3700)$ 质量从 3710 到 3740 MeV。作为 $X(3872)$ 的标量伙伴， $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 可能具有与 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 相似的同位旋破坏效应^[155]。实验的测量结果可以为后续 $X(3700)$ 性质和衰变的相关理论计算提供参考，例如考虑到 $X(3700)$ 作为 $X(3872)$ 的自旋伙伴以及类似的同位旋破缺效应，理论上可以利用 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比预测 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比。

第4章 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量和 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的寻找

4.1 背景介绍

e^+e^- 湮灭成轻强子的研究对于理解轻强子的产生机制以及揭示轻夸克强相互作用的基本特性至关重要^[179]。在手征微扰理论的框架下, 非局域的 NJL 模型成功地描述了基本粒子之间的强相互作用动力学, 并预测了 $\sqrt{s}$ 从 2.3 到 5.5 GeV 范围内 $e^+e^- \rightarrow VP$ 过程的截面^[180-183]。尽管实验误差较大, *BABAR* 合作组测量的 $e^+e^- \rightarrow \rho\eta'$ 过程的截面与 NJL 模型的预测一致^[184,185]。NJL 模型还预测了 $\sqrt{s}=3.5$ 到 5.0 GeV 能区范围内 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的截面约为 45 – 75 pb, 如图4-1所示, 截面随质心系能量的变化遵循 $\sigma \propto s^{-n/2}$ 的渐近幂律行为, 其中 $n = 3.5 \pm 0.9$, 这一结果可以从^[185]中推导得出。然而, 这些预测尚未通过高精度实验数据验证。在非局域的 NJL 模型中夸克和介子的相互作用通过引入形状因子描述, 不同的形状因子直接导致振幅的不同, 特别是当介子的动量较大时, 形状因子的选择十分重要。由于之前的理论研究中缺少高精度的实验数据, 使用 NJL 模型计算 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的时候只考虑 η' 的味道单态和八重态的混合不引入形状因子, 并且在三角圈图振幅中只考虑了外部动量的依赖关系, 忽略了可能的虚部贡献 (防止产生自由夸克, 需要确定夸克的禁闭条件), 得到的理论模型大致描述了实验数据的分布^[185]。但是这些近似直接导致 NJL 模型在计算 $e^+e^- \rightarrow VP$ 过程截面的精度仅为 (20 – 30)%。

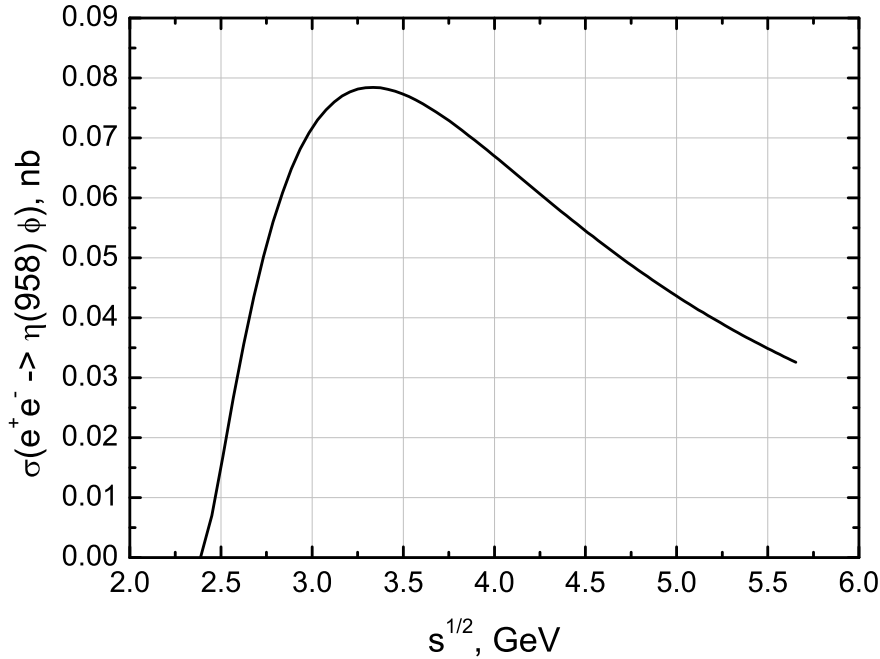


图 4-1 NJL 模型预言的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的玻恩截面^[185]。

Figure 4-1 The Born cross section for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ process predicted by NJL model^[185].

BESIII 实验已经在 $2 - 5$ GeV 能区积累了丰富的数据样本, 利用这些数据样本除了可以提升实验上对 $e^+e^- \rightarrow$ 轻强子末态截面的测量, 验证 NJL 模型的预言。同时还可以从截面随质心系能量的变化中寻找粲偶素和类粲偶素, 这里主要关注 $D\bar{D}$ 产生阈值以上最轻的粲偶素 $\psi(3770)$ 。 $\psi(3770)$ 于 20 世纪 70 年代被发现^[186], 作为 $D\bar{D}$ 产生阈值以上最轻的粲偶素, 预计它几乎完全衰变到 OZI 允许的 $D\bar{D}$ 末态, 通过强子和辐射跃迁到低能粲偶素态以及直接到轻强子末态 (包含 u 、 d 、 s 夸克的态) 的分支比预计较小^[187,188]。出乎意料的是, BES 实验通过单举测量得到 $\psi(3770) \rightarrow \text{non} - D\bar{D}$ 的分支比为 $(14.7 \pm 3.2)\%$ ^[189-191], 而 CLEO 的测量结果为 $(-3.3 \pm 1.4^{+6.6}_{-4.8})\%$ ^[192]。较大的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变的分支比不符合理论上认为 $\psi(3770)$ 是纯的只含有 $c\bar{c}$ 的粲偶素, 可能支持它含有其它更复杂的结构。

为了寻找 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变验证单举测量的结果, BES、CLEO-c 和 BESIII 合作组通过遍举测量对 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变进行了广泛寻找, 在大部分过程中都未发现显著信号^[193,194]。迄今为止, 已知的 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变的分支比总和仍小于 2% ^[34], 这与单举测量得到的 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变的分支比不符合。最近, BESIII 还测量了 $\psi(3770) \rightarrow J/\psi X$ 的单举衰变分支比 (X 代表任意末态粒子) $\mathcal{B}(\psi(3770) \rightarrow J/\psi X) = (0.5 \pm 0.2)\%$, 与已发表的 $\psi(3770) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi, \pi^0\pi^0J/\psi, \eta J/\psi$ 和 $\gamma\chi_{cJ}$ ($J = 0, 1, 2$) 的分支比总和 $(0.47 \pm 0.06)\%$ ^[195-198] 在误差范围内一致^[199]。这说明对于 $\psi(3770)$ $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变中的粲偶素跃迁, 实验上已经测量地比较好, 该过程的单举和遍举测量基本一致。所以 $\psi(3770)$ $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变总的分支比单举测量和遍举测量的不一致很可能来自不含粲的轻强子末态的测量。由于 $\psi(3770)$ 的宽度较大, 除去以上粲偶素跃迁后其衰变到轻强子末态的分支比仍可能占到百分之几量级。但是截止目前实验上以 5 被标准偏差发现的 $\psi(3770)$ 的轻强子衰变只有 BESIII 实验在 2024 年观测到的 $\psi(3770) \rightarrow K_S^0 K_L^0$, 分支比是 $(2.6^{+1.4+0.3}_{-1.6-0.2}) \times 10^{-5}$ ^[200], 远低于单举测量的预期。因此实验上进一步对 $\psi(3770)$ 的轻强子衰变的寻找对于理解单举测量和遍举测量得到的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变分支比的不一致具有重要物理意义。

关于 $\psi(3770)$ 的研究, 除了其衰变到 $\text{non} - D\bar{D}$ 的分支比之外, 另一个重要的研究方向是它的内部结构。尽管 $\psi(3770)$ 被认为是 $c\bar{c}$ 系统的 1^3D_1 态, 但其较大的轻子宽度 (0.262 ± 0.018) keV 表明其与 S 波态存在显著的混合^[50,201]。 S 波和 D 波的混合机制已被用于解释 $\psi(2S)$ 和 J/ψ 衰变中的 “ $\rho\pi$ 疑难”^[202,203], 并预言 $\psi(3770) \rightarrow VP$ 衰变可能会增强, 包括 $\rho\pi$ 、 $\phi\eta$ 、 $\phi\eta'$ 等。通过使用已知的 $J/\psi \rightarrow \phi\eta'$ 和 $\psi(2S) \rightarrow \phi\eta'$ 的分支比^[34], 并考虑 S 波和 D 波之间的混合角 θ , 预测 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 的衰变分支比 ($\mathcal{B}_{\phi\eta'}$) 为 $(0.46 \pm 0.18) \times 10^{-5} < \mathcal{B}_{\phi\eta'} < (3.5 \pm 1.3) \times 10^{-5}$ ^[204,205]。因此实验上对 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 过程的寻找, 可以检验 S 波和 D 波混合机制是否适用于解释 “ $\rho\pi$ 疑难”。

除了实验的测量, 理论上关于 $\psi(3770)$ $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变也有一些新的研究成果。Christoph Hanhart 等人使用耦合道的 K 矩阵方法在确保了振幅的么正性和解析性下系统的分析了 BES, BESII 和 BESIII 实验在 3.70 - 3.83 GeV 范围内测量

的强子截面^[206]。他们发现不需要额外引入较大的 $\text{non} - D\bar{D}$ 分支比，模型已经可以很好地描述实验数据。最后通过引入一个单道 P 波描述 $\text{non} - D\bar{D}$ 贡献，在 90% C.L. 下得到 $B(\psi(3770) \rightarrow \text{non} - D\bar{D}) < 6\%$ 。结合实验上遍举测量的结果，似乎说明了 BES 实验单举测量得到的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变分支比可能偏大。当然更确切的结论需要未来实验上提供更丰富的测量，同时也需要进一步降低单举测量的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变分支比的误差。

此外，Y. J. Zhang 等人在有效场论框架下，认为 $\psi(3770)$ $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变主要通过 $D\bar{D}$ 和 $D\bar{D}^*$ 重散射进行。考虑了中间 D, D^* 介子 s 道和 t 道的重散射以及单 OZI 压低的跃迁振幅，计算得到 $B_{\phi\eta'} = 3.78 \times 10^{-4}$ ^[207]。在计算中他们利用实验测量的 $\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi, \phi\eta$ 的分支比和 $\rho\pi$ 的分支比上限值固定了模型中部分参数。计算表明在 $\psi(3770) \rightarrow VP$ 过程 t 道贡献占主导， s 道由于 $\psi(2S) \rightarrow VP$ 的分支比很小被大大压低。并且由于中间 D, D^* 介子的重散射贡献和单 OZI 压低的贡献在 $\phi\eta'$ 过程会干涉增强，导致预期的 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 分支比较大。

本文利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s}$ 从 3.508 GeV 到 4.951 GeV 的范围内采集的数据样本，精确测量 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面以验证 NJL 模型对该过程截面大小和截面随质心系能量变化趋势的预言。此外，对测量的 Dressed 截面进行拟合，我们还寻找了 $\psi(3770)$ 非粲衰变 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 。实验上对 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 过程的寻找，能够帮助我们理解实验上单举测量和遍举测量得到的 $\psi(3770)$ 非粲衰变分支比的不一致。 $\psi(3770)$ 非粲衰变分支比的大小对于揭示 $\psi(3770)$ 的结构也至关重要，可以检验 S 波和 D 波粲偶素态混合机制是否适用于解释“ $\rho\pi$ 疑难”，以及验证 Y.J. Zhang 等人在有效场论框架下对该过程分支比的预言。由于之前对 $\psi(3770)$ 扫描的数据样本积分亮度较低，我们未使用 BESIII 已发表文章^[199]中使用的 $\psi(3770)$ 扫描的数据样本。

4.2 数据样本和蒙特卡洛模拟

4.2.1 数据样本

本文使用的数据样本的质心能量是通过 $\mu\mu$ 过程或 $\Lambda_c^+ \bar{\Lambda}_c^-$ 对产生过程测量，其不确定度小于 1.0 MeV^[208–210]。积分亮度通过 Bhabha 过程测量，除了在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 采集的数据（不确定度均为 0.47%^[157]），其它数据样本的积分亮度不确定度均为 1.0%^[209–211]。分析中使用到的 BOSS 软件版本包括 6.6.4p01、7.0.3、7.0.5、7.0.6、7.0.7 和 7.0.9。表4-1展示了使用的数据详细信息以及不同数据对应的 BOSS 版本，其中质心能量和亮度包含统计和系统误差的是 BESIII 合作组已经精确测量过的，其余为在线数值。

4.2.2 蒙特卡洛样本

MC 模拟在高能物理中使用非常广泛，基于 GEANT4^[106] 的模拟软件 BOOST^[105] 包含了 BESIII 探测器的几何描述。基于此，MC 模拟可以用来模拟真实物理事例在探测器内的行为、估计本底、帮助我们了解探测器的性能等。本文的事例选

表 4-1 分析中所用数据样本的 Run 号、质心能量 ($\sqrt{s}$)、积分亮度 ($\mathcal{L}_{int}$) 和 BOSS 版本。
 Table 4-1 The run number, center-of-mass energy ($\sqrt{s}$), integrated luminosity ($\mathcal{L}_{int}$) and BOSS version of the data samples used in this analysis.

数据样本	Run 号	$\sqrt{s}$ (MeV)	$\mathcal{L}_{int}$ (pb ⁻¹)	BOSS 版本
3508	51657-51893	~ 3508.00	~ 181.80	7.0.3
3510	51894-52090	~ 3510.60	~ 184.60	7.0.3
3581	55375-55461	~ 3581.54	~ 85.70	7.0.3
3650	9613-9779,69612-70132	~ 3650.00	453.88 ± 0.77	6.6.4p01,7.0.9
3670	55462-55541	~ 3670.16	~ 84.70	7.0.3
3773	11414-13988,14395-14604,20448-2354	3773.00 ± 1.0	2931.80 ± 0.20 ± 13.80	6.6.4p01
3810	33490-33556	3807.65 ± 0.10 ± 0.58	50.54 ± 0.03 ± 0.49	7.0.3
3867	52108-52206	~ 3867.41	~ 108.90	7.0.3
3871	52207-52297	~ 3871.31	~ 110.30	7.0.3
3900	33572-33657	3896.24 ± 0.11 ± 0.72	52.61 ± 0.03 ± 0.51	7.0.3
4009	23463-24141	4007.62 ± 0.05 ± 0.66	482.00 ± 0.1 ± 4.7	7.0.3
4090	33659-33719	4085.45 ± 0.14 ± 0.66	52.86 ± 0.03 ± 0.35	7.0.3
4130	59163-59573	4128.78 ± 0.05 ± 0.36	~ 401.50	7.0.5
4160	59574-59896	4157.83 ± 0.55 ± 0.34	~ 408.70	7.0.5
4180	43716-47066	4178.00 ± 0.8	3189.00 ± 0.20 ± 31.90	7.0.3
4190	30372-30437,47543-48170	4188.59 ± 0.15 ± 0.68	570.03 ± 0.1 ± 2.2	7.0.3
4200	48172-48713	4199.15 ± 0.05 ± 0.34	526.00 ± 0.1 ± 2.5	7.0.3
4210	31983-32045,48714-49239	4209.39 ± 0.06 ± 0.34	572.05 ± 0.1 ± 1.8	7.0.3
4220	32046-32140,49270-49787	4218.93 ± 0.06 ± 0.32	569.20 ± 0.1 ± 1.8	7.0.3
4230	30438-30491,32239-33484	4226.26 ± 0.04 ± 0.65	1100.94 ± 0.10 ± 7.00	7.0.3
4237	49788-50254	4235.77 ± 0.04 ± 0.30	530.30 ± 0.10 ± 2.40	7.0.3
4246	50255-50793	4243.97 ± 0.04 ± 0.30	538.10 ± 0.10 ± 2.60	7.0.3
4260	29677-30367,31561-31981	4257.97 ± 0.04 ± 0.66	828.40 ± 0.12 ± 5.50	7.0.3
4270	50796-51302	4266.81 ± 0.04 ± 0.32	531.10 ± 0.10 ± 2.80	7.0.3
4280	51303-51498	4277.78 ± 0.11 ± 0.52	175.50 ± 0.10 ± 0.90	7.0.3
4290	59902-60363	4288.43 ± 0.06 ± 0.34	~ 502.40	7.0.5
4310	30492-30557	4307.89 ± 0.17 ± 0.63	45.08 ± 0.03 ± 0.30	7.0.3
4315	60364-60805	4312.68 ± 0.06 ± 0.35	~ 501.20	7.0.5
4340	60808-61242	4337.93 ± 0.06 ± 0.35	~ 505.00	7.0.5
4360	30616-31279	4358.26 ± 0.05 ± 0.62	543.94 ± 0.10 ± 3.60	7.0.3
4380	61249-61762	4377.88 ± 0.06 ± 0.35	~ 522.70	7.0.5
4400	61763-62285	4396.83 ± 0.06 ± 0.36	~ 507.80	7.0.5
4420	36773-38140,31327-31390	4415.84 ± 0.04 ± 0.62	1090.70 ± 0.10 ± 6.90	7.0.3
4440	62286-62823	4437.10 ± 0.06 ± 0.35	~ 569.90	7.0.5
4470	36245-36393	4467.06 ± 0.11 ± 0.73	111.09 ± 0.04 ± 0.73	7.0.3
4530	36398-36588	4527.14 ± 0.11 ± 0.72	112.12 ± 0.04 ± 0.74	7.0.3
4600	35227-36213	4599.53 ± 0.07 ± 0.74	586.89 ± 0.11 ± 3.90	7.0.3
4610	64314-64360	4611.86 ± 0.12 ± 0.32	103.83 ± 0.05 ± 0.55	7.0.6
4620	63075-63515	4628.00 ± 0.06 ± 0.32	521.52 ± 0.11 ± 2.76	7.0.6
4640	63516-63715	4640.91 ± 0.06 ± 0.38	552.41 ± 0.12 ± 2.93	7.0.6
4660	63718-63852	4661.24 ± 0.06 ± 0.29	529.63 ± 0.12 ± 2.81	7.0.6
4680	63867-64015,64365-65092	4681.92 ± 0.08 ± 0.29	1669.31 ± 0.21 ± 8.85	7.0.6
4700	64028-64313	4698.82 ± 0.10 ± 0.39	536.45 ± 0.12 ± 2.84	7.0.6
4740	65208-65307	4739.70 ± 0.20 ± 0.30	164.27 ± 0.07 ± 0.87	7.0.7
4750	65322-65494	4750.05 ± 0.12 ± 0.29	367.21 ± 0.10 ± 1.95	7.0.7
4780	65495-65645	4780.54 ± 0.12 ± 0.33	512.78 ± 0.12 ± 2.72	7.0.7
4840	65647-65864	4843.07 ± 0.20 ± 0.31	527.29 ± 0.12 ± 2.79	7.0.7
4914	65867-65935	4918.02 ± 0.34 ± 0.35	208.11 ± 0.08 ± 1.10	7.0.7
4946	65938-66224	4950.93 ± 0.36 ± 0.44	160.37 ± 0.07 ± 0.85	7.0.7

择条件的优化和信号选择效率的确定都基于 MC 模拟。

4.2.2.1 信号 MC 样本

为了优化信号选择条件、估计信号效率、探测器分辨等，我们分别产生了 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\phi \rightarrow K^+K^-$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 和 $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ 过程的信号 MC 样本，每个过程产生 10^5 信号 MC 事例。 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 信号 MC 样本使用 EVTGEN 框架中的 HELAMP (1 0 0 0 -1 0) 模型产生^[127]，该模型允许通过指定末态粒子的螺旋度振幅来模拟任何两体衰变。随后的衰变 $\phi \rightarrow K^+K^-$ 使用矢量-标量-标量 (VSS) 模型产生，其中矢量粒子衰变为两个标量粒子。 K 的角分布在 ϕ 的螺旋度坐标系中与 $\sin^2\theta_K$ 成正比^[127]，其中 θ_K 是 K 在 ϕ 的螺旋度坐标系中的螺旋度角。 $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 衰变使用 DIY 产生子产生 (Etap2gpi)，同时考虑了 $\rho - \omega$ 干涉和 box 反常效应^[212]。 $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ 和 $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 衰变均使用 PHSP 产生。ISR 使用 KKMC 进行模拟^[102]。与轻子相关的 FSR 则由 PHOTOS 模拟^[158]。

4.2.2.2 本底 MC 样本

使用 BESIII 合作组在 $\sqrt{s}=3.650, 3.773, 4.178, 4.416$ 和 4.843 GeV 处产生的单举 MC 样本估计可能的本底。连续过程由 KKMC 模拟，而 QED 过程例如 Bhabha、 $\mu^+\mu^-$ 、 $\tau^+\tau^-$ 和 $\gamma\gamma$ 事例由 KKMC、BABAYAGA 和 TAUOLA 共同模拟^[102,103,126]。所有粒子的衰变均使用 EVTGEN 模拟，已知衰变的分支比由 PDG 给出^[34]，未知的衰变过程，例如 J/ψ 和 $\psi(2S)$ 的未知衰变则使用 LUNDCHARM 产生^[159,160]。其它强子事例使用 PYTHIA 产生^[161]。

4.3 事例选择

两个衰变道的事例选择标准如下，其中衰变道 I 代表 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\phi \rightarrow K^+K^-$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 过程；衰变道 II 代表过程 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\phi \rightarrow K^+K^-$, $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$, $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 过程。

1. 好的带电径迹需要在 MDC 的接受范围内，即 $|\cos\theta| < 0.93$ 。每条带电径迹顶点需要来自于对撞点，满足 $V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} < 1$ cm, $|V_z| < 10$ cm。这里 V_x 、 V_y 和 V_z 分别是径迹与对撞点最近点的 x 、 y 和 z 坐标。对于 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程，需要 4 条好的带电径迹。

2. 光子通过 EMC 簇射信息重建。在 EMC 桶部的光子，极角 $|\cos\theta| < 0.8$ ，要求能量大于 25 MeV；在 EMC 端盖部分的光子，极角 $0.86 < |\cos\theta| < 0.92$ 时，要求能量大于 50 MeV。簇射的时间信息 ($0 \leq t \leq 14$ ，单位为 50 ns) 用于进一步与事例无关的电子学噪声和能量沉积。要求光子与最近的带电径迹之间的夹角大于 10 度，以去除带电径迹与 EMC 物质相互作用产生的假光子。对于衰变道 I，好的光子数量需满足 $0 < n\text{Gamma} \leq 10$ ；对于衰变道 II，需满足 $1 < n\text{Gamma} \leq 10$ 。图4-2展示了衰变道 I 的信号 MC (左图) 和本底单举 MC 样本 (右图) 中好光子数量的分布，可以看出要求 $n\text{Gamma} \leq 10$ 不会引入系统不确定性。图4-3展

示了衰变道 II 中相同的分布，可以看出要求 $n\text{Gamma} \leq 20$ 也不会引入系统不确定性。

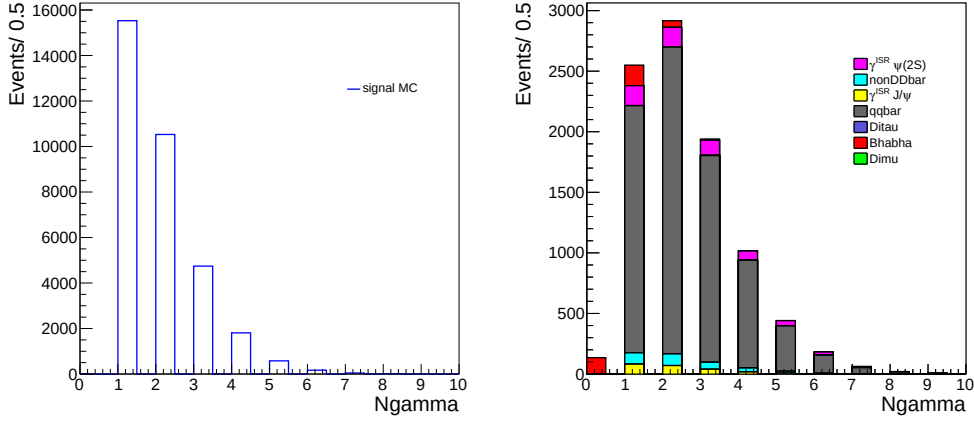


图 4-2 衰变道 I 中信号 MC (左图) 和本底单举 MC 样本 (右图) 中好光子数分布。
Figure 4-2 The distribution of the number of good photons in signal MC (left) and inclusive MC (right) for decay mode I.

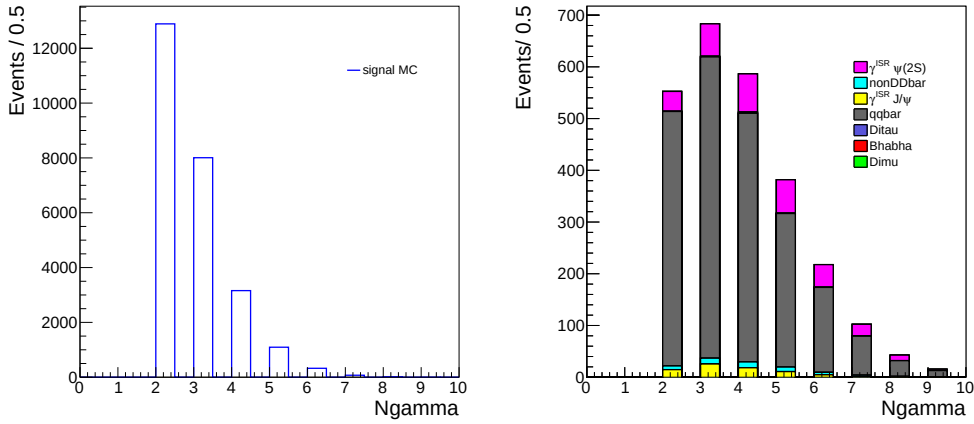


图 4-3 衰变道 II 中信号 MC (左图) 和本底单举 MC 样本 (右图) 中好光子数分布。
Figure 4-3 The distribution of the number of good photons in signal MC (left) and inclusive MC (right) for decay mode II.

3. 为了选择 ϕ 候选者，对于衰变道 I 和 II，我们假设四条带电径迹都是 K ，并任意组合两个带相反电荷的径迹，计算相应组合的不变质量。如果不变质量满足 $|M(K^+K^-) - M(\phi)| < 0.04 \text{ GeV}$ (其中 $M(K^+K^-)$ 是 K^+K^- 组合的不变质量， $M(\phi)$ 是 PDG 中 ϕ 的质量^[34])，则认为这两条径迹是 K ， ϕ 候选者的数量增加 1，剩下的两条带电径迹则被认为是 π 。我们只选择了 ϕ 候选者数量等于 1 的事例。我们测试了信号 MC，发现 ϕ 候选者数量大于 1 的事例占比约为 1%。因此，为了使得选择过程更简单高效，我们要求每个事例中 ϕ 候选者数量严格等于 1，这对我们的选择几乎没有影响。在数据中， ϕ 候选者的数量会更加复杂。然而，数据中 ϕ 候选者数量大于 1 的事例基本上是由于粒子误鉴别引入的本底，无法通

过我们的最终选择。因此，我们要求 ϕ 候选者的数量等于 1，这不仅确保了我們能够选择 99% 的信号事例，还能去除大量本底。

4. 对选定的带电径迹进行顶点拟合，以确保它们来自同一个顶点。这里只要求顶点拟合成功，不对拟合返回的 χ^2 设置额外要求。

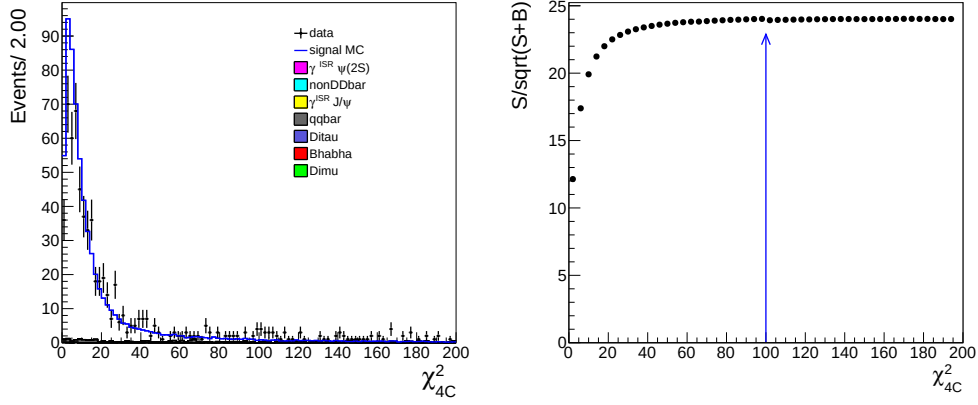


图 4-4 衰变道 I 中数据、信号 MC 和本底单举 MC 中 χ^2_{4C} 的分布 (左图) 和 FOM 优化的结果 (右图)。带误差棒黑点代表数据，蓝线代表信号 MC，其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。

Figure 4-4 The χ^2_{4C} distribution from data, signal MC, inclusive MC (left) and its optimization presented with FOM (right) for decay mode I. Black dots with error bars represent data, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

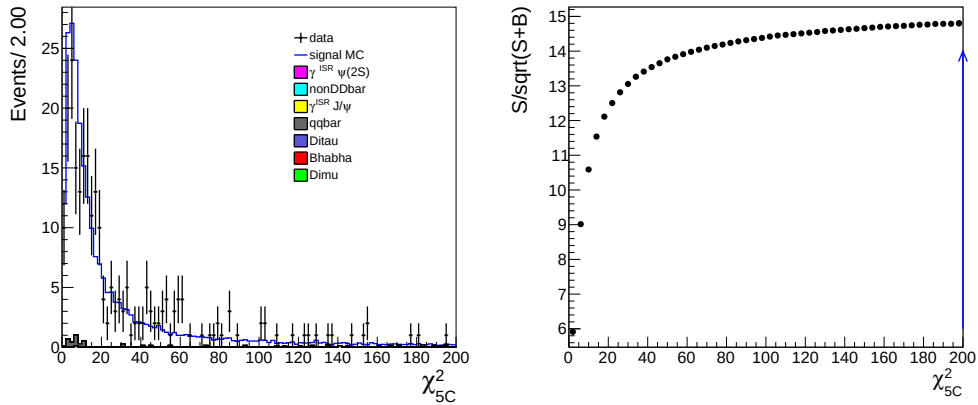


图 4-5 衰变道 II 中数据、信号 MC 和本底单举 MC 中 χ^2_{5C} 的分布 (左图) 和 FOM 优化的结果 (右图)。带误差棒黑点代表数据，蓝线代表信号 MC，其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。

Figure 4-5 The χ^2_{5C} distribution from data, signal MC, inclusive MC (left) and its optimization presented with FOM (right) for decay mode II. Black dots with error bars represent data, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC.

5. 对于衰变道 I，为了提升分辨并压低本底，对每个事例中的四条带电径迹

$K^+K^-\pi^+\pi^-$ 和一个光子进行 4C 运动学拟合。对于衰变道 II，在 4C 运动学拟合基础上，额外将 η 候选者的不变质量约束到 PDG 中 η 的质量，进行 5C 运动学拟合。对于具有多于一个（或两个）光子候选者的事例，选择 $\chi_{4C(5C)}^2$ 最小的组合对应的光子。为了提高信噪比，使用 $FOM = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$ 分别对 $\chi_{4C(5C)}^2$ 的选择标准进行优化，其中 S 是预期的信号 MC 信号区间事例数， B 是本底单举 MC 估计的信号区间本底数。这里我们假设 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的观测截面为 4.0 pb [213]。 χ_{4C}^2 的分布及优化结果如图 4-4 所示，对于衰变道 I 要求 $\chi_{4C}^2 < 100$ 。 χ_{5C}^2 的分布及优化结果如图 4-5 所示，对于衰变道 II 要求 $\chi_{5C}^2 < 200$ 。

6. 图 4-6 分别展示了衰变道 I（左图）和衰变道 II（右图）在运动学拟合后 ϕ 候选者的不变质量分布。在两个衰变道中均观测到了清晰的 ϕ 信号。 ϕ 候选者需要位于 ϕ 信号区间内，信号区间定义为 $|M(K^+K^-) - M(\phi)| < 0.015 \text{ GeV}$ [214]。

7. 在完成 ϕ 选择之后，图 4-7 分别展示了衰变道 I（左图）和衰变道 II（右图）中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 和 $\eta\pi^+\pi^-$ 的不变质量分布。在两个衰变道中均看到了清晰的 η' 信号。 η' 候选者需要位于 η' 信号区间内，信号区间定义为 $|M(\gamma(\eta)\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015 \text{ GeV}$ [215]， $M(\gamma(\eta)\pi^+\pi^-)$ 是 $\gamma(\eta)\pi^+\pi^-$ 组合的不变质量， $M(\eta')$ 是 PDG 中 η' 的质量 [34]。

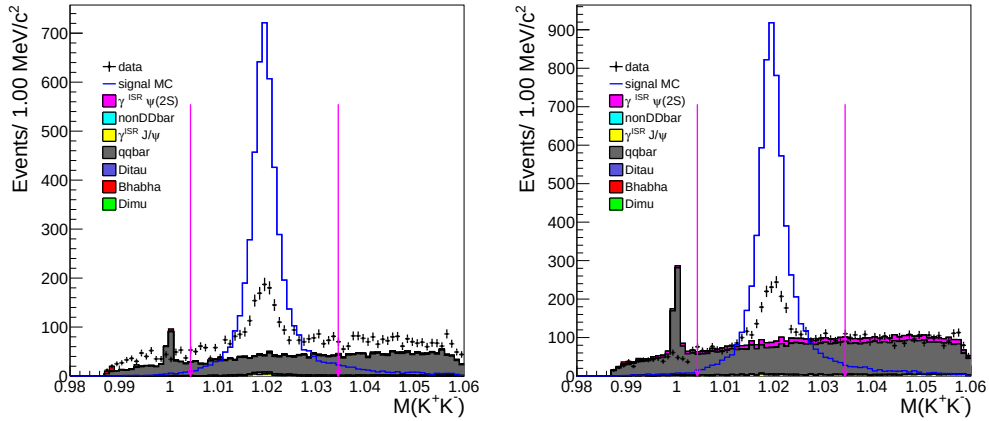


图 4-6 衰变道 I 中数据、信号 MC 和本底单举 MC 的 $M(K^+K^-)$ 分布（左图），衰变道 II 中相同的分布（右图）。带误差棒黑点代表数据，蓝线代表信号 MC，其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。

Figure 4-6 The invariant mass distribution of $M(K^+K^-)$ for decay mode I (left) and decay mode II (right) in data, signal MC, and inclusive MC. Black dots with error bars represent data sample, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC samples.

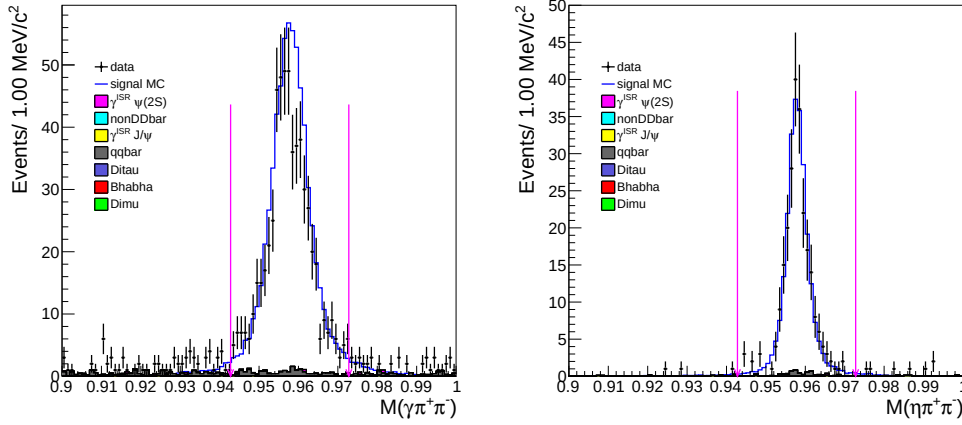


图 4-7 衰变道 I 中数据、信号 MC 和本底单举 MC 的 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 分布 (左图), 衰变道 II 中 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 的分布 (右图)。带误差棒黑点代表数据, 蓝线代表信号 MC, 其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。

Figure 4-7 The invariant mass distribution of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ for decay mode I (left) and $M(\eta\pi^+\pi^-)$ for decay mode II (right) in data, signal MC, and inclusive MC. Black dots with error bars represent data sample, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC samples.

4.4 本底分析

4.4.1 本底单举 MC 拓扑结构分析

我们使用在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 下产生的不同过程的本底单举 MC 样本来研究可能的本底, 我们对这些本底单举 MC 样本加了相同的选择条件。经过所有选择后, 主要残留的本底道来自 $q\bar{q}$ 样本, 衰变道 I 和 II 中剩余的本底道分别列于表 4-2、4-3 和表 4-4、4-5。对于衰变道 I, 主要本底道为 $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'$ 、 $K^+K^-\eta'\gamma^{ISR}$ 、 $\pi^+\pi^-K^+K^-$ 和 $K^+K^-\eta'\gamma^{ISR}\gamma^{ISR}$, 本底水平较低 (2010 年和 2011 年的 $q\bar{q}$ 样本积分亮度分别为相应数据的 7.8 倍和 7.3 倍。表 4-2、4-3 中所示的本底事例数未归一化, 归一化后的总本底事例数约为 17)。剩余的本底在 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 谱中未形成明显峰状本底, 如图 4-7 左图所示。对于衰变道 II, 主要本底道为 $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'$ 和 $K^+K^-\eta'\gamma^{ISR}$, 本底水平更低 (归一化后的总本底事例数约为 5)。剩余的本底在 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 谱中也未形成明显峰状本底, 如图 4-7 右图所示。

在图 4-6 中, 两个衰变道中 $q\bar{q}$ MC 样本在 1 GeV 处都出现了一个峰。为了了解这些本底的来源, 我们检查了当 $M(K^+K^-)$ 为 1 GeV 时 $q\bar{q}$ 样本的本底情况。结果分别列于表 4-6 和表 4-7 中, 对应衰变道 I 和 II。本底主要来自 $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-f'_0$ 、 $f'_0 \rightarrow K^+K^-$ (衰变道 I) 和 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta f'_0$ 、 $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $f'_0 \rightarrow K^+K^-$ (衰变道 II) (表 4-6 和表 4-7 中的事例数未归一化)。如果我们要求 η' 候选者在 η' 信号区间内则可以去除这些本底。

我们还使用了在 $\sqrt{s}=3.650$ 、4.178、4.416 和 4.843 GeV 产生的不同过程的本底单举 MC 样本来检查可能得本底, 我们对这些本底单举 MC 样本加了相同的选择条件。加完所有选择条件后, 主要残留的本底在 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 谱中的分布如

表 4-2 衰变道 I 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2010 年) 主要残留本底道。

 Table 4-2 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample (2010) after event selection for decay mode I.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta', \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	10	10
2	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma$	3	13
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-$	3	16
4	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma$	2	18
5	$e^+e^- \rightarrow f_2(1270)K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^F$	2	20
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^-K_2^{*0}K^+\gamma^I, K_2^{*0} \rightarrow \pi^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	1	21
7	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-a_1^0\gamma^I, a_1^0 \rightarrow \pi^-\rho^+$	$\pi^0\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	1	22
8	$e^+e^- \rightarrow K^+f_0'K_0^{*-}, f_0' \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma\gamma$	1	23
9	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-a_1^0\gamma^I\gamma^I\gamma^I, a_1^0 \rightarrow \pi^-\rho^+$	$\pi^0\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma^I$	1	24
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	1	25
剩余	其它 (总计 21)	其它	21	46

 表 4-3 衰变道 I 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2011 年) 主要残留本底道。

 Table 4-3 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample (2011) after event selection for decay mode I.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	18	18
2	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma,$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma$	15	33
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	5	38
4	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma,$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma$	5	43
5	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-f_0(1710)\gamma^I$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^F$	3	46
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I$	3	49
7	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^F\gamma$	2	51
8	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-$	2	53
9	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I\gamma^I, \eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma^F\gamma$	1	54
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^0f_2(1270)K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	1	55
剩余	其它 (总计 24)	其它	24	79

 表 4-4 衰变道 II 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2010 年) 主要残留本底道。

 Table 4-4 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample (2010) after event selection for decay mode II.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I, \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma$	6	6
2	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta', \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma\gamma$	3	9
3	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I\gamma^I, \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	1	10

表 4-5 衰变道 II 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本 (2011 年) 主要残留本底道。Table 4-5 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample (2011) after event selection for decay mode II.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta', \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma\gamma$	12	12
2	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I, \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma\gamma$	9	21
3	$e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'\gamma^I\gamma^I, \eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\eta$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	2	23
4	$e^+e^- \rightarrow \eta K^+K_0^{*-}, \eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma^F, K_0^{*-} \rightarrow \pi^0 K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^F\gamma\gamma$	1	24

表 4-6 衰变道 I 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本在 $M(K^+K^-)$ 等于 1 GeV 处残留的本底道。Table 4-6 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample at 1 GeV in $M(K^+K^-)$ distribution for decay mode I.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-f_0', f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma\gamma$	156	156
2	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-f_0'\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma\gamma$	127	283
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-f_0'\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	110	393
4	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-f_0'\gamma^I\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I$	68	461
5	$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-f_0'\gamma^I\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	40	501
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-f_0', f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-$	24	525
7	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I$	22	547
8	$e^+e^- \rightarrow \pi^0 K^+ \bar{K}_1'^-\gamma^I, \bar{K}_1'^- \rightarrow \pi^-\bar{K}^*$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma$	21	568
9	$e^+e^- \rightarrow \pi^0 K^- \bar{K}_1'^+\gamma^I, \bar{K}_1'^+ \rightarrow \pi^+K^*$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma\gamma$	17	585
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-f_0'\gamma^I\gamma^I\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma^I$	16	601
剩余	其它 (总计 223)	其它	396	997

表 4-7 衰变道 II 经过事例选择后, $q\bar{q}$ 样本在 $M(K^+K^-)$ 等于 1 GeV 处残留的本底道。Table 4-7 The main survived channels from $q\bar{q}$ sample at 1 GeV in $M(K^+K^-)$ distribution for decay mode II.

编号	衰变链	末态	事例数	总事例数
1	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta f_0', f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	393	393
2	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\eta f_0'\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma\gamma$	271	664
3	$e^+e^- \rightarrow \pi^+a_0^- f_0', a_0^- \rightarrow \pi^-\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	199	863
4	$e^+e^- \rightarrow \pi^-a_0^+ f_0', a_0^+ \rightarrow \pi^+\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	196	1059
5	$e^+e^- \rightarrow \pi^+a_0^- f_0'\gamma^I, a_0^- \rightarrow \pi^-\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma\gamma$	152	1211
6	$e^+e^- \rightarrow \pi^-a_0^+ f_0'\gamma^I\gamma^I, a_0^+ \rightarrow \pi^+\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	145	1356
7	$e^+e^- \rightarrow \pi^+\eta f_0'\gamma^I\gamma^I, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	81	1437
8	$e^+e^- \rightarrow \pi^-a_0^+ f_0'\gamma^I\gamma^I, a_0^+ \rightarrow \pi^+\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	58	1495
9	$e^+e^- \rightarrow \pi^-a_2^+ f_0'\gamma^I\gamma^I, a_2^+ \rightarrow \pi^+\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma^I\gamma^I\gamma\gamma$	42	1537
10	$e^+e^- \rightarrow \pi^+a_2^- f_0', a_2^- \rightarrow \pi^-\eta, f_0' \rightarrow K^+K^-$	$\pi^+\pi^-K^+K^-\gamma$	41	1578
剩余	其它 (总计 659)	其它	4137	2925

图4-8所示，可以看出本底水平非常低，没有 η' 的峰状本底。

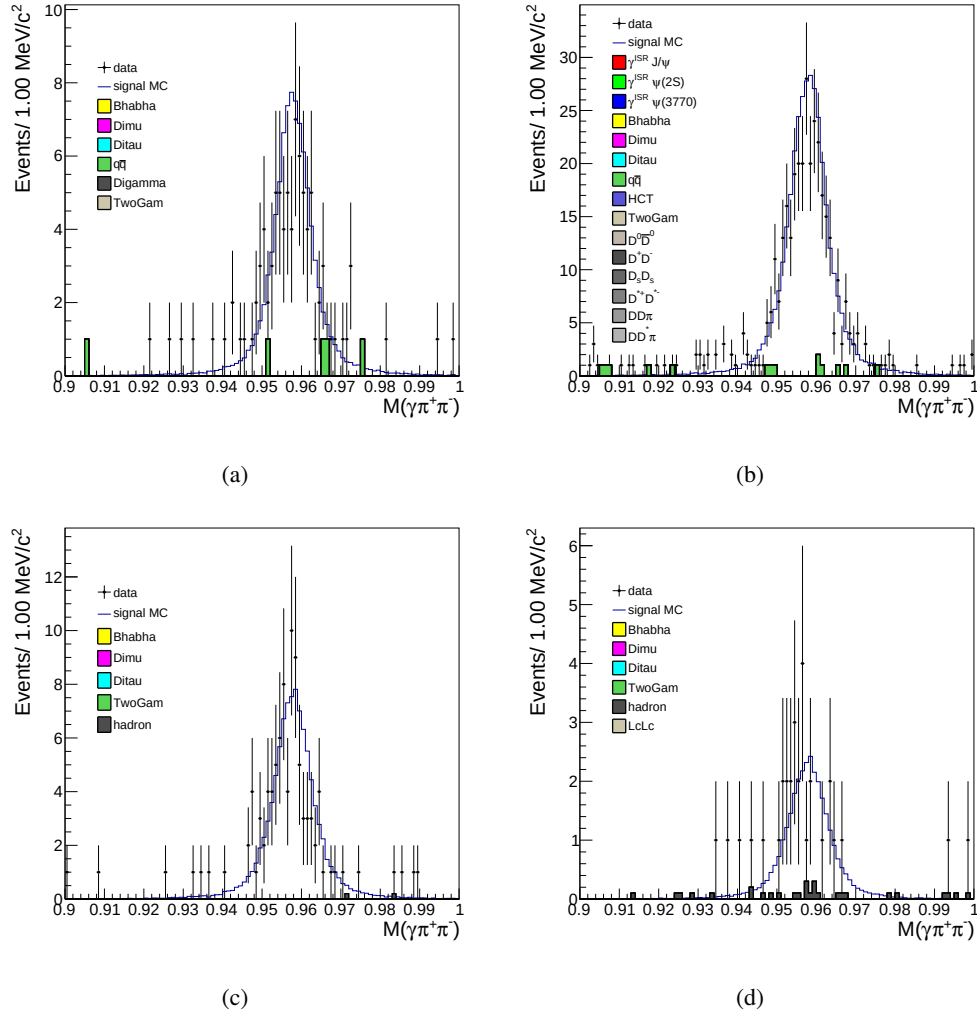


图 4-8 数据、信号 MC 和本底单举 MC 中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 在不同质心系能量下的分布。3.650 (a)、4.178 (b)、4.416 (c) 和 4.843 (d) GeV。带误差棒的黑点代表数据，蓝线代表信号 MC，其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。

Figure 4-8 The invariant mass distribution of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ in data, signal MC and inclusive MC samples at different $\sqrt{s}$, 3.650 (a), 4.178 (b), 4.416 (c) and 4.843 (d) GeV. Black dots with error bars represent data sample, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC samples.

4.4.2 ϕ 边带检查

使用 ϕ 边带区域来估计可能的非 ϕ 峰状本底，如图4-9 (b, d) 所示。 ϕ 边带区域定义为 $M(K^+K^-) \in [0.99, 1.00] \cup [1.05, 1.06]$ GeV。对于衰变道 I，可以看到在 η' 信号区间内存在一些 η' 信号，但这些实际上仍然是我们的信号。因为 ϕ 边带区域无法与 ϕ 的信号区间离得足够远（在事例选择中，我们假设所有带电径迹都是 K ，并使用 ϕ 的宽松信号区间， $(M(K^+K^-) \pm 0.04)$ GeV 来选择 ϕ 候选者。如果 ϕ 的宽松信号区间过宽，会引入更多本底。）从图4-9 (b) 中也可以看出，

我们的信号 MC (在 ϕ 边带区域内) 与数据吻合得很好, 这也证实了这些事例仍然是我们的信号事例。对于衰变道 II, 在 η' 信号区间内只有两个事例, 如图 4-9 (d) 所示。因此, 对于这两个衰变道, 数据中都没有明显的 η' 峰状本底。

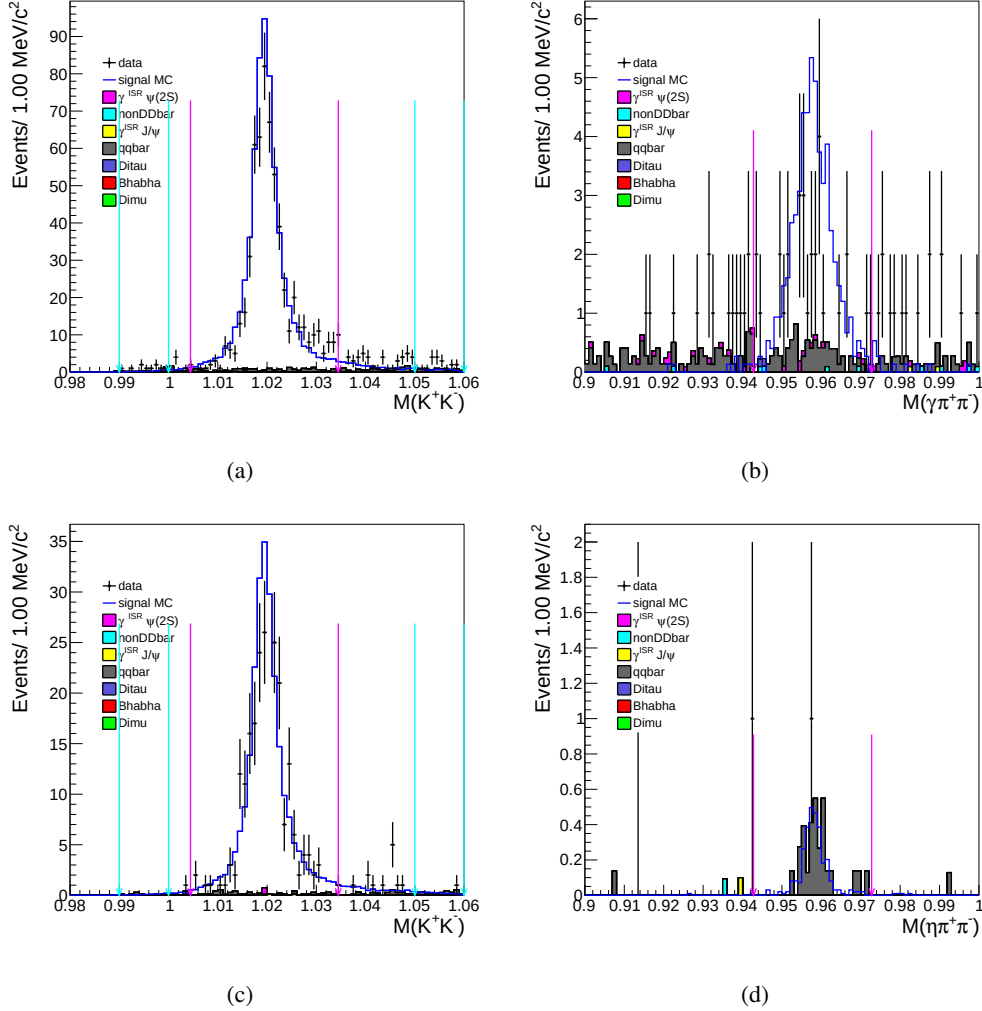


图 4-9 衰变道 I 中 K^+K^- 的不变质量分布, 要求 $|M(\gamma\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015 \text{ GeV}$ (a), 以及 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 分布, 要求在 $M(K^+K^-)$ 边带 (b)。衰变道 II 中 $M(K^+K^-)$ 的不变质量分布, 要求 $|M(\eta\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015 \text{ GeV}$ (c), 以及 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 分布, 要求在 $M(K^+K^-)$ 边带 (d)。带误差棒的黑点代表数据, 蓝线代表信号 MC, 其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC。粉色箭头表示信号区间, 青色箭头表示边带。

Figure 4-9 The invariant mass distribution of K^+K^- (a) after require $|M(\gamma\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015 \text{ GeV}$ and $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ (b) from $M(K^+K^-)$ sideband region for decay mode I. The invariant mass distribution of $M(K^+K^-)$ (c) after require $|M(\eta\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015 \text{ GeV}$ and $M(\eta\pi^+\pi^-)$ (d) from $M(K^+K^-)$ sideband region for decay mode II. Black dots with error bars represent data, blue line represent signal MC and other colour shaded histograms represent inclusive MC. The pink arrow marks denote the signal region and the cyan arrows denote the sideband region.

4.4.3 η' 边带检查

对于两个衰变道，我们还检查了 η' 边带区域内的事例，在 η' 边带区域内未发现明显的 ϕ 信号，如图4-10所示。 η' 边带区域定义为 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 或 $M(\eta\pi^+\pi^-) \in [0.91, 0.92] \cup [0.99, 1.00]$ GeV。因此，对于这两个衰变道，也没有明显的 ϕ 的峰状本底。

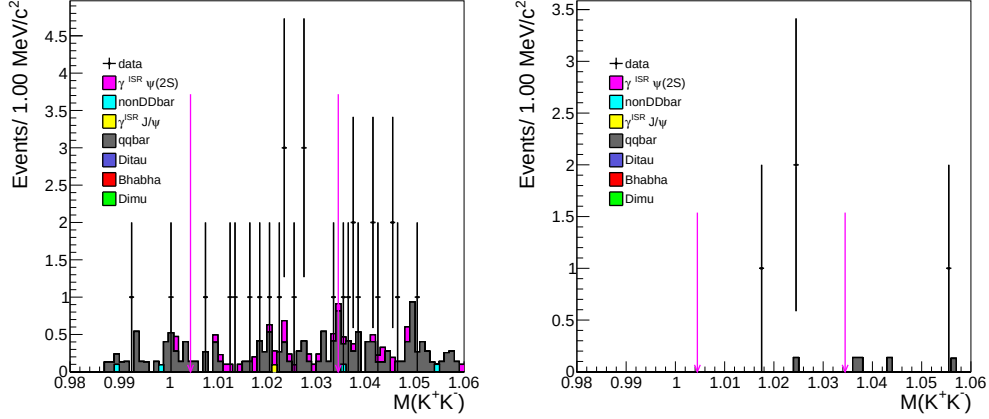


图 4-10 衰变道 I (左图) 和 II (右图) 中 η' 边带区域内的事例在 $M(K^+K^-)$ 谱中的分布。带误差棒的黑点代表数据，其它颜色的阴影直方图代表本底单举 MC，粉色线条代表信号区间。

Figure 4-10 The distribution of events in the η' sideband region in the $M(K^+K^-)$ spectrum for decay mode I (left) and decay mode II (right). Black dots with error bars represent data, other colour shaded histograms represent inclusive MC. Signal region is located between pink lines.

4.4.4 数据和 MC 分布对比

为了证明我们产生的信号 MC 样本和数据一致，可以得到正确的效率，我们对 MC 样本和数据样本多个分布进行了详细比较。我们使用数据中的 η' 边带区域来估计信号区域内的本底事例。 η' 边带区域定义为 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 或 $M(\eta\pi^+\pi^-) \in [0.91, 0.92] \cup [0.99, 1.00]$ GeV。通过拟合 $\gamma\pi^+\pi^-$ 和 $\eta\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱，得到信号区间和边带区间事例数的比值，对于衰变道 I 和 II，比值分别是 1.50 和 1.41。图4-11展示了 3.773 GeV 数据样本的拟合结果，关于拟合的详细信息将在第4.6节中解释。

在比较 MC 样本和数据时，我们要求 ϕ 和 η' 的质量窗满足以下条件： $|M(K^+K^-) - M(\phi)| < 0.015$ GeV 和 $|M(\gamma(\eta)\pi^+\pi^-) - M(\eta')| < 0.015$ GeV。衰变道 I 和 II 的子粒子动量分布分别如图4-12和图4-13所示。图4-14和图4-15展示了衰变道 I 和 II 中 ϕ 、 K^+ 、 K^- 、 η' 、 π^+ 、 π^- 、 $\gamma(\eta)$ 的极角分布 ($\cos\theta$)。图4-16和图4-17展示了衰变道 I 和 II 中 ϕ 、 K^+ 、 K^- 、 η' 、 π^+ 、 π^- 、 $\gamma(\eta)$ 的方位角分布 (ϕ)。我们还检查了衰变道 I 中 K^+ 、 π^+ 、 γ 分别在 ϕ 、 ρ 和 η' 螺旋度坐标系中的 $\cos\theta$ 分布，如图4-18所示。对于衰变道 II，检查了 K^+ 、 η 、 γ 在分别 ϕ 、 η' 和 η 螺旋度坐标系中的 $\cos\theta$

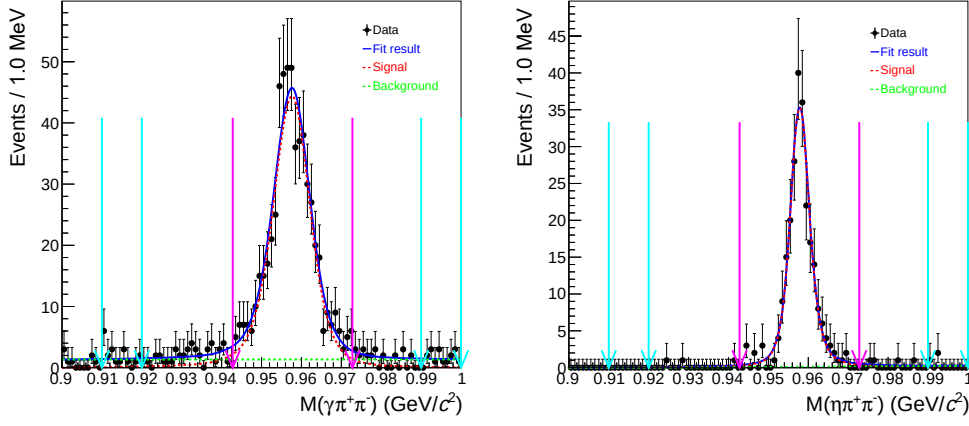


图 4-11 $\gamma\pi^+\pi^-$ (左图) 和 $\eta\pi^+\pi^-$ (右图) 的不变质量分布的拟合结果。带误差棒的黑点表示数据, 红色虚线表示信号 MC 的形状, 绿色虚线描述本底贡献, 蓝色实线表示总拟合结果。信号区域位于粉色线之间, 边带区域位于青色线之间。

Figure 4-11 Fitting result of the invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ (left) and $\eta\pi^+\pi^-$ (right). Black dots with error bars represent data, red dashed line represent signal MC shape, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting. Signal region is located between pink lines and sideband region is located between cyan lines.

分布如图4-19所示。 K^+ 在 ϕ 螺旋度坐标系中的 $\cos\theta$ 分布为 $\sin^2\theta_{K^+}$, 与我们的预期分布一致。衰变道 I 中 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量分布如图4-20所示, 可以观察到显著的 ρ^0 信号。基于此, 我们发现信号 MC 与数据符合得很好。

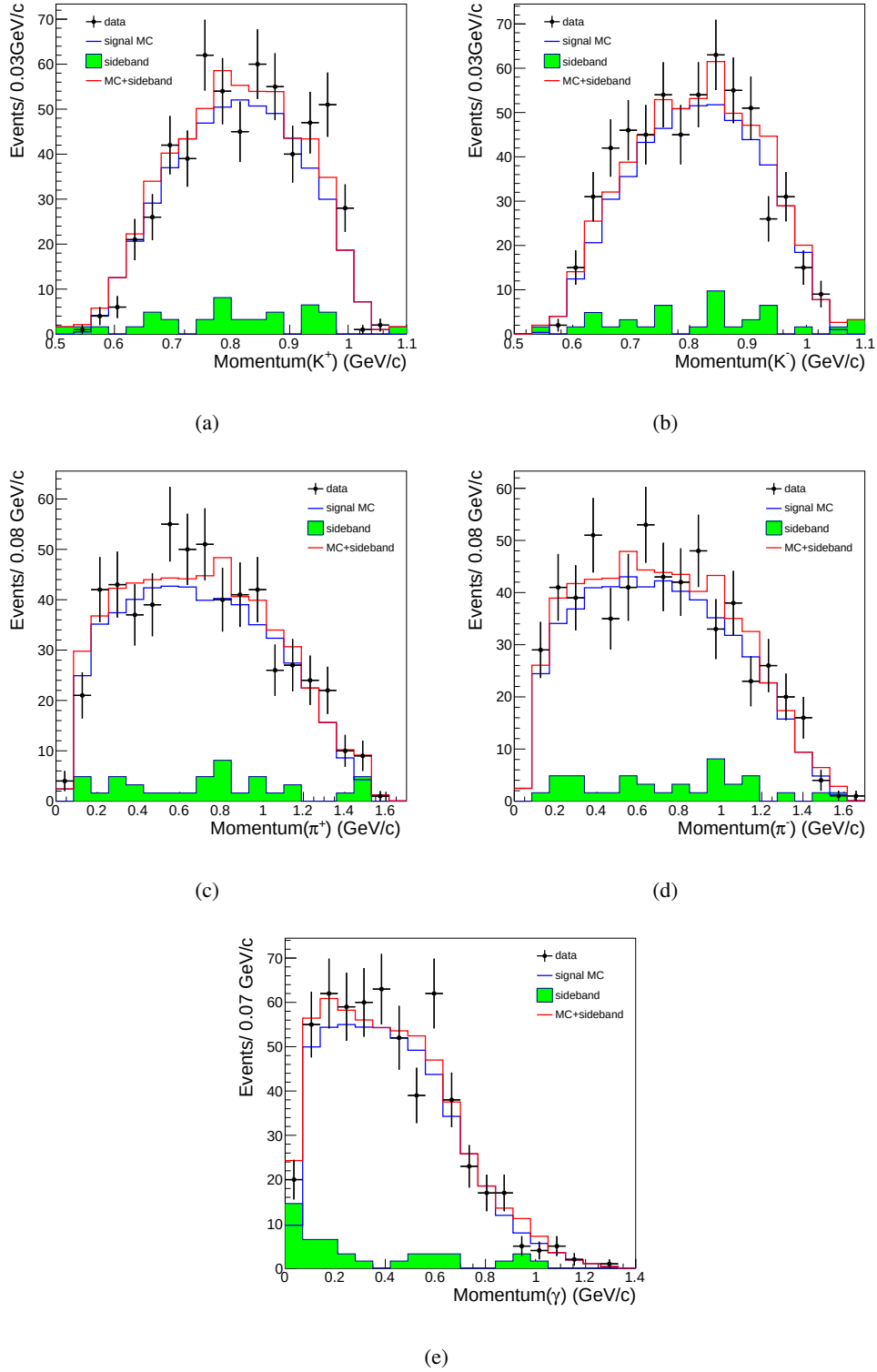


图 4-12 衰变道 I 中 K^+ (a)、 K^- (b)、 π^+ (c)、 π^- (d) 和 γ (e) 的动量分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-12 Momentum distributions of K^+ (a), K^- (b), π^+ (c), π^- (d), γ (e) for decay mode I. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

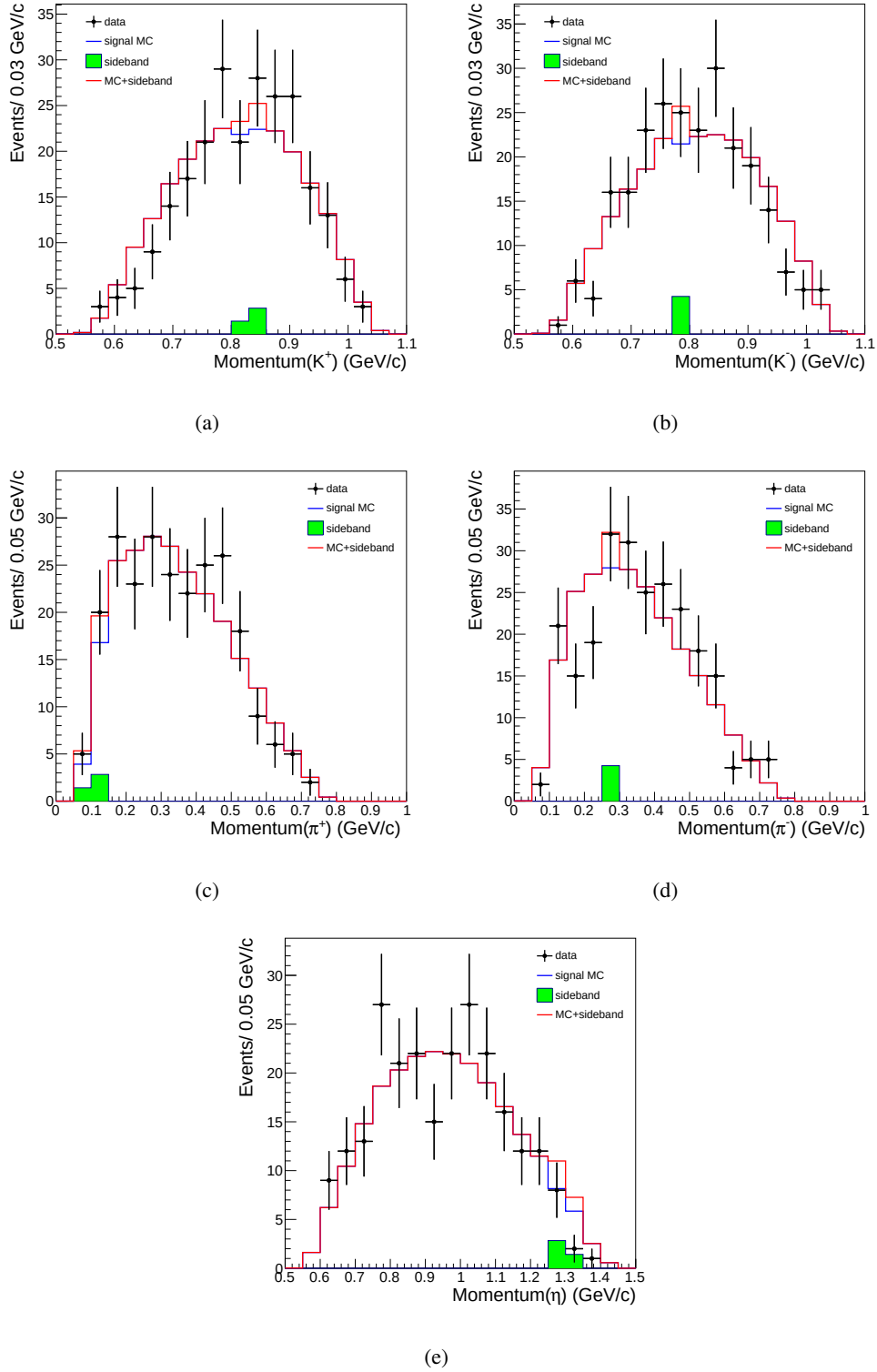


图 4-13 衰变道 II 中 K^+ (a)、 K^- (b)、 π^+ (c)、 π^- (d) 和 η (e) 的动量分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-13 Momentum distributions of K^+ (a), K^- (b), π^+ (c), π^- (d), η (e) for decay mode II. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

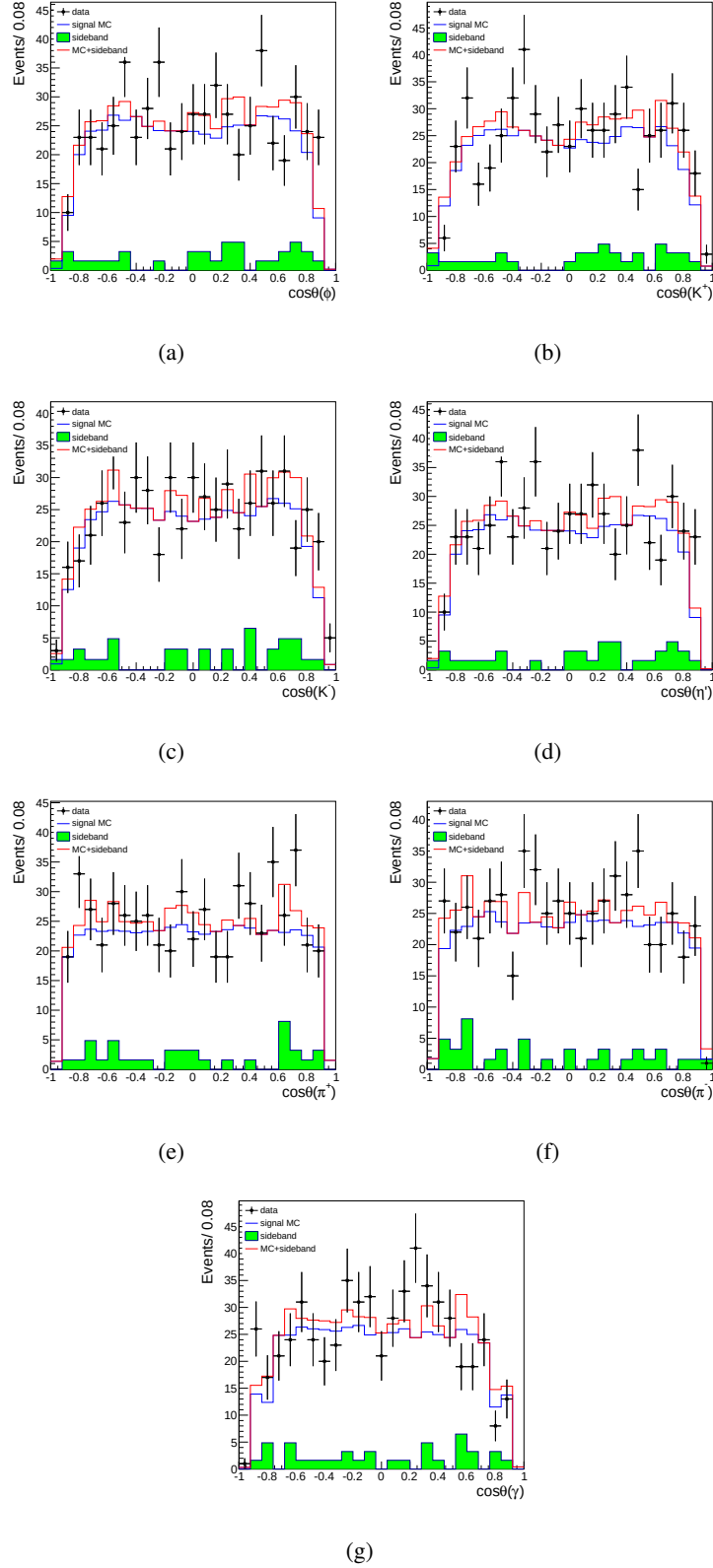


图 4-14 衰变道 I 中 ϕ (a)、 K^+ (b)、 K^- (c)、 η' (d)、 π^+ (e)、 π^- (f) 和 γ (g) 的 $\cos\theta$ 分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-14 $\cos\theta$ distributions of ϕ (a), K^+ (b), K^- (c), η' (d), π^+ (e), π^- (f), γ (g) for decay mode I. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

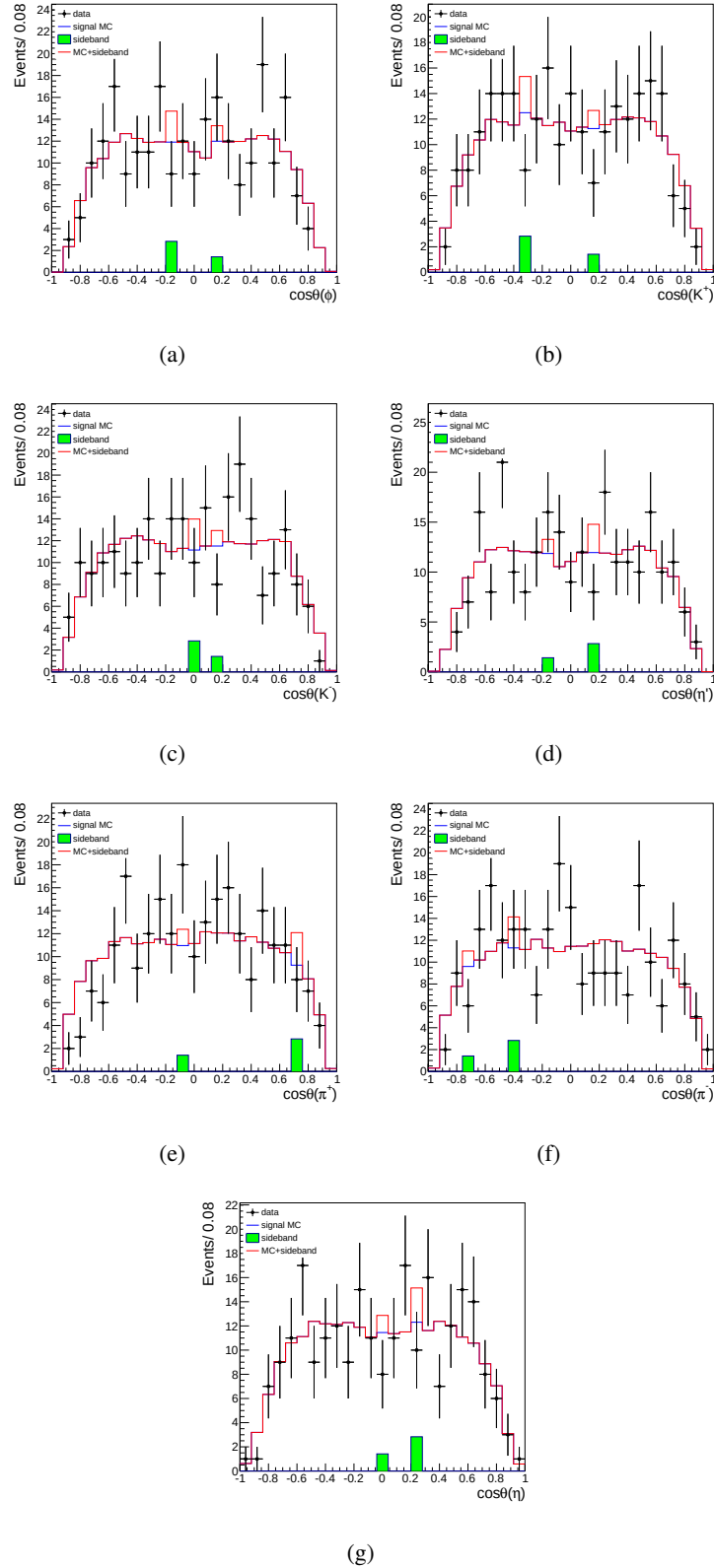


图 4-15 衰变道 II 中 ϕ (a)、 K^+ (b)、 K^- (c)、 η' (d)、 π^+ (e)、 π^- (f) 和 η (g) 的 $\cos\theta$ 分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-15 $\cos\theta$ distributions of ϕ (a), K^+ (b), K^- (c), η' (d), π^+ (e), π^- (f), η (g) for decay mode II. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

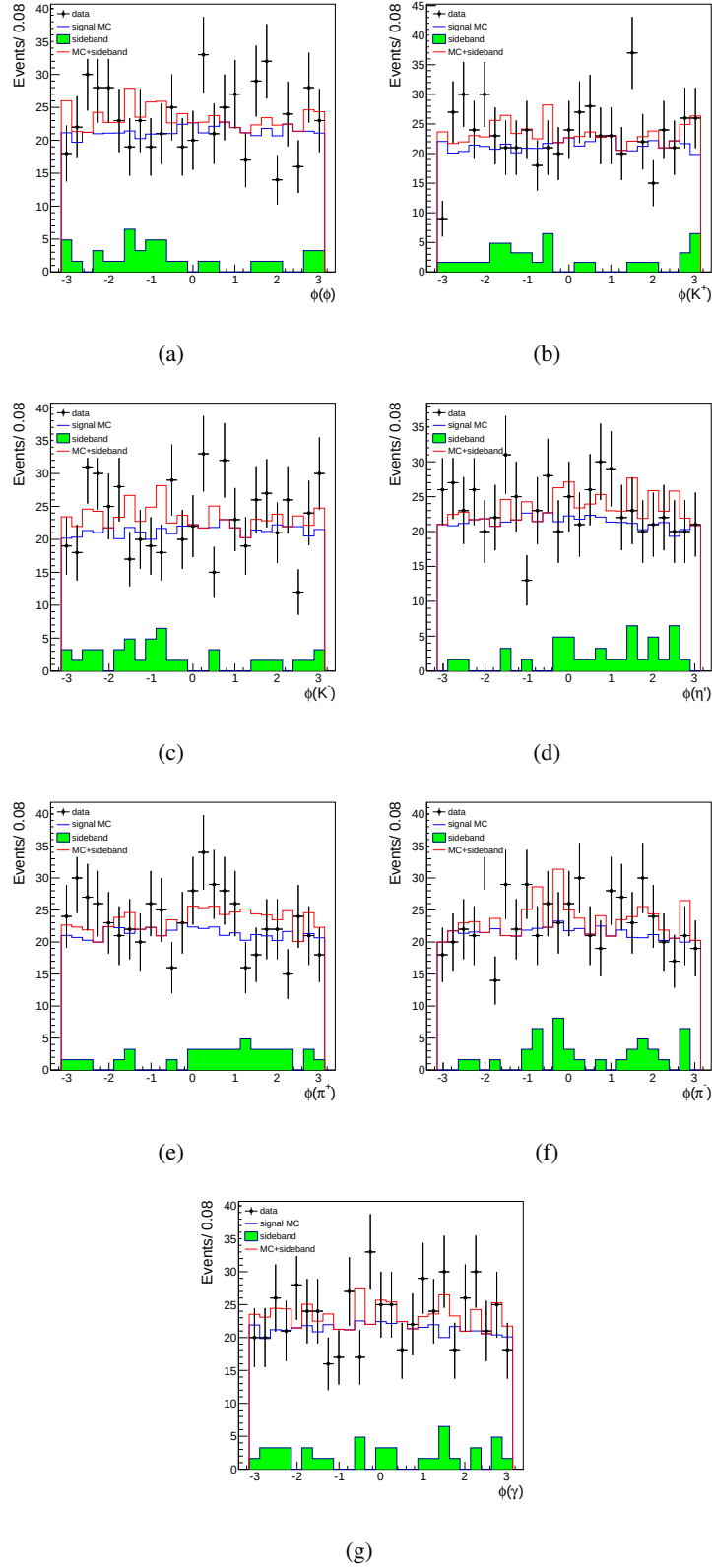


图 4-16 衰变道 I 中 ϕ (a)、 K^+ (b)、 K^- (c)、 η' (d)、 π^+ (e)、 π^- (f) 和 γ (g) 的 ϕ 角分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-16 Angular (ϕ) distributions of ϕ (a), K^+ (b), K^- (c), η' (d), π^+ (e), π^- (f), γ (g) for decay mode I. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

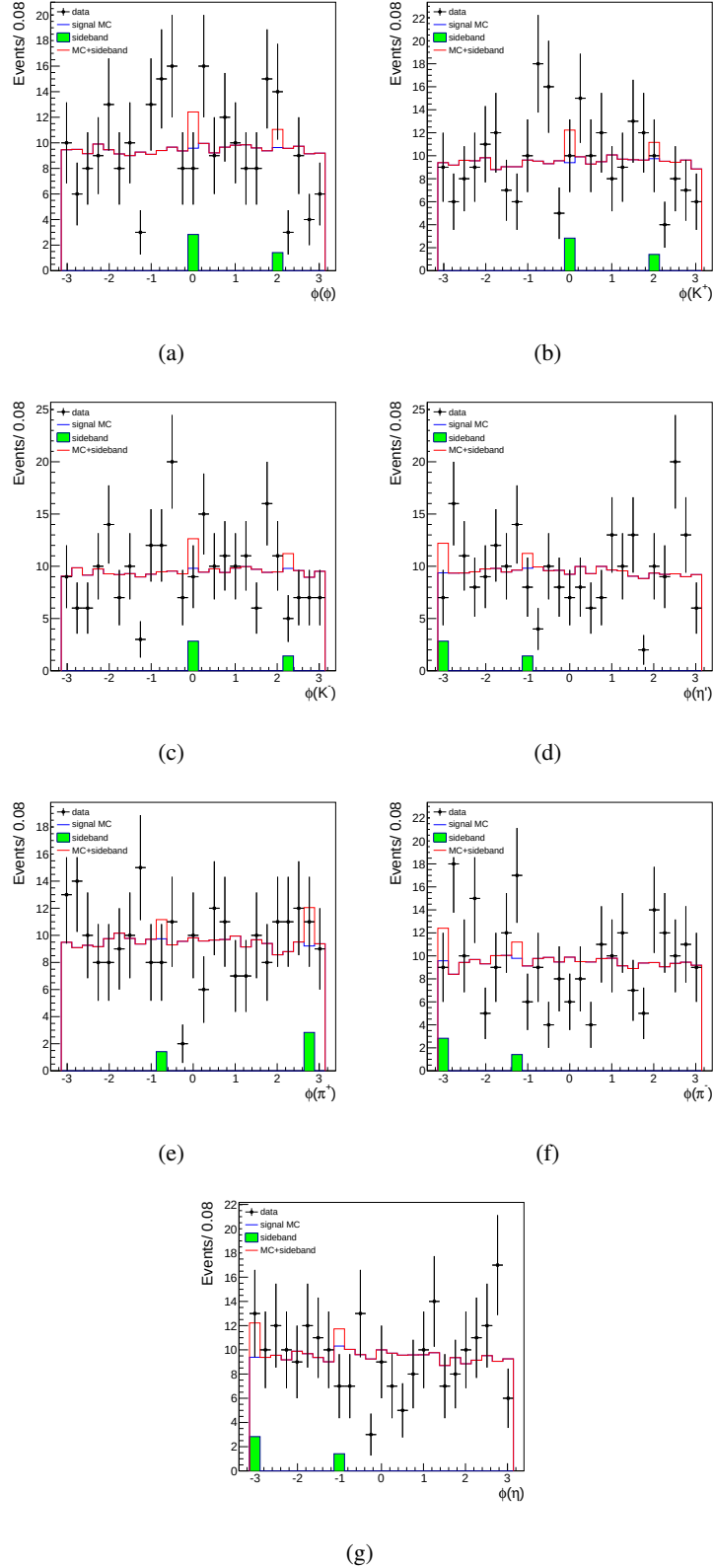


图 4-17 衰变道 II 中 ϕ (a)、 K^+ (b)、 K^- (c)、 η' (d)、 π^+ (e)、 π^- (f) 和 η (g) 的 ϕ 角分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-17 Angular (ϕ) distributions of ϕ (a), K^+ (b), K^- (c), η' (d), π^+ (e), π^- (f), η (g) for decay mode II. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' side-band region.

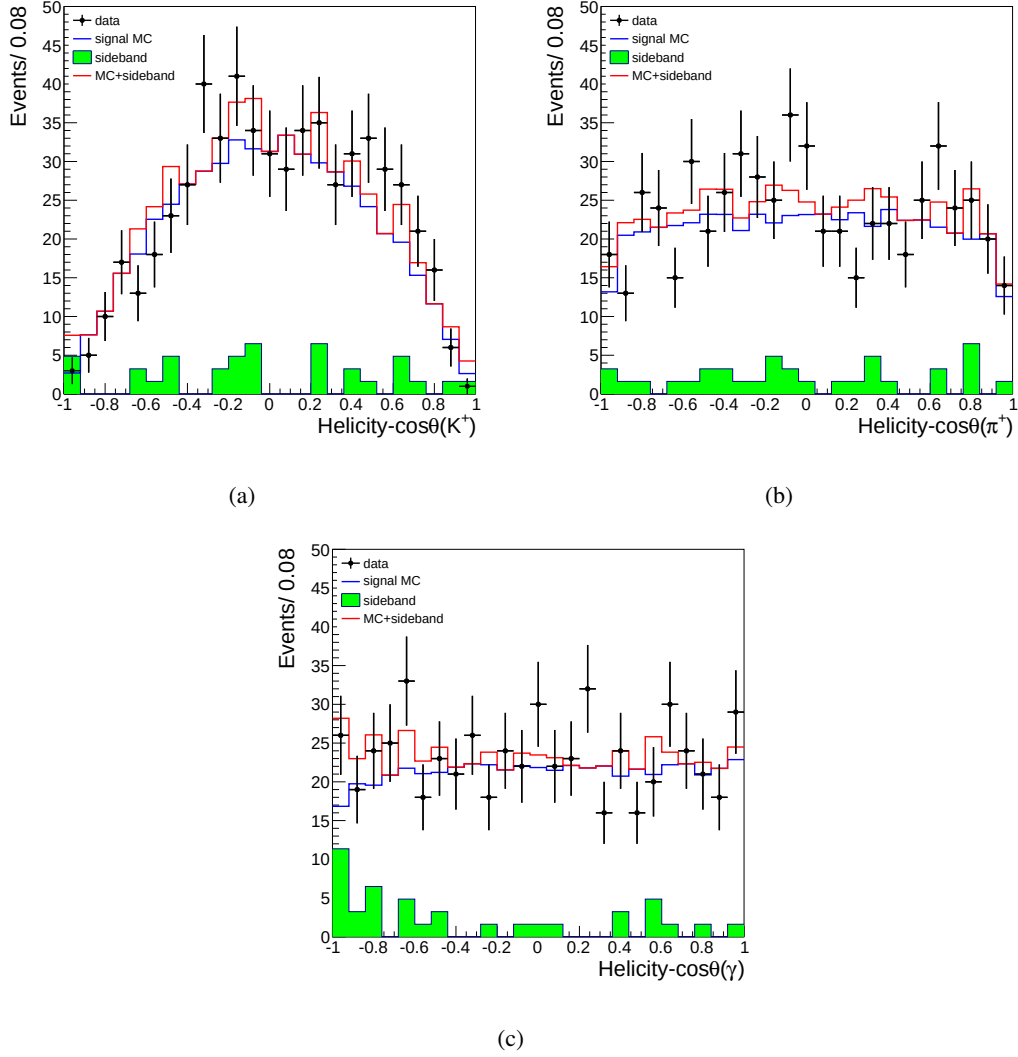


图 4-18 衰变道 I 中 ϕ 螺旋度系下 K^+ 的 $\cos\theta$ 分布 (a), ρ 螺旋度系下 π^+ 的 $\cos\theta$ 分布 (b), η' 螺旋度系下 γ 的 $\cos\theta$ 分布 (c)。带误差棒的黑点代表数据, 蓝色直方图表示信号 MC, 绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-18 $\cos\theta$ distribution of K^+ in ϕ helicity frame (a), $\cos\theta$ distribution of π^+ in ρ helicity frame (b), $\cos\theta$ distribution of γ in η' helicity frame (c) for decay mode I. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

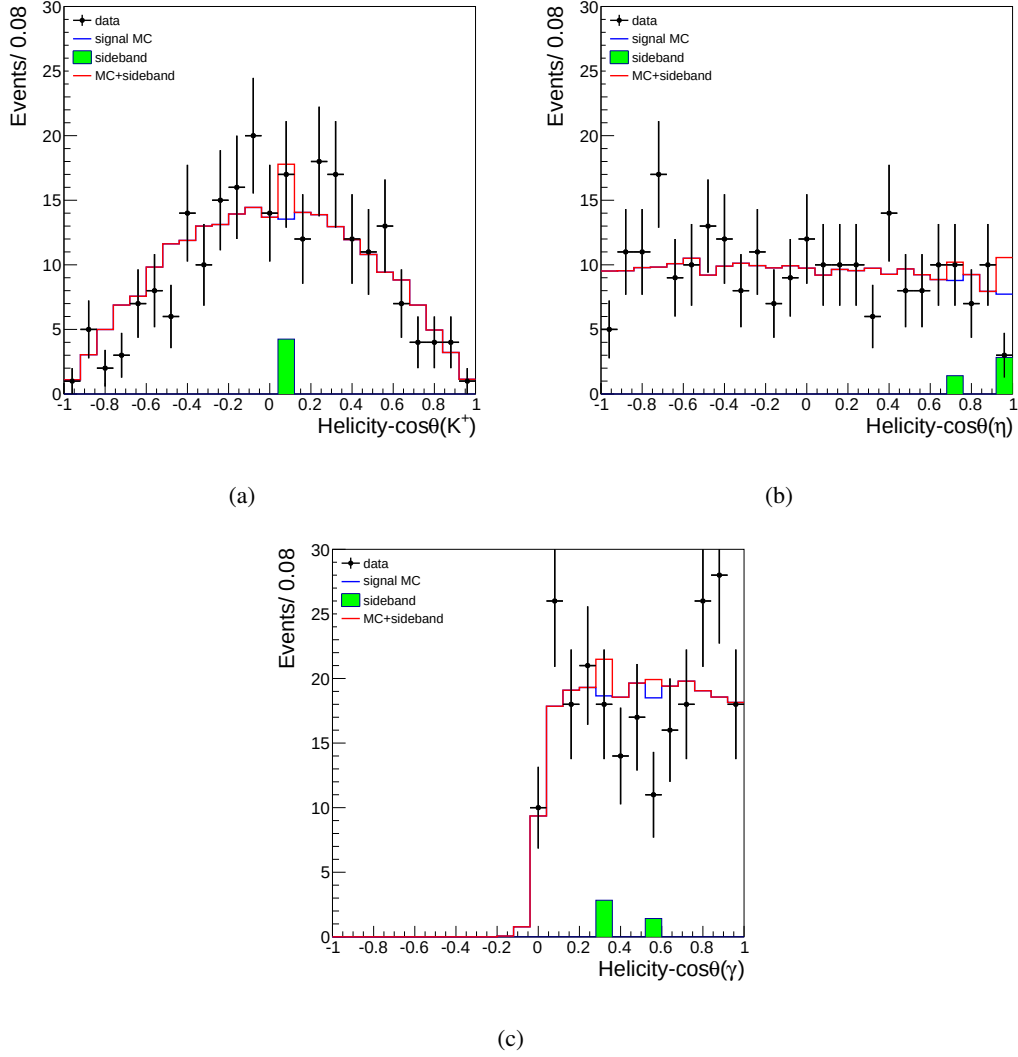


图 4-19 衰变道 II 中 ϕ 螺旋度系下 K^+ 的 $\cos\theta$ 分布 (a), η' 螺旋度系下 η 的 $\cos\theta$ 分布 (b), η 螺旋度系下 γ (高能) 的 $\cos\theta$ 分布 (c)。带误差棒的黑点代表数据, 蓝色直方图表示信号 MC, 绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-19 $\cos\theta$ distribution of K^+ in ϕ helicity frame (a), $\cos\theta$ distribution of η in η' helicity frame (b), $\cos\theta$ distribution of γ (high energy) in η helicity frame (c) for decay mode II. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

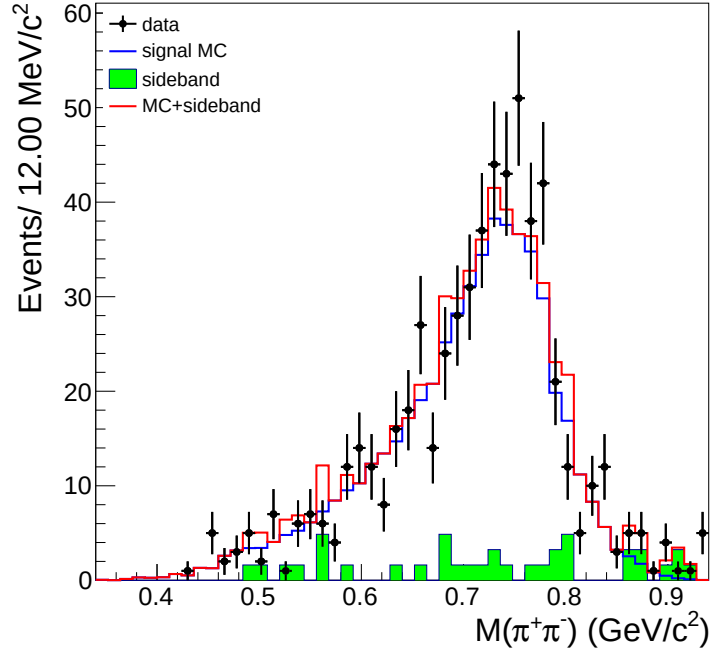


图 4-20 衰变道 I 中 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量分布。带误差棒的黑点代表数据，蓝色直方图表示信号 MC，绿色阴影直方图表示来自 η' 边带区域的本底事例。

Figure 4-20 The invariant mass distribution of $\pi^+\pi^-$ for decay mode I. The black dots with error bars represent data, the blue histogram represents signal MC and the green shaded histogram represents background events from η' sideband region.

4.5 选择效率

为了检查选择条件的效率，我们在表4-8和表4-9中分别展示了在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 下衰变道 I 和 II 的信号 MC 绝对效率随选择条件的变化。此外，我们还在表4-8和表4-9中基于本底单举 MC 样本，展示剩余本底数随选择条件的变化。如果比较相对效率的变化，发现 $0 < N_{\gamma} \leq 10$ 对信号 MC 选择效率比本底的选择效率低。我们已经在图4-2中展示了信号 MC 和本底单举 MC 样本的 N_{γ} 分布。可以看出， $N_{\gamma} \leq 10$ 已经基本包含所有信号，而信号效率降低的主要原因是 $N_{\gamma} > 0$ 。也就是说，对于少数信号过程，我们唯一的信号光子未能重建成功。对于本底单举 MC，它是多个过程的叠加，其中事例中只有一个真光子的比例会低于我们的信号过程，因此通过 $N_{\gamma} > 0$ 移除的本底会较少，所以看起来这个条件对信号 MC 的选择效率会低于本底。

表 4-8 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 处, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ 过程, 信号 MC 绝对效率以及本底单举 MC 估计的本底数随选择条件的变化。

Table 4-8 Cut flow and percentage of remaining background for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$ at $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$.

选择条件	信号 MC 绝对效率	单举 MC 剩余本底数
带电径迹数 =4, 净电荷 =0	57.19%	22.1%
ϕ 候选者选择	54.24%	8.0%
$N(\pi^+) = N(\pi^-) = N(K^+) = N(K^-) = 1$	53.81%	7.5%
顶点拟合	52.66%	7.3%
$0 < N_{\text{gamma}} \leq 10$	48.85%	7.0%
4C 运动学拟合	35.68%	0.1%
$\chi_{4C}^2 < 100$	33.42%	0.0%
ϕ 质量窗口	31.53%	0.0%
η' 质量窗口	29.45%	0.0%

表 4-9 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 处, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ 过程, 信号 MC 绝对效率以及本底单举 MC 估计的本底数随选择条件的变化。

Table 4-9 Cut flow and percentage of remaining background for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ at $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$.

选择条件	信号 MC 绝对效率	单举 MC 剩余本底数
带电径迹数 =4, 净电荷 =0	54.74%	22.33%
ϕ 候选者选择	54.76%	10.09%
$N(\pi^+) = N(\pi^-) = N(K^+) = N(K^-) = 1$	54.18%	9.58%
顶点拟合	53.02%	9.29%
$1 < N_{\text{gamma}} \leq 10$	43.70%	8.85%
5C 运动学拟合	25.57%	0.01%
ϕ 质量窗口	24.07%	0.00%
η' 质量窗口	23.28%	0.00%

4.6 信号提取

经过上述事例选择后, 图4-21 (a, b) 展示了衰变道 I 中数据 (a) 和信号 MC (b) 的 $M(K^+K^-)$ 与 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的二维散点图以及衰变道 II 中类似的分布 (c, d)。两个衰变道中均可以看到数据中清晰的 ϕ 和 η' 信号。

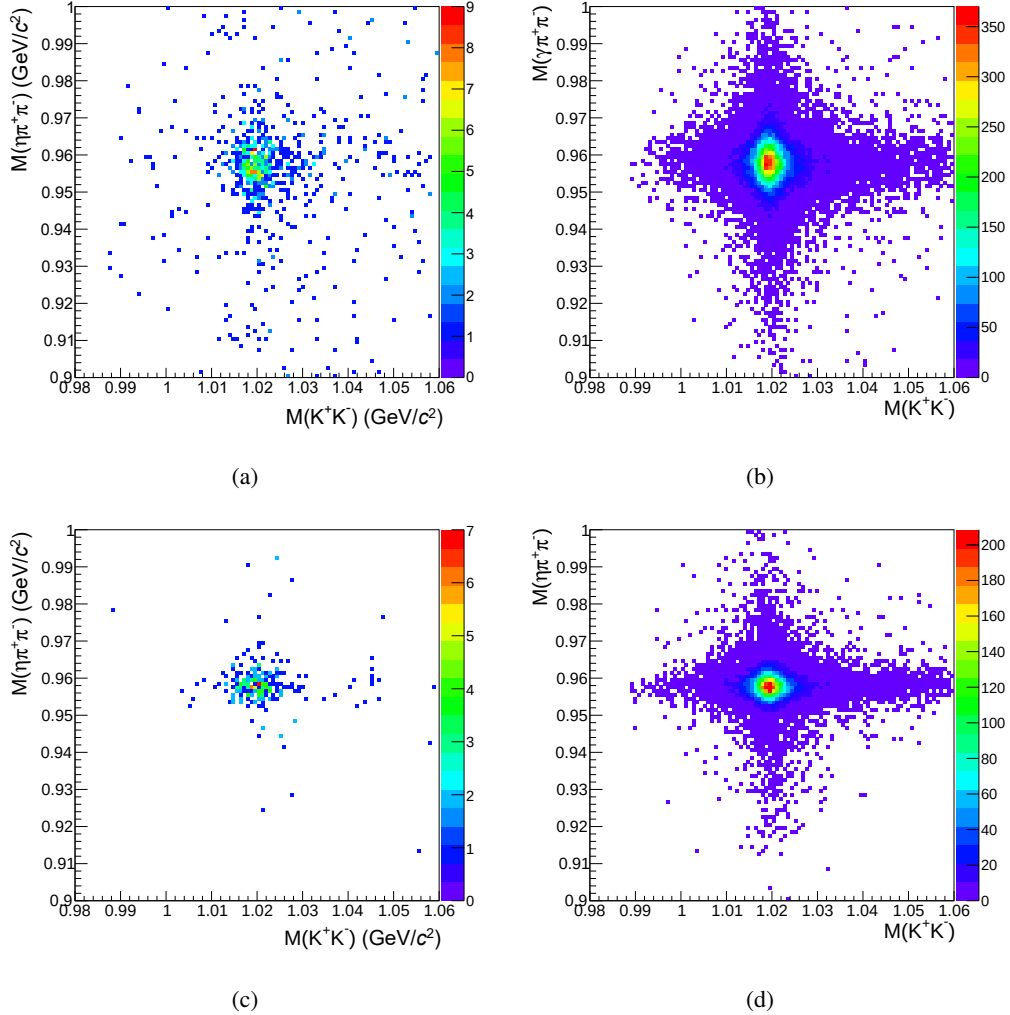


图 4-21 衰变道 I 中数据 (a) 和信号 MC (b) 的 $M(K^+K^-)$ 与 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 二维散点图, 以及衰变道 II 中数据 (c) 和信号 MC (d) 的 $M(K^+K^-)$ 与 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 二维散点图。

Figure 4-21 The two dimensional scatter plot of $M(K^+K^-)$ versus $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ in data (a) and signal MC (b) for decay mode I, and the two dimensional scatter plot of $M(K^+K^-)$ versus $M(\eta\pi^+\pi^-)$ in data (c) and signal MC (d) for decay mode II.

为了提取信号产额, 要求 $M(K^+K^-)$ 位于 ϕ 信号区间后, 分别对 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 进行了不分 bin 的最大似然拟合。在拟合中, 信号由信号 MC 形状卷积高斯函数描述, 以考虑数据和 MC 模拟在质量分辨上的差异, 本底由一阶切比雪夫多项式描述。高斯函数和多项式的参数在拟合中放开。

对于衰变道 I, 由于统计量较低, 在 $\sqrt{s} = 3.670, 3.867, 3.871, 4.278, 4.308, 4.467, 4.527, 4.699, 4.740, 4.918$ 和 4.951 GeV 的拟合中, 高斯函数的参数被

固定为从统计量较大的附近能量点拟合中获取的值。对于某些统计量较低的能量点，若信号产额少于 10 个事例，我们使用 MINOS 计算信号事例数的不对称统计误差^[216]。对于衰变道 II，本底水平非常低，高斯函数的参数在所有能量点的拟合中都放开。由于衰变道 II 的信号产额低于衰变道 I，为方便起见，对于所有能量点我们都用 MINOS 计算信号事例数的不对称统计误差。

对 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 数据样本的拟合结果如图 4-22 所示，两个道拟合得到的信号事例数分别为 539 ± 25 （衰变道 I）和 237 ± 16 （衰变道 II）。此处的不确定性仅为统计误差。所有能量点拟合得到的信号产额以及统计误差列在表 4-10 中， $\gamma\pi^+\pi^-$ 和 $\eta\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱的拟合见附录一。

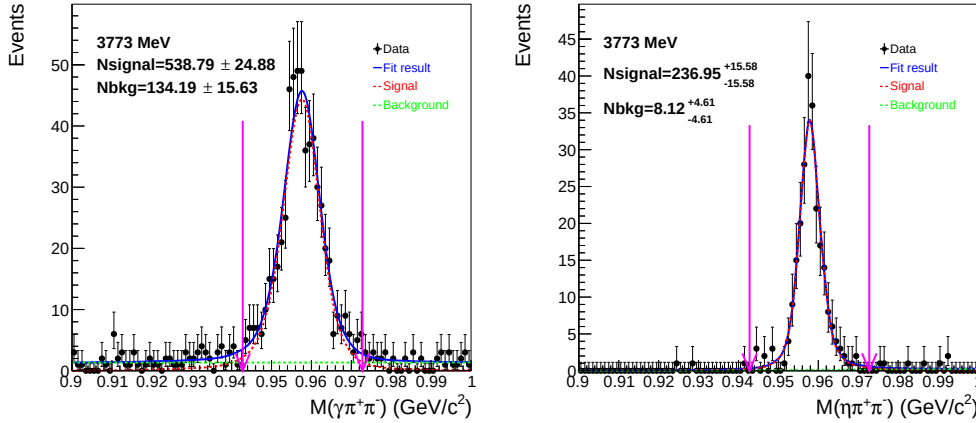


图 4-22 $\gamma\pi^+\pi^-$ （左图）和 $\eta\pi^+\pi^-$ （右图）的不变质量分布的拟合结果。带误差棒的黑点表示数据，红色虚线表示信号 MC 的形状，绿色虚线描述本底贡献，蓝色实线表示总拟合结果。信号区域位于粉色线之间。

Figure 4-22 Fitting results of invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ and $\eta\pi^+\pi^-$ for decay mode I (left) and II (right) at $\sqrt{s} = 3.773$ GeV. Black dots with error bars represent data, red dashed line represent signal MC shape, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting. Signal region is located between pink lines.

4.7 截面测量

在每个能量点，玻恩截面通过以下公式计算，

$$\sigma_i^{\text{Born}} = \frac{N_i^{\text{obs}}}{L \cdot (1 + \delta) \cdot \frac{1}{|1 - \Pi|^2} \cdot \epsilon_i \cdot B_i}, \quad (4-1)$$

N_i^{obs} 是通过 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 或 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 分布进行拟合得到的信号事例数（如第 4.6 节所述）， L 是数据积分亮度， ϵ_i 是选择效率， B_i 是分支比的乘积 $B(\phi \rightarrow K^+K^-) \cdot B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)$ 或 $B(\phi \rightarrow K^+K^-) \cdot B(\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) \cdot B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$ ，这些值从 PDG 中引用^[34]。下标 i 分别表示衰变道 I ($i=1$) 和衰变道 II ($i=2$)。 $(1 + \delta)$ 是辐射修正因子^[217]， $\frac{1}{|1 - \Pi|^2}$ 是基于 Fred Jegerlehner 的 QED 计算的真空极化因子^[218]。

Dressed 截面通过以下公式计算,

$$\sigma_i^{\text{Dressed}} = \frac{N_i^{\text{obs}}}{L \cdot (1 + \delta) \cdot \epsilon_i \cdot B_i}, \quad (4-2)$$

辐射修正因子定义如下,

$$(1 + \delta) = \frac{\sigma_i^{\text{obs}}}{\sigma_i^{\text{Dressed}}} = \frac{\int \sigma_i^{\text{Dressed}}(s(1-x))F(x,s)dx}{\sigma_i^{\text{Dressed}}(s)}, \quad (4-3)$$

$F(x,s)$ 是来自 QED 的辐射函数, 精度为 0.1%^[217], $x = 2E_\gamma/\sqrt{s}$ 表示归一化的 ISR 光子能量。 $\sigma_i^{\text{obs}} = N_i^{\text{signal}}/(L \cdot \epsilon_i \cdot B_i)$ 是观测到的截面。

两个衰变道联合的 Dressed 截面通过以下公式计算,

$$\sigma_{\text{com}}^{\text{Dressed}} = \frac{N_{\text{com}}^{\text{obs}}}{L \cdot (1 + \delta) \cdot \frac{1}{|1-\Pi|^2} \cdot \sum_i \epsilon_i \cdot B_i}, \quad (4-4)$$

$N_{\text{com}}^{\text{obs}}$ 是两个道观测到的总信号事例数。实验中在提取 $\psi(3770)$ 的共振参数时已经考虑了真空极化效应^[219], 因此我们也需要包含真空极化效应, 并通过拟合 Dressed 截面来提取 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 。我们知道 ISR 因子、选择效率和 Dressed 截面是相互关联的。为了获得准确的 ISR 因子和效率, 我们使用迭代法对 ISR 因子和效率进行迭代^[220]。在分析开始时, 由于没有关于截面的信息, 首先使用平坦的线形产生信号 MC 样本, 并得到初步的 ISR 因子、效率和 Dressed 截面。截面测量结果展示在表4-10和图4-24中。可以看出, 截面范围在 0.7 到 7.5 pb 之间, 并随着 $\sqrt{s}$ 的增加逐渐减小。在该能量区域内, 没有看到明显矢量粲偶素或类粲偶素态的贡献。

我们使用连续过程和 $\psi(3770)$ 共振振幅的相干叠加来拟合 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的 Dressed 截面。拟合函数的参数化如下,

$$\sigma^{\text{Dressed}}(\sqrt{s}) = \left| \frac{a}{(\sqrt{s})^n} \sqrt{\text{PS}(\sqrt{s}) + e^{i\Phi} \text{BW}(\sqrt{s})} \right|^2, \quad (4-5)$$

$$\text{BW}(\sqrt{s}) = \frac{\sqrt{12\pi\Gamma_{ee}\Gamma_{\text{tot}}B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')}}{s - M^2 + iM\Gamma_{\text{tot}}} \sqrt{\frac{\text{PS}(\sqrt{s})}{\text{PS}(M)}}, \quad (4-6)$$

$$\text{PS}(\sqrt{s}) = q^3(\sqrt{s})/s, \text{PS}(M) = q^3(M)/M^2 \quad (4-7)$$

$$q(\sqrt{s}) = \frac{\sqrt{(s - (M_\phi - M_{\eta'})^2)(s - (M_\phi + M_{\eta'})^2)}}{2\sqrt{s}}, \quad (4-8)$$

$$q(M) = \frac{\sqrt{(M^2 - (M_\phi - M_{\eta'})^2)(M^2 - (M_\phi + M_{\eta'})^2)}}{2M}, \quad (4-9)$$

表 4-10 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面测量结果, 假设没有 $\psi(3770)$ 贡献。质心能量 ($\sqrt{s}$)、积分亮度 (L)、信号事例产额 (N^{obs})、探测效率 (ϵ)、辐射修正因子 ($1 + \delta$)、真空极化因子 ($\frac{1}{|1 - \Pi|^2}$)、Dressed 截面 ($\sigma_{\text{com}}^{\text{Dressed}}$) 以及玻恩截面 ($\sigma_{\text{com}}^{\text{Born}}$), 其中下标 I 和 II 分别表示衰变道 I 和 II。第一个不确定性为统计不确定性, 第二个不确定性为系统不确定性。

Table 4-10 Summary of cross section measurement for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$, assuming there is no contribution from $\psi(3770)$. The center-of-mass energy ($\sqrt{s}$), integrated luminosity (L), the yields of signal events (N^{obs}), detection efficiency (ϵ), the radiative correction factor ($1 + \delta$), the vacuum polarization factor ($\frac{1}{|1 - \Pi|^2}$), combined Dressed cross section ($\sigma_{\text{com}}^{\text{Dressed}}$), and combined Born cross section ($\sigma_{\text{com}}^{\text{Born}}$), where subscripts I and II represent decay mode I and II, respectively. The first uncertainty is statistical uncertainty, and the second uncertainty is systematic uncertainty.

$\sqrt{s}$ (GeV)	$L(\text{pb}^{-1})$	$N^{\text{obs}}_{\text{I}}$	$N^{\text{obs}}_{\text{II}}$	$\epsilon_{\text{I}}(\%)$	$\epsilon_{\text{II}}(\%)$	$(1 + \delta)$	$\frac{1}{ 1 - \Pi ^2}$	$\sigma_{\text{com}}^{\text{Dressed}}(\text{pb})$	$\sigma_{\text{com}}^{\text{Born}}(\text{pb})$
3.508	181.8	$46.1^{+7.3}_{-7.3}$	$15.6^{+4.3}_{-3.6}$	32.52	25.79	0.734	1.044	$6.75^{+0.93}_{-0.89} \pm 0.34$	$6.47^{+0.89}_{-0.85} \pm 0.32$
3.511	184.6	$50.3^{+7.5}_{-7.5}$	$22.4^{+5.4}_{-4.7}$	32.47	26.02	0.737	1.044	$7.79^{+0.99}_{-0.95} \pm 0.39$	$7.46^{+0.95}_{-0.91} \pm 0.37$
3.582	85.7	$25.0^{+5.2}_{-5.2}$	$7.5^{+3.1}_{-2.5}$	31.09	25.02	0.792	1.039	$7.28^{+1.36}_{-1.29} \pm 0.36$	$7.01^{+1.31}_{-1.24} \pm 0.35$
3.650	453.9	$94.0^{+10.4}_{-10.4}$	$37.5^{+6.7}_{-6.0}$	30.48	24.23	0.915	1.021	$4.93^{+0.46}_{-0.45} \pm 0.25$	$4.83^{+0.45}_{-0.44} \pm 0.24$
3.670	84.7	$13.2^{+3.6}_{-3.6}$	$6.8^{+2.9}_{-2.2}$	30.12	24.20	0.839	0.905	$4.42^{+1.02}_{-0.93} \pm 0.22$	$4.89^{+1.13}_{-1.03} \pm 0.24$
3.773	2931.8	$538.8^{+24.9}_{-24.9}$	$237.0^{+15.6}_{-15.6}$	28.33	22.28	0.960	1.056	$4.63^{+0.18}_{-0.18} \pm 0.23$	$4.39^{+0.17}_{-0.17} \pm 0.22$
3.808	50.5	$7.4^{+3.2}_{-2.6}$	$2.9^{+2.0}_{-1.4}$	30.09	23.88	0.896	1.056	$3.59^{+1.32}_{-1.03} \pm 0.18$	$3.40^{+1.25}_{-0.98} \pm 0.17$
3.867	108.9	$8.8^{+3.7}_{-3.1}$	$6.8^{+3.1}_{-2.5}$	29.26	23.45	0.918	1.051	$2.53^{+0.78}_{-0.64} \pm 0.13$	$2.40^{+0.74}_{-0.61} \pm 0.12$
3.871	110.3	$19.9^{+4.6}_{-4.6}$	$5.8^{+2.7}_{-2.1}$	29.29	23.17	0.919	1.051	$4.12^{+0.85}_{-0.81} \pm 0.21$	$3.92^{+0.81}_{-0.77} \pm 0.20$
3.896	52.6	$11.0^{+3.8}_{-3.2}$	$3.9^{+2.3}_{-1.6}$	29.44	23.61	0.927	1.049	$4.91^{+1.46}_{-1.18} \pm 0.25$	$4.68^{+1.40}_{-1.12} \pm 0.23$
4.008	482.0	$52.5^{+7.9}_{-7.9}$	$30.4^{+6.0}_{-5.4}$	28.52	22.79	0.964	1.044	$2.96^{+0.35}_{-0.34} \pm 0.15$	$2.84^{+0.34}_{-0.33} \pm 0.14$
4.085	52.9	$7.1^{+3.1}_{-2.5}$	$2.0^{+1.7}_{-1.1}$	28.34	22.61	0.988	1.051	$2.91^{+1.13}_{-0.87} \pm 0.15$	$2.77^{+1.08}_{-0.83} \pm 0.14$
4.128	401.5	$37.4^{+6.5}_{-6.5}$	$21.4^{+4.9}_{-4.2}$	27.66	21.95	1.047	1.052	$2.40^{+0.33}_{-0.32} \pm 0.12$	$2.28^{+0.32}_{-0.30} \pm 0.11$
4.157	408.7	$41.3^{+6.8}_{-6.8}$	$9.2^{+3.6}_{-2.9}$	27.75	22.26	1.052	1.053	$2.00^{+0.31}_{-0.29} \pm 0.10$	$1.90^{+0.29}_{-0.28} \pm 0.10$
4.178	3189.0	$299.1^{+17.9}_{-17.9}$	$113.6^{+11.1}_{-10.4}$	27.82	21.80	1.014	1.054	$2.19^{+0.11}_{-0.11} \pm 0.11$	$2.08^{+0.11}_{-0.10} \pm 0.10$
4.189	570.0	$63.5^{+8.3}_{-8.3}$	$21.3^{+5.2}_{-4.5}$	27.61	21.93	1.017	1.056	$2.52^{+0.29}_{-0.28} \pm 0.13$	$2.38^{+0.28}_{-0.27} \pm 0.12$
4.199	526.0	$36.0^{+6.4}_{-6.4}$	$17.6^{+4.9}_{-4.1}$	27.92	21.99	1.020	1.056	$1.70^{+0.26}_{-0.24} \pm 0.09$	$1.61^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.08$
4.209	572.0	$46.5^{+7.3}_{-7.3}$	$10.7^{+3.6}_{-2.9}$	27.45	21.63	1.021	1.057	$1.70^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.08$	$1.61^{+0.23}_{-0.22} \pm 0.08$
4.219	569.2	$48.0^{+7.1}_{-7.1}$	$18.7^{+4.8}_{-4.1}$	27.43	21.65	1.024	1.056	$1.98^{+0.26}_{-0.24} \pm 0.10$	$1.88^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.09$
4.226	1100.9	$106.2^{+10.9}_{-10.9}$	$53.6^{+7.6}_{-6.9}$	27.90	22.14	1.026	1.056	$2.41^{+0.20}_{-0.19} \pm 0.12$	$2.28^{+0.19}_{-0.18} \pm 0.11$
4.236	530.3	$44.1^{+6.9}_{-6.9}$	$17.0^{+4.5}_{-3.9}$	27.57	21.99	1.029	1.056	$1.93^{+0.26}_{-0.25} \pm 0.10$	$1.82^{+0.25}_{-0.24} \pm 0.09$
4.244	538.1	$45.3^{+7.1}_{-7.1}$	$18.5^{+4.6}_{-3.9}$	27.78	22.04	1.031	1.056	$1.97^{+0.26}_{-0.25} \pm 0.10$	$1.86^{+0.24}_{-0.24} \pm 0.09$
4.258	828.4	$73.5^{+9.0}_{-9.0}$	$25.1^{+6.1}_{-4.8}$	27.82	22.04	1.035	1.054	$1.96^{+0.22}_{-0.20} \pm 0.10$	$1.86^{+0.21}_{-0.19} \pm 0.09$
4.267	531.1	$45.2^{+6.9}_{-6.9}$	$23.4^{+5.5}_{-4.8}$	27.76	21.95	1.038	1.053	$2.13^{+0.27}_{-0.26} \pm 0.11$	$2.02^{+0.26}_{-0.25} \pm 0.10$
4.278	175.7	$7.9^{+3.2}_{-2.6}$	$4.9^{+2.5}_{-1.9}$	27.19	21.48	1.042	1.053	$1.22^{+0.39}_{-0.31} \pm 0.08$	$1.16^{+0.37}_{-0.29} \pm 0.06$
4.288	502.4	$32.0^{+6.3}_{-6.3}$	$15.6^{+4.2}_{-3.6}$	26.99	21.29	1.083	1.053	$1.54^{+0.25}_{-0.24} \pm 0.06$	$1.46^{+0.23}_{-0.22} \pm 0.07$
4.308	45.1	$1.9^{+1.7}_{-1.0}$	$1.0^{+1.3}_{-0.0}$	27.53	21.83	1.051	1.052	$1.06^{+0.78}_{-0.36} \pm 0.05$	$1.00^{+0.74}_{-0.35} \pm 0.05$
4.312	501.2	$34.0^{+6.1}_{-6.1}$	$12.7^{+4.0}_{-3.4}$	27.08	21.06	1.087	1.052	$1.51^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.08$	$1.44^{+0.22}_{-0.22} \pm 0.07$
4.337	505.0	$27.1^{+5.6}_{-5.6}$	$12.7^{+3.8}_{-3.2}$	26.98	21.27	1.093	1.051	$1.27^{+0.22}_{-0.21} \pm 0.06$	$1.21^{+0.21}_{-0.20} \pm 0.06$
4.358	543.9	$52.7^{+7.4}_{-7.4}$	$12.5^{+4.1}_{-3.4}$	27.69	21.65	1.065	1.051	$1.94^{+0.25}_{-0.24} \pm 0.10$	$1.83^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.09$
4.377	522.7	$24.7^{+5.3}_{-5.3}$	$17.6^{+4.4}_{-3.9}$	26.92	21.13	1.102	1.051	$1.30^{+0.21}_{-0.20} \pm 0.07$	$1.24^{+0.20}_{-0.19} \pm 0.06$
4.396	507.8	$37.5^{+6.3}_{-6.3}$	$10.6^{+3.8}_{-3.2}$	26.80	20.86	1.106	1.051	$1.53^{+0.23}_{-0.22} \pm 0.08$	$1.45^{+0.22}_{-0.21} \pm 0.07$
4.416	1090.7	$83.3^{+9.4}_{-9.4}$	$24.4^{+5.2}_{-4.6}$	27.14	21.32	1.082	1.052	$1.60^{+0.16}_{-0.16} \pm 0.08$	$1.52^{+0.15}_{-0.15} \pm 0.08$
4.436	569.9	$47.0^{+7.5}_{-7.5}$	$14.4^{+4.3}_{-3.6}$	26.65	21.00	1.116	1.054	$1.72^{+0.24}_{-0.23} \pm 0.09$	$1.64^{+0.23}_{-0.22} \pm 0.08$
4.467	111.1	$4.8^{+2.5}_{-1.9}$	$1.0^{+1.3}_{-0.7}$	26.94	20.93	1.096	1.055	$0.85^{+0.41}_{-0.30} \pm 0.04$	$0.80^{+0.39}_{-0.28} \pm 0.04$
4.527	112.1	$6.6^{+2.8}_{-2.2}$	$2.9^{+2.0}_{-1.4}$	26.64	20.61	1.112	1.054	$1.37^{+0.50}_{-0.38} \pm 0.07$	$1.30^{+0.47}_{-0.36} \pm 0.06$
4.600	586.9	$24.0^{+4.9}_{-4.9}$	$14.6^{+4.1}_{-3.5}$	26.40	20.54	1.132	1.055	$1.05^{+0.17}_{-0.16} \pm 0.05$	$1.00^{+0.17}_{-0.16} \pm 0.05$
4.612	103.8	$4.9^{+2.5}_{-1.9}$	$0.0^{+0.5}_{-0.0}$	26.01	19.95	1.158	1.055	$0.75^{+0.39}_{-0.29} \pm 0.04$	$0.71^{+0.37}_{-0.28} \pm 0.04$
4.628	521.5	$28.5^{+5.6}_{-5.6}$	$8.7^{+3.5}_{-2.8}$	25.85	19.76	1.162	1.054	$1.14^{+0.20}_{-0.19} \pm 0.06$	$1.08^{+0.19}_{-0.18} \pm 0.05$
4.641	552.4	$27.5^{+5.4}_{-5.4}$	$8.8^{+3.6}_{-2.9}$	25.90	19.74	1.164	1.054	$1.05^{+0.19}_{-0.18} \pm 0.05$	$0.99^{+0.18}_{-0.17} \pm 0.05$
4.661	529.6	$27.6^{+5.1}_{-5.1}$	$17.5^{+4.4}_{-3.8}$	25.59	19.59	1.169	1.054	$1.37^{+0.20}_{-0.19} \pm 0.07$	$1.30^{+0.19}_{-0.18} \pm 0.06$
4.682	1669.3	$66.4^{+8.5}_{-8.5}$	$21.2^{+5.3}_{-4.4}$	25.69	19.53	1.174	1.054	$0.84^{+0.10}_{-0.09} \pm 0.04$	$0.79^{+0.09}_{-0.09} \pm 0.04$
4.699	536.5	$16.7^{+4.3}_{-4.3}$	$8.5^{+3.3}_{-2.7}$	25.76	19.25	1.178	1.055	$0.75^{+0.16}_{-0.15} \pm 0.04$	$0.71^{+0.15}_{-0.14} \pm 0.04$
4.740	164.3	$11.3^{+3.4}_{-3.4}$	$2.9^{+2.0}_{-1.4}$	26.18	19.52	1.188	1.055	$1.35^{+0.37}_{-0.35} \pm 0.07$	$1.28^{+0.35}_{-0.33} \pm 0.06$
4.750	367.2	$8.9^{+3.6}_{-3.0}$	$8.8^{+3.3}_{-2.6}$	26.23	19.61	1.192	1.055	$0.75^{+0.21}_{-0.17} \pm 0.04$	$0.71^{+0.20}_{-0.16} \pm 0.04$
4.781	512.8	$20.2^{+4.7}_{-4.7}$	$11.7^{+3.7}_{-3.1}$	25.82	19.57	1.199	1.055	$0.97^{+0.18}_{-0.17} \pm 0.05$	$0.92^{+0.17}_{-0.16} \pm 0.05$
4.843	527.3	$25.7^{+5.3}_{-5.3}$	$7.5^{+3.2}_{-2.5}$	25.63	19.13	1.213	1.056	$0.98^{+0.18}_{-0.17} \pm 0.05$	$0.93^{+0.17}_{-0.16} \pm 0.05$
4.918	208.1	$9.4^{+3.3}_{-2.7}$	$1.9^{+1.7}_{-1.1}$	25.04	18.94	1.234	1.056	$0.85^{+0.28}_{-0.21} \pm 0.04$	$0.80^{+0.26}_{-0.21} \pm 0.04$
4.951	160.4	$6.4^{+2.8}_{-2.2}$	$4.9^{+2.8}_{-2.2}$	24.78	18.49	1.244	1.056	$1.11^{+0.39}_{-0.30} \pm 0.06$	$1.05^{+0.37}_{-0.29} \pm 0.05$

其中 a 和 n 分别描述连续过程的幅度和斜率, M 是 $\psi(3770)$ 的质量, Γ_{tot} 是 $\psi(3770)$ 的总宽度, Γ_{ee} 是 e^+e^- 分宽度 ($\psi(3770)$ 的质量、总宽度和 e^+e^- 分宽度分别设置为 PDG 值 3773.7 ± 0.4 MeV、 27.2 ± 1.0 MeV 和 0.262 ± 0.018 keV^[34]), $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 是 $\psi(3770)$ 衰变到 $\phi\eta'$ 的分支比, Φ 是共振振幅与连续过程振幅之间的相对相位。 M_ϕ 和 $M_{\eta'}$ 分别是 ϕ 和 η' 的质量。 $PS(\sqrt{s})$ 是二体衰变的 P -波相空间因子 (包含 P -波顶点的动量依赖), $q(\sqrt{s})$ 和 $q(M)$ 表示末态粒子的动量。

我们使用最小二乘法来拟合 Dressed 截面, χ^2 函数的构造如下,

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(\sigma_j - \sigma_j^{\text{fit}})^2}{\delta_j^2}, \quad (4-10)$$

其中 σ_j 和 σ_j^{fit} 分别是第 j^{th} 个能量点的 Dressed 截面的测量值和期望值 (单位为 pb)。 σ_j^{fit} 是公式 (4-5) 中的 $\sigma^{\text{Dressed}}(\sqrt{s})$ 。 δ_j 是每个能量点 Dressed 截面的测量不确定性 (单位为 pb), 仅包括统计不确定性。

对于远离 3.773 GeV 的能量点, $\psi(3770)$ 与连续过程振幅之间的干涉可以忽略, 因此我们首先移除 3.773 GeV 的能量点, 并使用纯连续过程 ($\sigma^{\text{Dressed}}(\sqrt{s}) = |\frac{a}{(\sqrt{s})^n} \sqrt{PS(\sqrt{s})^3}|^2$) 来迭代 ISR 因子, 并在最后一次迭代后拟合 Dressed 截面, 以获得两个参数 a 和 n 。迭代过程中 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 效率变化的中间图以及最后一次迭代后的拟合结果如图4-23所示。我们得到的 a 和 n 的值分别为 2.06 ± 0.48 、 4.37 ± 0.16 (衰变道 I) 和 2.69 ± 0.98 、 4.61 ± 0.27 (衰变道 II)。

我们已经在所有自由参数的 10σ 范围 ($\chi_{min}^2 + 100$) 内对线形进行了 ISR 因子的迭代。由于在 3.773 GeV 附近没有其他能量点, 这意味着我们在 $\psi(3770)$ 附近没有足够的截面信息。当我们进行参数扫描时, 对于某些线形, 经过 ISR 迭代后, 在 3.773 GeV 处得到了较大的 ISR 因子, 导致在 3.773 GeV 处的截面非常低。这与我们测量的 3.773 GeV 处的截面有很大差异, 我们怀疑这些线形是不合理的。为了说明这些线形可能不合理, 我们使用这些线形重新产生 MC 样本, 并使用它加上本底函数重新拟合数据。我们发现这些线形产生的 MC 形状无法很好地描述数据, 因此排除了这些线形。主要原因是这些线形的 ISR 因子非常大, 导致运动学拟合后的分辨较差。由于我们对 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 和 Φ 进行二维参数扫描时, 所有可能的线形都经过了 ISR 迭代修正, 最终的二维扫描图已经包含了所有可能的结果, 所以认为 ISR 修正不会引入系统不确定性。在对衰变道 I 和 II 进行 ISR 修正后, 我们使用公式 (4-4) 将两个衰变道的截面进行加权平均。加权平均之后的 Dressed 截面及相应的拟合结果如图4-25所示。我们得到的 a 和 n 的值分别为 1.97 ± 0.40 和 4.35 ± 0.14 , 这些值将在后续对 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 和 Φ 的二维参数扫描中固定。

由于在 $\psi(3770)$ 附近缺乏数据, 使用包含 $\psi(3770)$ 共振态的拟合函数拟合所有点的截面测量值, 拟合很不稳定。基于此, 我们在所有可能的线形假设下, 对 $B_{\phi\eta'}$ 和 Φ 进行了二维参数扫描。在扫描中, 描述连续过程振幅的参数 a 和 n 固

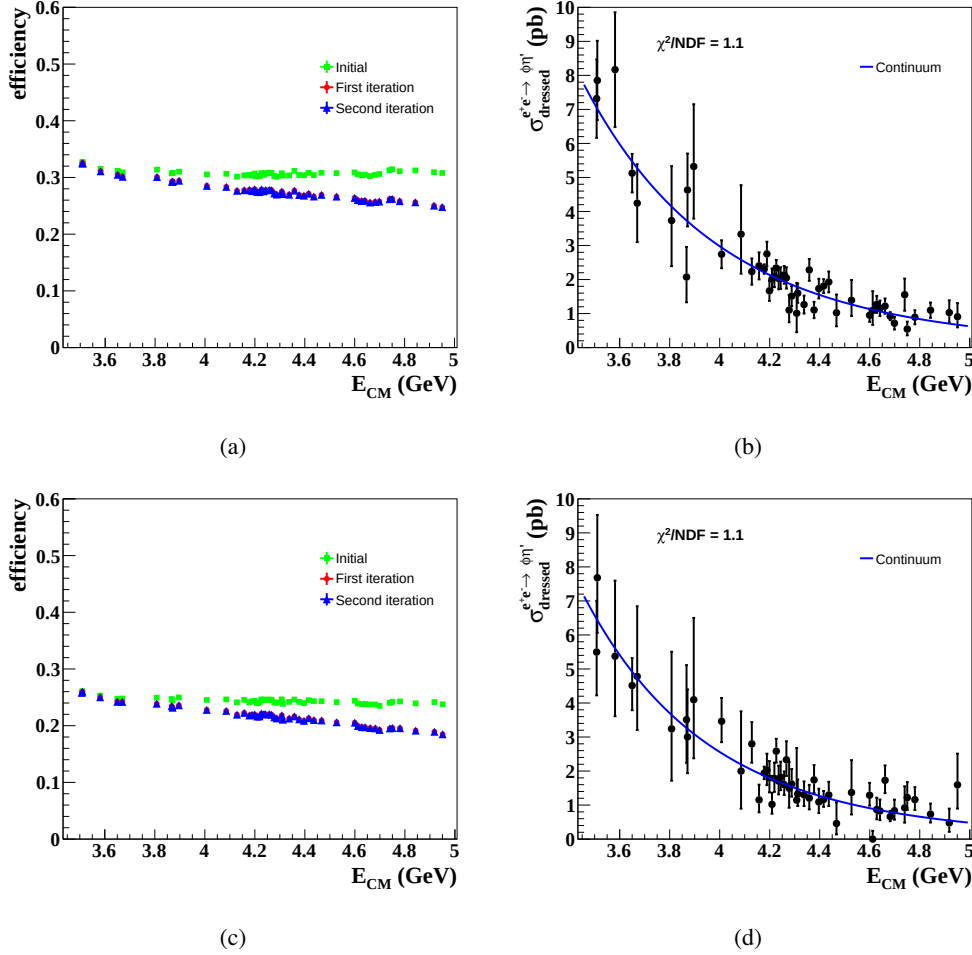


图 4-23 衰变道 I 中 ISR 迭代过程中效率的变化趋势 (a) 以及第二次迭代后 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的 Dressed 截面拟合结果 (b), 衰变道 II 中 ISR 迭代过程中效率的变化趋势 (c) 以及第二次迭代后 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的 Dressed 截面拟合结果 (d)。带误差条的黑点为测量的 Dressed 截面, 蓝色实线为连续过程拟合结果。

Figure 4-23 The intermediate plots of the efficiency during the ISR iteration (a) and the fitting result of the Dressed cross sections of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ after the second iteration (b) for decay mode I and the intermediate plots of the efficiency during the ISR iteration (c) and the fitting result of the Dressed cross sections of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ after the second iteration (d) for decay mode II. The black dots with error bars are the measured Dressed cross sections. The solid blue lines are the continuum fitting results.

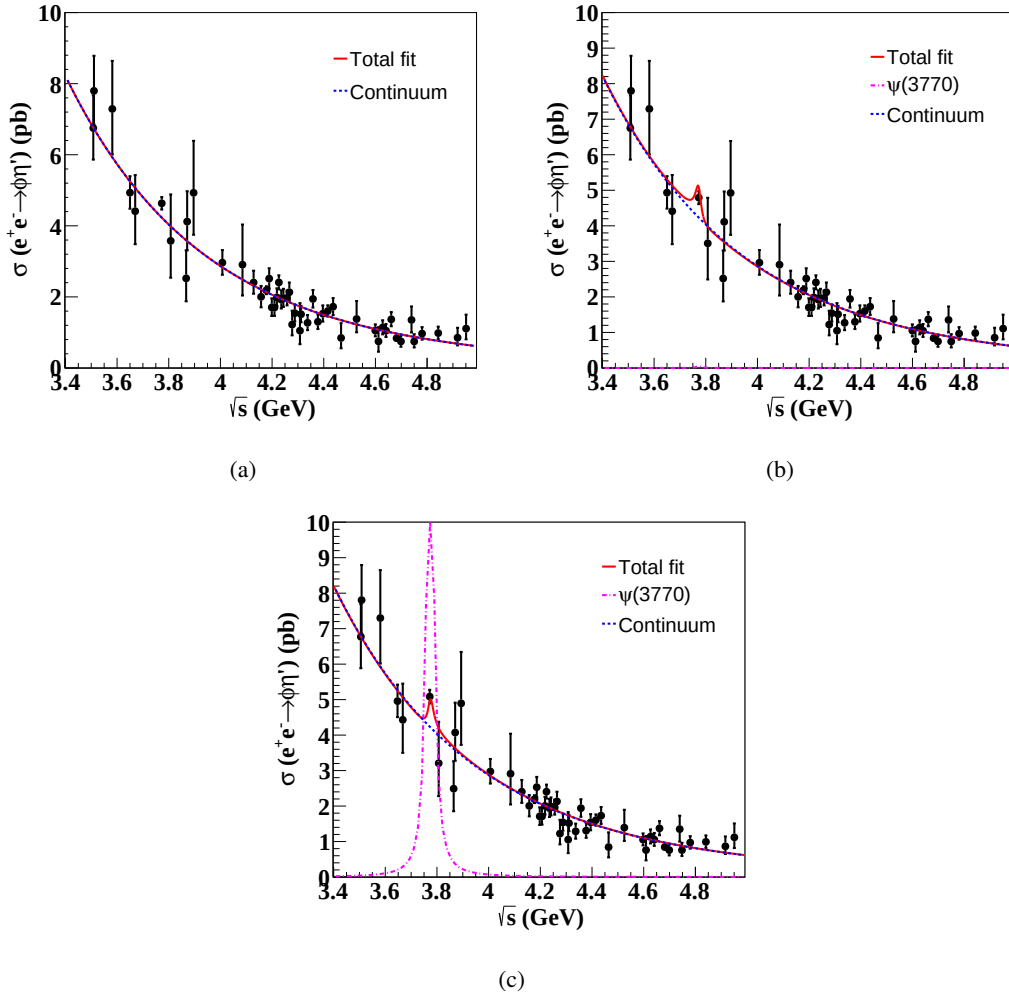


图 4-24 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的 Dressed 截面及不同假设下的拟合结果: (a) 仅包含连续过程振幅; (b) 连续过程与 $\psi(3770)$ 振幅的相干叠加, 对应解为 $\Phi = 2.0$ 弧度, $B_{\phi\eta'} = 4.6 \times 10^{-6}$, $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 的显著性为 1.5σ ; (c) 连续过程与 $\psi(3770)$ 振幅的相干叠加, 解为 $\Phi = 4.7$ 弧度, $B_{\phi\eta'} = 1.9 \times 10^{-3}$, $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 的显著性为 1.6σ 。带误差棒的黑点为数据, 红色实线为总拟合结果, 洋红点划线表示 $\psi(3770)$ 贡献, 蓝色虚线表示连续态贡献。

Figure 4-24 Dressed cross sections of the $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ process and the fits under different assumptions: (a) continuum amplitude only; (b) coherent sum of continuum and $\psi(3770)$ amplitudes, the solution with $\Phi = 2.0$ rad, $B_{\phi\eta'} = 4.6 \times 10^{-6}$, and the significance of the $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ decay is 1.5σ ; (c) coherent sum of continuum and $\psi(3770)$ amplitudes, the solution with $\Phi = 4.7$ rad, $B_{\phi\eta'} = 1.9 \times 10^{-3}$, and the significance of the $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ decay is 1.6σ . The black dots with error bars are data. The red solid lines are the total fits, the magenta dot dashed lines represent the $\psi(3770)$ component, and the blue dashed lines the continuum process.

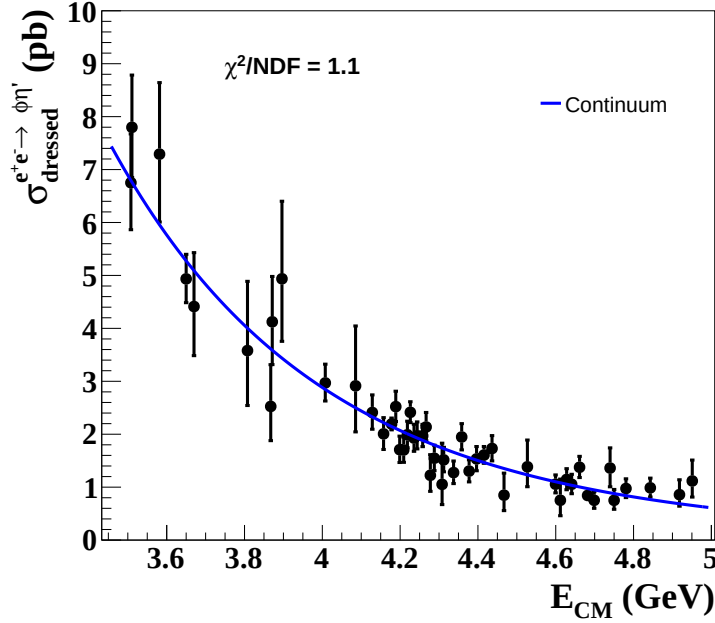


图 4-25 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程两个道加权平均之后的 Dressed 截面以及拟合结果。带误差条的黑点为两个道加权平均之后的 Dressed 截面，蓝色实线为连续过程拟合结果。

Figure 4-25 The combined Dressed cross section and corresponding fitting result of the combined Dressed cross sections of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$. The black dots with error bars are the combined Dressed cross sections. The solid blue lines are the continuum fitting results.

定为仅考虑连续过程贡献得到的中心值， $\psi(3770)$ 的共振参数 M 、 Γ_{tot} 和 $\Gamma_{e^+e^-}$ 固定为 PDG2020 中的相应值^[34]。我们对 $B_{\phi\eta'}$ 和 Φ 分别从 0 到 2.3×10^{-3} 和 0 到 2π 以步长 7.6×10^{-6} 和 0.02 进行扫描。图4-26展示了扫描结果，其中颜色表示公式 (4-10) 中定义的 χ^2 值。 i 倍误差的轮廓线定义为 $\chi_{\min}^2 + i^2$ ^[216]，其中 $\chi_{\min}^2$ 是 χ^2 最小值。参数一和参数二同时取一倍误差轮廓线内值的概率为 39.3%。扫描得到的两个最小值对应的拟合结果展示在图4-24 (b) 和4-24 (c) 中。通过比较包含和不包含 $\psi(3770)$ 振幅拟合得到的 χ^2 值 ($\Delta\chi^2 = 4.4$)，并考虑自由度变化 ($\Delta\text{ndf} = 2$)，得到 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的显著性小于 2σ 。统计显著性基于似然比检验计算，

$$T = -2\ln\left(\frac{L_{\text{null}}}{L_{\text{alt}}}\right), \quad (4-11)$$

其中 L_{null} (对于 χ^2 拟合, $\ln L = \ln L_{\text{max}} + \frac{\chi^2}{2}$) 是基于零假设 (无 $\psi(3770)$ 贡献, $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta') = 0$) 的最大似然值, L_{alt} 是基于备择假设 ($B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta') > 0$) 的最大似然值。自由度的差别是 2 (Φ 和 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$)，因此根据 Wilks 定理, T 收敛于 χ^2 分布 (自由度 n.d.f. = 2), p 值可由下式计算，

$$p = \text{Prob}(\chi^2(\text{n.d.f.} = 2) > T), \quad (4-12)$$

然后我们可以将 p 值转换为显著性。

如图4-26所示，对应于最小 χ^2 值的参数 $B_{\phi\eta'}$ 和 Φ 分别为 (4.6×10^{-6} , 2.0 弧度) 和 (1.9×10^{-3} , 4.7 弧度)。这两种解对应的 $\chi_{\min}^2$ 均为 48。然而，这两

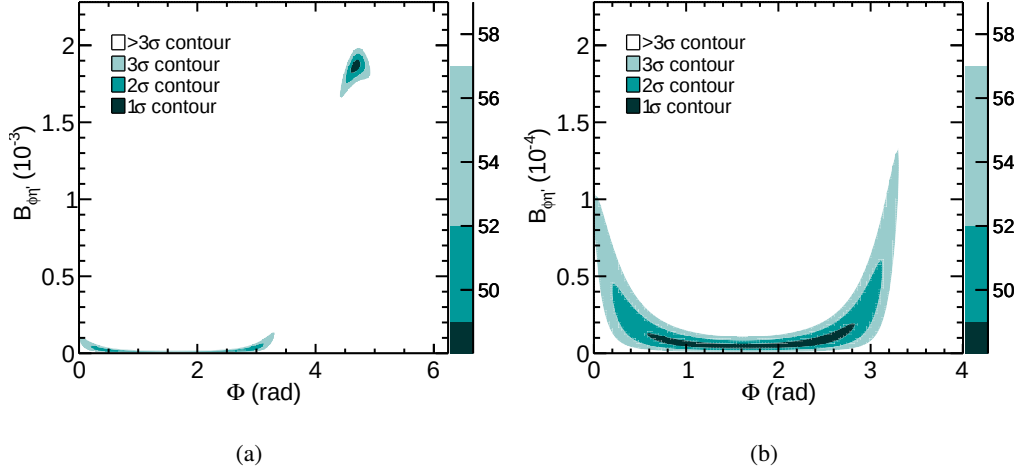


图 4-26 参数 $B_{\phi\eta'}$ 和 Φ 的二维扫描结果。在 (a) 中, y 轴范围从 0 到 2.3×10^{-3} , 右上角的误差轮廓线对应图 4-24 (c), 底部误差轮廓线对应图 4-24 (b); 在 (b) 中, y 轴范围从 0 到 2.3×10^{-4} (图 (b) 是图 (a) 的子图)。图中的颜色表示不同 σ 区间内的 χ^2 值, 定义见公式 (4-10)。

Figure 4-26 The two-dimensional scan result of the parameters $B_{\phi\eta'}$ and Φ . In (a), the y -axis is from 0 to 2.3×10^{-3} , and the upper right contour corresponds to Figure 4-24(c) and the bottom contour corresponds to Figure 4-24(b), respectively; in (b), the y -axis is from 0 to 2.3×10^{-4} (Plot (b) is the subset of plot (a)). The color in the figure represents the value of χ^2 in different σ intervals defined in Eq.(4-10).

种解对应于不同的线形, 但它们并不是文献^[221]中讨论的多解问题。两个不同线形得到相同的 $\chi^2_{\min}$ 是由于 $\psi(3770)$ 附近缺乏数据以及截面测量的不确定性导致的。对于拟合参数 $B_{\phi\eta'} = 1.9 \times 10^{-3}$, $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 的截面与连续过程过程的截面处于同一数量级, 如图 4-24(c) 所示。由于相消干涉, 在连续过程过程的预期之上出现了一个小的结构, 在 $e^+e^- \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$, $\omega\pi^0$ 和 $\omega\eta$ 过程中观察到类似现象^[213,222,223]。考虑到 $\psi(3770) \rightarrow$ 轻强子末态的截面远小于连续过程到相同末态的截面, 我们排除了与连续过程截面相对的非物理解。物理解位于 1σ 误差轮廓线内, 即 $B_{\phi\eta'} \in [0.3, 1.9] \times 10^{-5}$ 且 $\Phi \in [0.6, 2.8]$ 弧度, 如图 4-26 (b) 所示。

4.8 输入输出检查

为了验证我们的拟合程序没有问题, 我们使用 Toy MC 进行输入输出检查。我们按照一定的质心系能量间隔, 分别在 3.511、3.867、4.219 和 4.600 GeV 使用 Toy MC 进行输入输出检查。Pull 分布定义为,

$$\text{Pull} = \frac{N(\text{input}) - N(\text{output})}{\sigma_{N(\text{output})}}, \quad (4-13)$$

其中 $N(\text{input})$, $N(\text{output})$ 分别是输入和拟合得到的输出信号事例数, $\sigma_{N(\text{output})}$ 是拟合得到的信号事例数统计误差。

图 4-27 展示了使用 Toy MC 进行输入输出检查得到的信号产额的 Pull 分布。

在本分析中，分别使用 100 组 Toy MC 样本在 3.511、3.867、4.219 和 4.600 GeV 处进行了输入输出检查。从 Pull 分布可以看出，每个能量点得到的 Pull 在误差范围内都符合正态分布，说明拟合结果稳定，没有系统偏移。

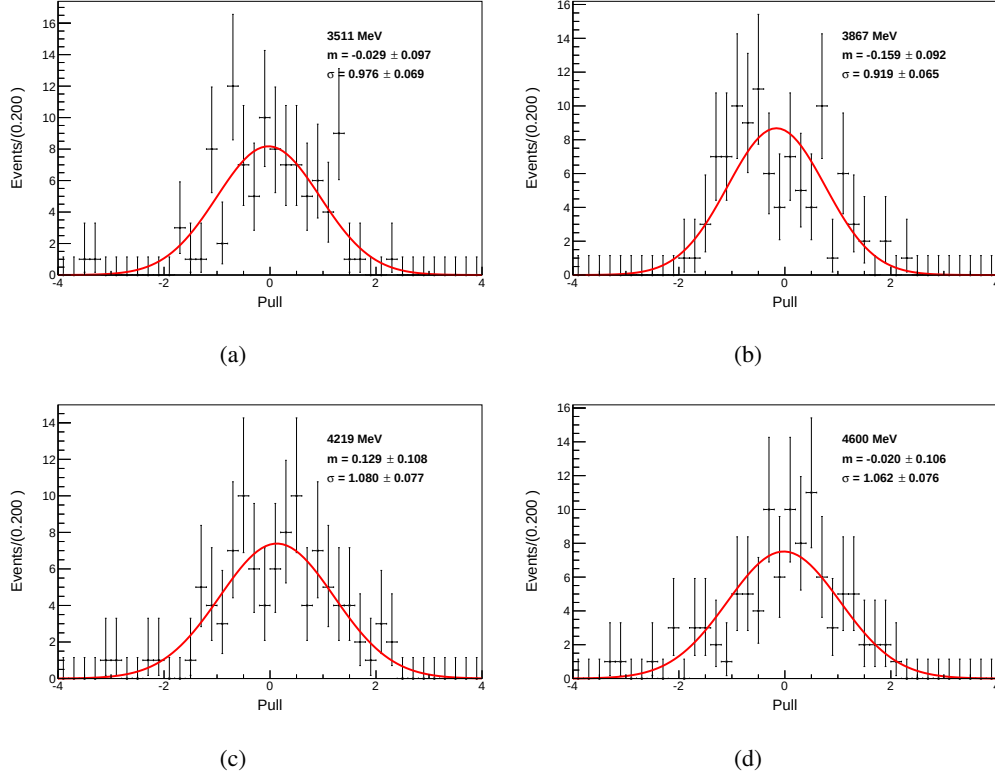


图 4-27 使用 Toy MC 在 3.511(a), 3.867(b), 4.219(c), 4.600(d) GeV 处进行输入输出检查时信号产额的 Pull 分布。

Figure 4-27 The pull distributions of signal yield from the I/O check using the Toy MC at 3.511(a), 3.867(b), 4.219(c), 4.600 GeV(d).

4.9 系统误差

在 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面测量中，系统不确定性被分为两类：相关项和不相关项。（相关项表示两个衰变道的系统不确定性相同，不相关项表示两个衰变道的系统不确定性不同。）相关项包括亮度测量、径迹重建效率、光子重建效率和 ϕ 衰变分支比。不相关项包括 η 重建效率、 η' 衰变分支比、 η 衰变分支比、 ϕ 和 η' 的质量窗口、运动学拟合、信号形状和本底形状。

4.9.1 积分亮度

本分析中使用的数据样本的积分亮度通过大角度 Bhabha 事例测量，除了 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 处的数据样本（不确定性为 0.47%^[157]），其它数据样本的积分亮度不确定性估计为 1.0%^[209–211]。

4.9.2 径迹重建效率

MDC 径迹重建的不确定性已经通过高纯度控制样本在不同横向动量范围和 $\cos \theta$ 范围内进行了研究^[172,173]。每条径迹重建的系统不确定性为 1.0%，总计为 4.0%。

4.9.3 光子重建

光子重建的系统不确定性已在之前发表的关于 J/ψ 和 $\psi(2S)$ 衰变的文章中得到了充分研究^[174,175]。通过研究 $J/\psi \rightarrow \rho^0 \pi^0$ 等已知衰变的光子探测效率以及 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ 过程，确定每个光子重建的不确定性为 1.0%。

4.9.4 η 重建

η 重建的系统不确定性通过使用高纯度控制样本 $J/\psi \rightarrow \eta p \bar{p}$ 衰变过程确定^[224]。 η 重建效率通过加与不加 η 的选择条件拟合 η 的不变质量谱得到信号产额，再计算信号产额的比值得到。数据和 MC 模拟的 η 重建效率差别估计为系统误差，值为 1.0%。

4.9.5 ϕ 、 η' 和 η 衰变的分支比

$B(\phi \rightarrow K^+K^-)$ 、 $B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)$ 、 $B(\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$ 和 $B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$ 的系统不确定性从 PDG2020 引用，分别是 1.0%、1.4%、1.2% 和 0.5%^[34]。

4.9.6 ϕ 候选者的质量窗口

使用 $\psi(3686) \rightarrow \phi\eta'$ 过程作为控制道，估计 ϕ 质量窗口带来的系统不确定性。我们使用 HELAMP 1000-10 模型产生 $10^5 \psi(3686) \rightarrow \phi\eta'$ 的信号 MC 事例。在加了和信号道相同的事例选择条件后，采用双高斯函数描述信号，本底由二阶切比雪夫多项式描述。 ϕ 的拟合区间取为 [0.99, 1.06] GeV。对控制道中 $M(K^+K^-)$ 的拟合结果如图4-28所示。这里使用和前一章中完全相同的方法估计质量窗口引入的系统误差。根据拟合结果，对于衰变道 I， $\epsilon_{MC}^{M(K^+K^-)} = (99.57 \pm 0.03)\%$ ， $\epsilon_{data}^{M(K^+K^-)} = (98.77 \pm 0.15)\%$ 。可以得到 $f^{M(K^+K^-)} = 1.0081 \pm 0.0016$ ， $|\frac{\Delta f^{M(K^+K^-)}}{\sigma_{f^{M(K^+K^-)}}}| = 5.1$ 。因此 $\sigma_{f^{M(K^+K^-)}} = 0.0016$ 作为系统误差，并赋值 $f^{M(K^+K^-)} = 1.0081$ 。对效率进行修正， $\epsilon = \epsilon/f^{M(K^+K^-)}$ 。对于衰变道 II， $\epsilon_{MC}^{M(K^+K^-)} = (99.46 \pm 0.04)\%$ ， $\epsilon_{data}^{M(K^+K^-)} = (98.84 \pm 0.34)\%$ 。可以得到 $f^{M(K^+K^-)} = 1.0063 \pm 0.0035$ ， $|\frac{\Delta f^{M(K^+K^-)}}{\sigma_{f^{M(K^+K^-)}}}| = 1.8$ 。因此 $\sigma_{f^{M(K^+K^-)}} = 0.0035$ 作为系统误差，并赋值 $f^{M(K^+K^-)} = 1.0063$ 。对效率进行类似修正。

当我们研究 ϕ 质量窗口的系统不确定性时，已经考虑了由效率的二项分布（有限的 MC 统计量）引起的系统不确定性。这相当于我们已经在 ϕ 质量窗口的系统不确定性中考虑了 MC 统计量引入的系统不确定性。

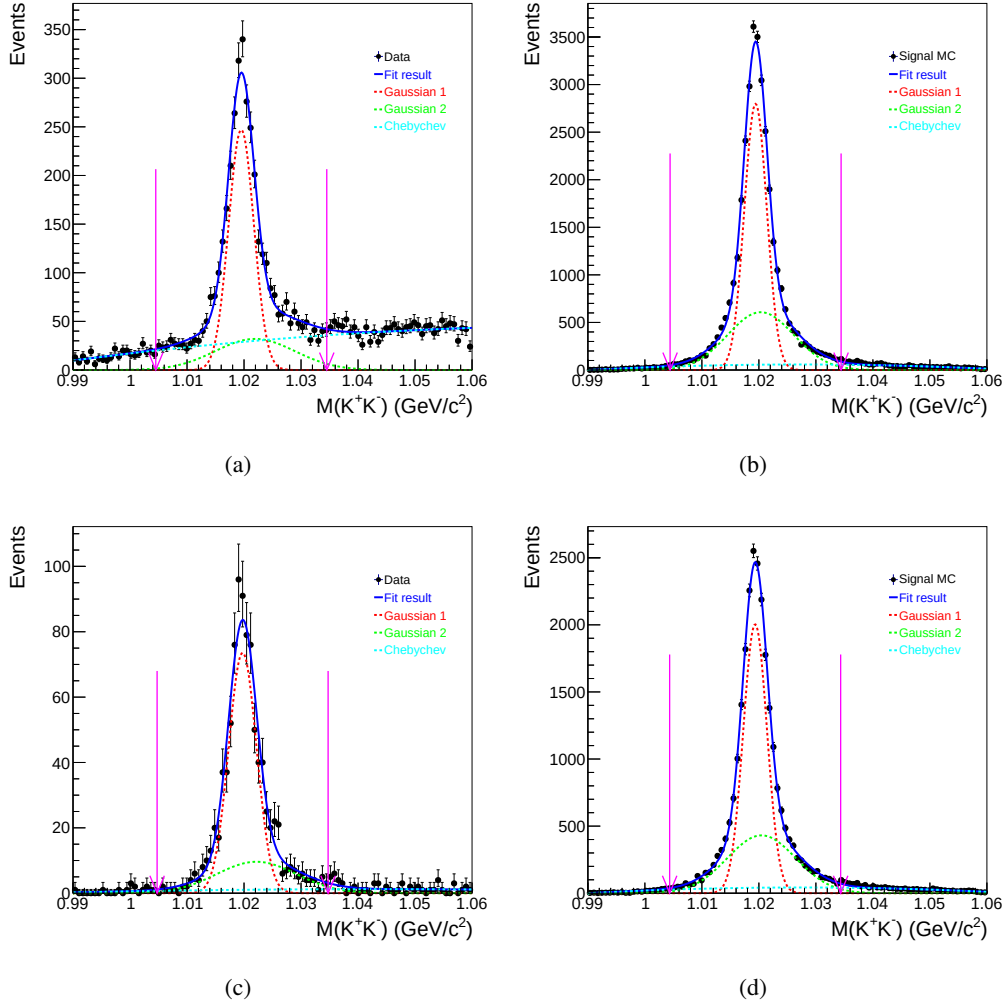


图 4-28 对于衰变道 I，控制道数据 (a) 和信号 MC (b) 中 $M(K^+K^-)$ 的拟合结果。对于衰变道 II，相同的拟合结果 (c, d)。蓝色实线表示总拟合结果，红色和绿色虚线表示信号贡献，青色虚线表示本底贡献。

Figure 4-28 The fitting result of $M(K^+K^-)$ based on data (a), and signal MC (b) in control sample for decay mode I and the same fitting results for decay mode II(c, d). The blue solid line represents the total fit. The red and green dashed line represent the signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

4.9.7 η' 候选者的质量窗口

使用和估计 ϕ 质量窗口相同的控制道, $\psi(3686) \rightarrow \phi\eta'$, 估计 η' 候选者的质量窗口引入的系统误差。加了和信号道相同的事例选择条件后, 采用双高斯函数描述信号, 本底由二阶切比雪夫多项式描述。对控制道中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果如图4-29所示。根据拟合结果可知, 对于衰变道 I, $\epsilon_{MC}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = (97.29 \pm 0.08)\%$, $\epsilon_{data}^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = (96.66 \pm 0.30)\%$ 。可以得到 $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = 1.0065 \pm 0.0032$, $|\frac{\Delta f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}{\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}}}| = 2.0$ 。因此把 $\sigma_{f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}} = 0.0032$ 作为系统误差, 并赋值 $f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)} = 1.0065$ 。对效率进行修正 $\epsilon = \epsilon/f^{M(\gamma\pi^+\pi^-)}$ 。对于衰变道 II, $\epsilon_{MC}^{M(\eta\pi^+\pi^-)} = (99.14 \pm 0.06)\%$, $\epsilon_{data}^{M(\eta\pi^+\pi^-)} = (98.12 \pm 0.43)\%$ 。可以得到 $f^{M(\eta\pi^+\pi^-)} = 1.0104 \pm 0.0045$, $|\frac{\Delta f^{M(\eta\pi^+\pi^-)}}{\sigma_{f^{M(\eta\pi^+\pi^-)}}}| = 2.3$ 。因此把 $\sigma_{f^{M(\eta\pi^+\pi^-)}} = 0.0045$ 作为系统误差, 并赋值 $f^{M(\eta\pi^+\pi^-)} = 1.0104$ 。对效率进行修正 $\epsilon = \epsilon/f^{M(\eta\pi^+\pi^-)}$ 。

4.9.8 运动学拟合

在本分析中, 为了减少数据与 MC 模拟之间的差异, 对运动学拟合中径迹的螺旋线参数进行了修正^[176]。修正前后信号 MC 效率的差异视为运动学拟合的系统误差。 π^+ 、 π^- 、 K^+ 、 K^- 的修正因子通过控制样本 $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-$ 的 Pull 分布提取, 列于表4-11。

修正之前信号 MC 的效率为 ϵ , 修正之后效率变为 ϵ_{cor} 。我们使用公式 $|\frac{\epsilon_{cor}-\epsilon}{\epsilon_{cor}}|$ 来计算系统不确定性。运动学拟合引起的系统不确定性对于衰变道 I 和 II 分别为 1.19% 和 0.71%。修正后使用 ϵ_{cor} 作为默认效率。

表 4-11 π^+ 、 π^- 、 K^+ 、 K^- 的螺旋线修正参数。

Table 4-11 The helix parameters correction factors for π^+ 、 π^- 、 K^+ 、 K^- 。

		π^+	π^-	K^+	K^-
ϕ_0	$m^{data} - m^{MC}$	-0.02	-0.01	-0.08	0.06
	$\frac{\sigma^{data}}{\sigma^{MC}}$	1.15	1.16	1.17	1.16
κ	$m^{data} - m^{MC}$	0.42	-0.36	0.37	-0.43
	$\frac{\sigma^{data}}{\sigma^{MC}}$	1.14	1.13	1.12	1.11
$\tan \lambda$	$m^{data} - m^{MC}$	0.07	0.08	0.06	0.07
	$\frac{\sigma^{data}}{\sigma^{MC}}$	1.09	1.09	1.07	1.09

4.9.9 信号形状

在拟合中, 信号形状由信号 MC 模拟的形状卷积高斯函数描述, 以考虑数据与 MC 模拟在质量分辨上的差异。对于衰变道 I, 大多数能量点的高斯函数和多项式的参数在拟合中放开, 因此这些能量点没有信号形状引入的系统不确定性。

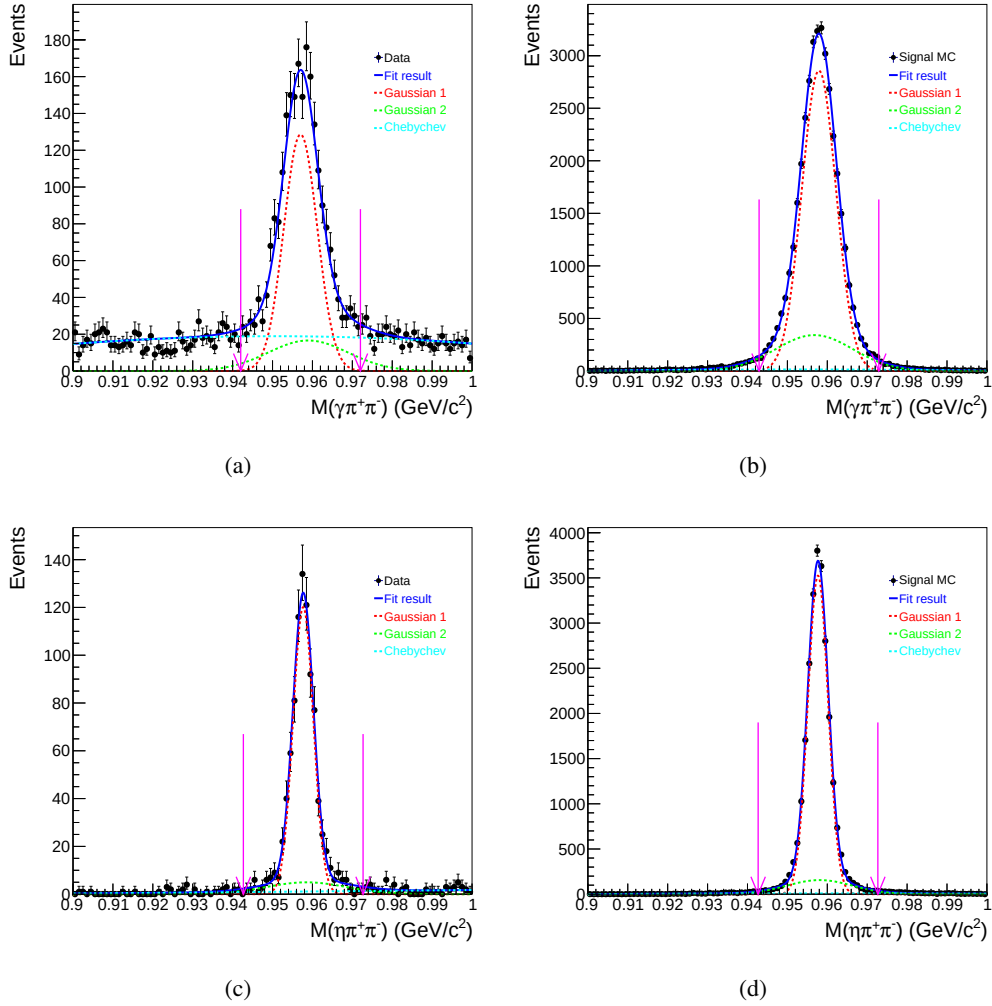


图 4-29 对于衰变道 I，控制道中数据 (a) 和信号 MC (b) 中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果。对于衰变道 II，对 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果 (c, d)。蓝色实线表示总拟合结果，红色和绿色虚线表示信号贡献，青色虚线表示本底贡献。

Figure 4-29 The fitting result of $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ based on data (a), and signal MC (b) in control sample for decay mode I and the fitting result of $M(\eta\pi^+\pi^-)$ based on data (c), and signal MC (d) in control sample for decay mode II. The blue solid line represents the total fit. The red and green dashed line represent the signal contributions. Background contributions are described by the cyan dashed line.

但由于统计量较低, 在 $\sqrt{s} = 3.670, 3.867, 3.871, 4.278, 4.308, 4.467, 4.527, 4.699, 4.740, 4.918$ 和 4.951 GeV 的拟合中, 高斯函数的参数被固定为从统计量较大的邻近能量点拟合中得到的值。我们把高斯函数的宽度和均值在各自的一倍误差范围内变动, 重新拟合数据得到信号产额, 信号产额之间的最大差异被视为信号形状的系统不确定性。相应结果列于表4-12。为了方便后续将两个衰变道的系统不确定性联合起来, 我们根据数据样本的亮度对信号形状的系统不确定性进行了加权平均, 最终加权平均后的系统不确定性为 1.6%。

表 4-12 信号形状引起的系统不确定性。 N1 是拟合得到的信号事例数, N2 是改变信号形状后拟合得到的信号事例数。信号形状引入的系统不确定性为: $\Delta N' = |\frac{N1-N2}{N1}|$ 。

Table 4-12 The systematic uncertainty caused by the signal shape. N1 is the nominal fitting results of signal events, N2 is the fitting result of signal events with changing signal shape. The systematic uncertainty introduced by signal shape is: $\Delta N' = |\frac{N1-N2}{N1}|$.

E_{CM} (GeV)	N1	N2	$\Delta N'$
3.670	13.17	13.06	0.84%
3.867	8.78	8.91	1.48%
3.871	19.90	19.94	0.20%
4.278	7.90	7.64	3.29%
4.308	1.90	1.89	0.53%
4.467	4.82	4.72	2.07%
4.527	6.64	6.59	0.75%
4.699	16.65	16.51	0.84%
4.740	11.34	11.05	2.56%
4.918	9.43	9.09	3.61%
4.951	6.38	6.33	0.78%

对于衰变道 II, 由于本底非常小, 所有能量点的高斯函数参数在拟合中都放开, 并且都能得到收敛的结果。因此, 衰变道 II 中没有由信号形状引起的系统不确定性。

4.9.10 本底形状

在拟合中, 本底形状由一阶切比雪夫多项式描述。为了估计其不确定性, 使用二阶切比雪夫多项式重新拟合数据。为了避免统计不确定性的影响, 仅使用 $3.773, 4.178, 4.420$ 和 4.680 GeV (高统计量) 的数据样本来估计本底形状参数化引起的系统不确定性。不同本底形状参数化之间的信号产额的最大差异被视为系统不确定性, 对于衰变道 I 和 II 分别是 1.4% 和 2.7% (这里和前文类似, 根据数据的亮度对系统误差进行了加权平均, 方便之后对两个道系统误差的联合)。

4.9.11 拟合区间

为了验证我们选择的拟合区间无偏，我们分别将拟合区域增加 10、20 MeV 和减少 10、20 MeV，并比较衰变道 I 和 II 的信号产额的差异。结果如表4-13和表4-14所示。可以看出，在信号产额的误差范围内，多次改变拟合区间得到的结果一致，表明我们选择的拟合区间无偏，因此对衰变道 I 和 II 不需要考虑拟合区间引入的系统不确定性。

表 4-13 衰变道 I 不同拟合区间的拟合结果。Nsignal 是拟合的信号事例数，Nsignal_{err} 是拟合信号事例数的误差。

Table 4-13 Fitting results with different fitting regions for decay mode I. Nsignal is the number of the fitting events, and Nsignal_{err} is the error in the number of the fitting events.

E_{CM} (GeV)	拟合区间 (GeV)	Nsignal	Nsignal _{err}
3.773	[0.90, 1.00]	538.79	24.88
3.773	[0.89, 1.00]	541.30	24.94
3.773	[0.90, 1.01]	543.37	24.73
3.773	[0.91, 1.00]	534.26	24.89
3.773	[0.90, 0.99]	544.94	25.53
3.773	[0.88, 1.00]	541.08	24.91
3.773	[0.90, 1.02]	544.64	24.66
3.773	[0.91, 0.99]	535.43	25.09

表 4-14 衰变道 II 不同拟合区间的拟合结果。Nsignal 是拟合的信号事例数，Nsignal_{err} 是拟合信号事例数的误差。

Table 4-14 Fitting results with different fitting regions for decay mode II. Nsignal is the number of the fitting events, and Nsignal_{err} is the error in the number of the fitting events.

E_{CM} (GeV)	拟合区间 (GeV)	Nsignal	Nsignal _{err}
3.773	[0.90, 1.00]	236.95	15.58
3.773	[0.89, 1.00]	234.56	15.43
3.773	[0.90, 1.01]	239.40	15.63
3.773	[0.91, 1.00]	237.23	15.60
3.773	[0.90, 0.99]	238.09	15.78
3.773	[0.88, 1.00]	232.27	15.60
3.773	[0.90, 1.02]	238.18	15.08
3.773	[0.91, 0.99]	238.32	15.74

4.9.12 非 ϕ 峰值本底

为了估计 $K^+K^-\eta'$ 本底的影响，我们使用平线形产生了 $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta'$ 的 MC 样本。然后，我们对 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(K^+K^-)$ 进行二维 (2D) 拟合。信号和

$K^+K^-\eta'$ 的贡献分别由基于 MC 形状抽取的 2D HistPdf 描述, 本底由 2D 切比雪夫多项式描述, 拟合结果如图4-30所示。二维拟合得到的信号事例数为 539.5 ± 24.1 , 与未考虑 $K^+K^-\eta'$ 贡献的一维拟合结果 (538.8 ± 24.9) 在误差范围内一致。所以非 ϕ 峰值本底引入的系统不确定性估计为 0.1%, 可以忽略。

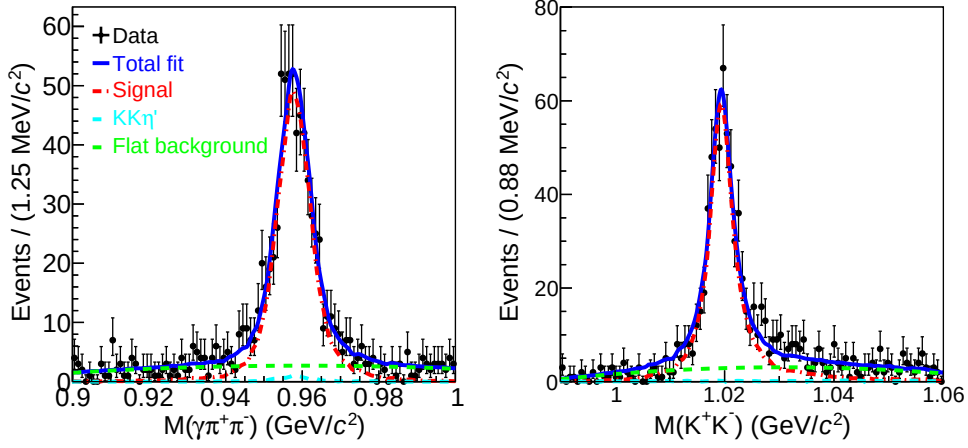


图 4-30 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 处 $\gamma\pi^+\pi^-$ 和 K^+K^- 的二维不变质量谱拟合结果。带误差棒的黑点表示数据, 红色虚线表示信号 MC 形状, 青色虚线表示 $K^+K^-\eta'$ MC 形状, 绿色虚线表示平本底贡献, 蓝色实线表示总拟合结果。

Figure 4-30 Two-dimensional fitting result of invariant mass distributions of $\gamma\pi^+\pi^-$ and K^+K^- at $\sqrt{s} = 3.773$ GeV. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC shape, cyan dash line represents $K^+K^-\eta'$ MC shape, flat background contribution is described by the green dashed line and blue solid line represents the total fit.

4.9.13 系统不确定性的联合

假设通过函数 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)^T$ 可以得到 m 个间接测量值, 其中 Y 是直接测量量 X 的函数:

$$Y_k = Y_k(X) = Y_k(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (4-14)$$

那么协方差矩阵 $V(Y)$ 可以通过以下公式计算,

$$V(Y) = S V(X) S^T, \quad (4-15)$$

其中, S 是 $m \times n$ 阶偏导数矩阵,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial Y_1}{\partial X_1} & \frac{\partial Y_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial Y_1}{\partial X_n} \\ \frac{\partial Y_2}{\partial X_1} & \frac{\partial Y_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial Y_2}{\partial X_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Y_m}{\partial X_1} & \frac{\partial Y_m}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial Y_m}{\partial X_n} \end{pmatrix}.$$

根据公式 4-4, 可以得到偏导数 $\frac{\partial Y}{\partial X_1}$ 和 $\frac{\partial Y}{\partial X_2}$ 分别为 $\frac{w_1}{w_1+w_2}$ 和 $\frac{w_2}{w_1+w_2}$, 其中 w_1 和 w_2 分别是 $B(\eta' \rightarrow \gamma\pi\pi) \cdot \epsilon_1$ 和 $B(\eta' \rightarrow \eta\pi\pi) \cdot B(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \cdot \epsilon_2$. 第 i 项系统不确定

性 δ^i 通过公式 4-15 进行联合,

$$(\delta^i)^2 = \frac{1}{(w_1 + w_2)^2} \begin{pmatrix} w_1 & w_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{11}^i & V_{12}^i \\ V_{21}^i & V_{22}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \frac{w_1^2 V_{11}^i + w_2^2 V_{22}^i + 2w_1 w_2 V_{12}^i}{(w_1 + w_2)^2}, \quad (4-16)$$

其中 $V_{km}^i = \rho_{km}^i \delta_k^i \delta_m^i$, ρ_{km}^i 是第 i 项原始系统不确定性的相关系数, δ_k^i 或 δ_m^i 是两个衰变道第 k 列或第 m 列的原始系统不确定性。公式 4-16 可以简化为,

$$\delta^i = \frac{\sqrt{(w_1 \delta_1^i)^2 + (w_2 \delta_2^i)^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12}^i \delta_1^i \delta_2^i}}{w_1 + w_2}. \quad (4-17)$$

总的系统不确定性 δ 为,

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=13} (\delta^i)^2}. \quad (4-18)$$

对于亮度测量、径迹重建效率、光子重建效率以及 ϕ 衰变分支比的系统不确定性, $\rho_{12}^1 = 1$, 其它系统误差关联系数都是 0。由此可以得到总的系统不确定性, 如表4-15所示。

4.9.14 系统不确定性总结

所有系统不确定性列在表4-15中, 总的系统不确定性通过将所有单独的系统不确定性平方和相加开根号得到, 假设它们之间没有相关性。

4.10 分支比上限估计

在 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面中未观察到明显的 $\psi(3770)$ 贡献, 如图4-24 所示。基于贝叶斯方法^[177], 在考虑系统不确定性的情况下, 计算了 $B_{\phi\eta'}$ 在 90%C.L. 下的上限。使用最小二乘法拟合 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面, 并构造了拟合估计量 Q^2 ,

$$Q^2 = \sum_j \frac{(\sigma_j - \sigma_j^{\text{fit}})^2}{\zeta_j^2}, \quad (4-19)$$

其中 σ_j 和 σ_j^{fit} 和公式 (4-10) 的定义相同, ζ_j 包括截面测量的统计误差和非关联系统误差, 假设它们相互独立平方和相加开根号。通过改变参数 $B_{\phi\eta'}$ 得到 Q^2 的分布。然后构建似函数, $L'(B_{\phi\eta'}) = e^{-0.5Q^2}$ 。归一化的似然函数分布用高斯函数进行平滑处理, 其均值为 ϵ_0 , 标准差为 $\delta_{\epsilon_0} = \epsilon_0 \times \delta_{\text{sys}}^{\text{cor}}$, 其中 δ_{ϵ_0} 和 $\delta_{\text{sys}}^{\text{cor}}$ 分别为绝对和相对关联系统误差。归一化似然函数定义为,

$$L(B_{\phi\eta'}) = \int_0^1 L'\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \cdot B_{\phi\eta'}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_{\epsilon_0}} e^{-\frac{(\epsilon - \epsilon_0)^2}{2\delta_{\epsilon_0}^2}} d\epsilon, \quad (4-20)$$

其中 ϵ_0 是通过信号 MC 模拟得到的效率。

表 4-15 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 面测量中的系统不确定性总结。

 Table 4-15 Summary of systematic uncertainties (%) in the measurement of the cross section of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$.

来源	系统不确定性 (%)		
	$\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-$	$\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$	联合值
亮度测量	1.0	1.0	1.0
径迹重建	4.0	4.0	4.0
光子重建	1.0	2.0	1.3
$B(\phi \rightarrow K^+K^-)$	1.0	1.0	1.0
η 重建	-	1.0	0.3
$B(\eta' \rightarrow \gamma\pi^+\pi^-)$	1.4	-	1.0
$B(\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$	-	1.2	0.4
$B(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$	-	0.5	0.2
ϕ 质量窗口	0.2	0.4	0.2
η' 质量窗口	0.3	0.5	0.3
运动学拟合	1.2	0.7	0.9
本底形状	1.4	2.7	1.3
信号形状	1.6	-	1.1
总计	5.2	5.7	5.0

$B_{\phi\eta'}$ 在 90% C.L. 下的上限值 $B_{\phi\eta'}^{\text{up}}$ ，通过以下公式给出，

$$\int_0^{B_{\phi\eta'}^{\text{up}}} L(B_{\phi\eta'}) dB_{\phi\eta'} = 0.9 \int_0^\infty L(B_{\phi\eta'}) dB_{\phi\eta'}. \quad (4-21)$$

在拟合函数（公式（4-5））中， $\psi(3770)$ 的质量和总宽度均固定为 PDG 中心值， $3773.7 \pm 0.4 \text{ MeV}$ 和 $27.2 \pm 1.0 \text{ MeV}$ ^[34]。考虑到质量和总宽度测量误差对上限的影响。在质量和总宽度的中心值基础上，分别增加和减少一倍 σ （ σ 为质量和总宽度测量的误差），得到 9 种质量和宽度的组合（ 3×3 ），并从中选择 $B_{\phi\eta'}$ 最大的一组上限值。图4-26中的一倍误差轮廓线显示， $B_{\phi\eta'}$ 的最大值在 $\Phi = 2.81$ 弧度附近。为了获得更保守的上限，在确定 $B_{\phi\eta'}$ 的上限时，相位 Φ 被固定为 2.81 弧度。归一化似然函数分布如图4-31所示，得到 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的分支比 90% C.L. 下上限为 2.3×10^{-5} 。

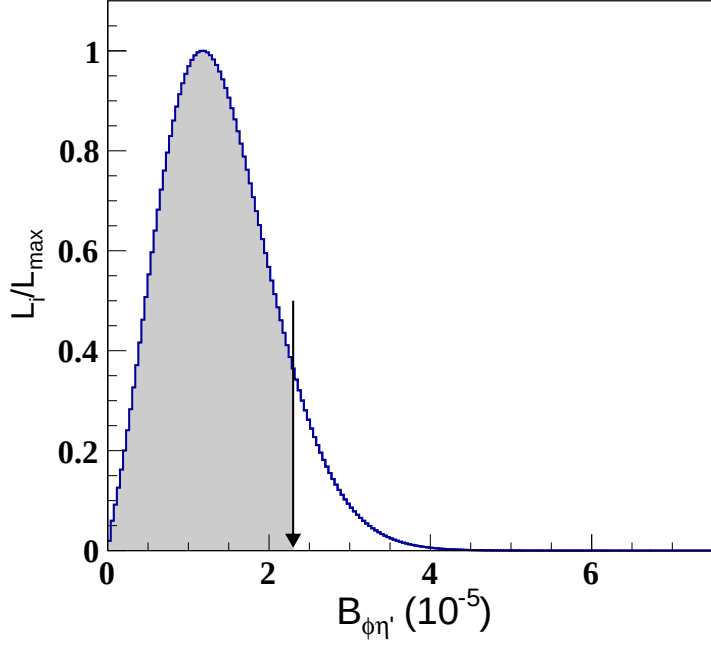


图 4-31 似然函数随 $B_{\phi\eta'}$ 的分布图，相位 Φ 固定为 2.81 弧度。黑色箭头表示 90% C.L. 对应的结果。

Figure 4-31 The distribution of the likelihood versus $B_{\phi\eta'}$, with the phase Φ fixed to 2.81 rad. The black arrow shows the result corresponding to the 90% C.L. .

4.11 结果和讨论

在质心能量从 3.508 GeV 到 4.951 GeV 的范围内，本文报告了对 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量。表4-10中的结果显示，截面值范围从 0.71 ± 0.20 pb 到 7.46 ± 1.20 pb (不确定性包括统计和系统不确定性)，这与 NJL 模型^[185] 预测的 45 – 75 pb 差别较大，实验上得到的截面都比 NJL 模型预言的低了一个数量级。通过对截面进行拟合，得到的描述截面随质心系能量变化的幂参数为 $n = 4.35 \pm 0.14$ ，与 NJL 模型的预测值 $n = 3.5 \pm 0.9$ ^[185] 在误差范围内符合 (仅包含系统不确定性)。

前面提到由于之前的理论研究中缺少高精度的实验数据，非局域的 NJL 模型在计算 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面时做了一些近似，例如没有引入描述夸克和介子相互作用的形状因子，只考虑 η' 的味道单态和八重态的混合。但是我们知道在非局域的 NJL 模型中描述夸克和介子相互作用的形状因子很重要，不同的形状因子直接导致振幅的不同，特别是当介子的动量较大时，形状因子的选择十分重要。因此之前理论上的近似可能是导致理论预言的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面和实验测量值不符合的原因。本文提供的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的高精度测量结果，要求理论学家用 NJL 模型计算 $e^+e^- \rightarrow VP$ 过程截面时考虑形状因子并且对形状因子的确定也会提供更强的约束，同时在振幅中考虑虚部的贡献得到更完善的理论模型，从而提升 NJL 模型在该能区对 $e^+e^- \rightarrow VP$ 过程截面的计算精度。

通过对测量的 Dressed 截面进行拟合，我们还寻找了 $\psi(3770)$ 无粲衰变 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ ，其显著性低于 2σ 。 $\psi(3770)$ 分支比 $B_{\phi\eta'}$ 的 90% C.L. 下的上限为 2.3×10^{-5} ，

这与 S 波和 D 波混合模型预测的 0.5 到 $3.5(\times 10^{-5})$ ^[204,205] 不矛盾。这表明, S 波和 D 波混合机制可能在解释 J/ψ 、 $\psi(2S)$ 和 $\psi(3770)$ 衰变中的“ $\rho\pi$ 疑难”中起重要作用^[202,203]。但是我们测量的分支比上限值远低于 Y.J. Zhang 等人在有效场论框架下, 考虑了中间 D, D^* 介子 s 道和 t 道的重散射以及单 OZI 压低的跃迁振幅, 计算得到的分支比 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta') = 3.78 \times 10^{-4}$ ^[207]。在计算中他们利用实验测量的 $\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi, \phi\eta$ 的分支比和 $\rho\pi$ 的分支比上限值固定了模型中部分参数。由于文章中使用的 $B(\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi) = (9 \pm 4) \times 10^{-4}$, $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta) = (3.1 \pm 0.7) \times 10^{-4}$ ^[34], 分支比的精度都较低, 可能造成固定的参数中心值与真实值存在明显差异, 导致理论预期的分支比较大。

我们得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta')$ 的上限在 10^{-5} 量级, 和之前实验上对 $\psi(3770)$ 非粲衰变的寻找相结合, 为理解 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变提供了重要实验输入。但是单举测量和遍举测量得到的 $\text{non} - D\bar{D}$ 分支比的不一致依旧无法解释。要完全理解 $\psi(3770)$ 的结构和衰变性质, 还需要进一步开展实验和理论相关研究。目前 BESIII 实验已经在 $\psi(3770)$ 共振峰附近 3.768 和 3.780 GeV 采集了总计 800 pb^{-1} 的数据样本, 结合这些数据寻找更多 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变同时降低实验测量分支比的误差将帮助我们理解 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变单举测量和遍举测量的不一致。这种不一致可能来自实验测量的偏差、存在尚未观测到的 $\psi(3770)$ 非粲衰变过程、或者该能区存在新的结构以及尚未考虑的动力学效应。因此, 实验上后续对大量遍举过程的寻找和高精度测量具有非常重要的物理意义, 它将帮助我们将回答上述问题, 加深我们对 $\psi(3770)$ 结构和衰变性质的理解。

第5章 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程时间依赖的 CP 破坏参数的灵敏度研究

5.1 背景介绍

标准模型下的 CP 破坏起源于 CKM 矩阵中不可约的复相位^[71]，对 CKM 幺正三角形三个角 ϕ_1 、 ϕ_2 和 ϕ_3 的测量，相当于从不同方面对 CKM 矩阵中唯一的 CP 破坏相位进行测量，可以对 CKM 幺正三角形的幺正性进行检验。如果存在新物理，额外的相位可能导致幺正三角形的幺正性存在一定程度的破坏，这将成为新物理存在的明确证据。尽管目前三个角的测量的结果在误差范围内满足幺正性的要求，但是受限于实验的测量精度，在 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的振幅中允许存在大约 $\mathcal{O}(10\%)$ 新物理的贡献^[225-227]。因此，实验上进一步提升 CKM 幺正三角形三个角的测量精度，可以对新物理存在的参数空间提供 stronger 的约束。

在幺正三角形的六个可观测量中 ϕ_2 ， $\phi_2 = \arg(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}) = (84.1_{-3.8}^{+4.5})^\circ$ ^[34]，是继 LHCb 发布 ϕ_3 最新测量结果之后^[228]，不确定性最大的一个观测量。实验上可以通过对 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程进行时间依赖的 CP 对称性测量提取 ϕ_2 ，但是该过程一般都会包含一个或多个 π^0 ，LHCb 实验很难对包含 π^0 的过程进行测量。因此，精确测量 ϕ_2 成了日本超级 B 工厂一个重要的物理目标。

在 e^+e^- 对撞中，当能量处于 $\Upsilon(4S)$ 共振态时，会通过 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ 过程产生一个量子纠缠的 $B^0 \bar{B}^0$ 对。当一个 B 介子在固有时 t_{CP} 处衰变到 CP 本征态 (B_{CP})，而另一个 B 介子 ($\bar{B}_{tag}^0$) 在固有时 t_{tag} 以味道 q ($q = +1$ 表示 B^0 ， $q = -1$ 表示 $\bar{B}^0$) 衰变的概率由下式给出：

$$P(\Delta t, q) = \frac{e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}} \left\{ 1 + q \left[\mathcal{A}_{CP} \cos(\Delta m_d \Delta t) + S_{CP} \sin(\Delta m_d \Delta t) \right] \right\}, \quad (5-1)$$

其中， $\Delta t \equiv t_{CP} - t_{tag}$ ， τ_{B^0} 是 B^0 介子的寿命， Δm_d 是两个 B^0 质量本征态之间的质量差（又可称为混合频率）^[34]。 $\mathcal{A}_{CP}$ 、 S_{CP} 分别是第1.2.2.3节中提到的直接和混合 CP 破坏参数。

在 B 介子衰变中，树图阶过程 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 是 $B \rightarrow \pi\pi$ 、 $B \rightarrow \rho\pi$ 、 $B \rightarrow \rho\rho$ 和 $B \rightarrow a_1\pi$ 衰变的主导振幅。该振幅的弱相位为 ϕ_2 ，包括来自 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的相位。此外， $b \rightarrow d$ 的圈图振幅对这些衰变过程会有一个次要贡献。圈图振幅的弱相位与树图振幅不同，因此 S_{CP} 的值会从仅包含树图阶贡献时的 $\sin(2\phi_2)$ 变成 $\sqrt{1 - \mathcal{A}_{CP}^2} \sin(2\phi_2 + \Delta\phi_2)$ 。为了估计圈图振幅的影响以及 $\Delta\phi_2$ 的大小，Michael Gronau 等人首次提出测量 $B \rightarrow \pi\pi$ 系统不同振幅，之后利用振幅之间的关系估计企鹅图的污染^[79]。不同振幅之间的关系可以通过同位旋 $SU(2)$ 对称性得到。对于 $\pi\pi$ 系统，是玻色体系末态具有交换对称性，总的同位旋可以是 0 或者 2。 $B \rightarrow \pi\pi$ 过程的费曼图如图1-8所示。对于树图阶，包含了低能有效哈密顿量中经过 QCD 修正的左手四费米子项，可以存在 $I = 0$ 或 2 的末态^[229,230]。对于企鹅

图，主要是由 QCD 诱导的 W 圈贡献，仅包含 $I = 0$ 的末态^[231]。换句话说，同位旋改变量 $\Delta I = 3/2$ 仅出现在树图阶，但 $\Delta I = 1/2$ 既有树图贡献，也有企鹅图贡献。对于 $\pi^\pm \pi^0$ 末态只有同位旋 $I = 2$ 的振幅，因此 $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ 过程只有树图贡献。利用以上这些关系可以得到不同过程振幅在复平面上满足的同位旋三角形关系，如图5-1所示。利用同位旋三角形关系结合实验上对 $B \rightarrow \pi\pi$ 系统分支比和 CP 破坏参数的测量就可以提取 ϕ_2 ，同位旋分析的详细介绍见第1.2.2.4节。

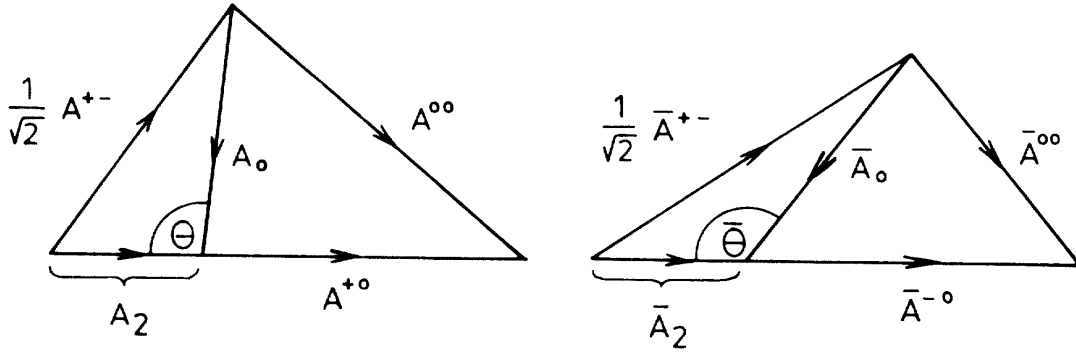


图 5-1 $B \rightarrow \pi\pi$ 过程的同位旋三角形。 A^{ij} 表示不同 $\pi\pi$ 末态的振幅， A_k 表示末态同位旋为 k 的振幅。右图是左图的电荷共轭过程^[79]。

Figure 5-1 The isospin triangle of $B \rightarrow \pi\pi$ process. A^{ij} represents the amplitudes of different $\pi\pi$ final states, A_k denotes the amplitude of a final state with isospin k . The right plot is the charge conjugate process of the left plot.^[79]

后来 Harry J. Lipkin 等人证明类似的同位旋分析也可以应用到 $B^0 \rightarrow \rho\rho$ 过程^[82]。一开始实验上还是先测量 $B \rightarrow \pi\pi$ 系统，但是在 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 过程发现测得的直接 CP 破坏参 $\mathcal{A}_{CP}$ 明显偏离 0^[80,232,233]，最新的结果 $\mathcal{A}_{CP} = -0.314 \pm 0.030$ ^[34]（这里为了和本文使用的记号一致，用 $\mathcal{A}_{CP}$ 表示直接 CP 破坏，原文用的是 C ），意味着企鹅图的贡献很大。尤其对于 $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ ，树图阶是颜色压低的，企鹅图的贡献可能会更大，这直接导致通过 $B \rightarrow \pi\pi$ 过程提取 ϕ_2 的误差较大。之后实验上开始把目光转向 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 系统，并做了很多测量^[234-239]。最新的测量结果 $\mathcal{A}_{CP}^{++} = 0.00 \pm 0.09$ ^[34]，表明 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 衰变中圈图振幅的贡献很小，对 ϕ_2 的约束比 $B \rightarrow \pi\pi$ 、 $B \rightarrow \rho\pi$ 和 $B \rightarrow a_1\pi$ 衰变提供的约束更严格^[81]，是测量 ϕ_2 的黄金道。

虽然 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 系统企鹅图贡献较小，要想提高 ϕ_2 的测量精度，还是需要考虑可能的企鹅图贡献，特别是在未来 Belle II 的高统计量情况下。为了理解圈图的贡献，需要对 $B \rightarrow \rho\rho$ 的分支比进行精确测量。 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 是 $P \rightarrow VV$ 衰变，因此 ρ 介子有三种极化状态：纵向极化 H_0 和横向极化 H_+ 、 H_- 。 H_0 是纯 CP 为正的态，而 $H_\pm$ 是 CP 为正的态和 CP 为负的态的混合。所以只有 H_0 分量可以用于时间依赖的 CP 对称性分析，以提取 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 $\mathcal{S}_{CP}$ 。在因子化的预测中，纵向极化率 $f_L = \frac{|H_0|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}$ 接近 1。Belle 和 BABAR 合作组已经对 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 过程的分支比，纵向极化率和 CP 破坏参数进行了测量，

结果如表5-1所示, 可以看到纵向极化占据了主导, 与理论预期一致。 f_L 的不确定性反映了 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 $\mathcal{S}_{CP}$ 的灵敏度, 因此需要精确测量 f_L 。

为了防止人为干扰实验测量结果, 减少分析中可能出现的偏差, 本分析采用盲分析。本文使用 Run 1 取数期间产生的所有依赖 run 号的通用 MC 样本和在 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上采集的数据 (用作控制道的研究), 对 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变的分支比、纵向极化率以及 CP 破坏参数进行了灵敏度研究。

表 5-1 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变的分支比、纵向极化率以及 CP 破坏参数的测量结果和世界平均值。
Table 5-1 Recent measurements and world averages of the branching fraction, fraction of longitudinal polarization, and CP violation parameters for $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ decays.

	$B(10^{-5})$	f_L	$\mathcal{S}_{CP}$	$\mathcal{A}_{CP}$
Belle ^[234]	$2.83 \pm 0.15 \pm 0.15$	$0.988 \pm 0.012 \pm 0.023$	$-0.13 \pm 0.15 \pm 0.05$	$0.00 \pm 0.10 \pm 0.06$
BABAR ^[235]	$2.55 \pm 0.21^{+0.36}_{-0.39}$	$0.992 \pm 0.024^{+0.026}_{-0.013}$	$-0.17 \pm 0.20^{+0.05}_{-0.06}$	$0.01 \pm 0.15 \pm 0.06$
PDG ^[34]	2.77 ± 0.19	$0.990^{+0.021}_{-0.019}$	-0.14 ± 0.13	0.00 ± 0.09

5.2 数据样本和蒙特卡洛模拟

5.2.1 数据样本

Belle II 实验从 2019 年三月开始取数, Run 1 一直运行到 2022 年 7 月, 在 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上累计采集了 $(365.37 \pm 1.70) \text{ fb}^{-1}$ ^[240] 的数据样本。本分析中我们使用了 Belle II 采集的全部 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上的数据, 根据实验号的不同可以分为, proc13 (exp7-18) 和 Moriond2023 (exp20-26)。此外为了研究连续过程的本底, 还使用了在 $\Upsilon(4S)$ 共振峰 60 MeV 以下采集的连续过程总计 $(42.3 \pm 0.3) \text{ fb}^{-1}$ 的数据。

5.2.2 蒙特卡洛样本

MC 模拟在高能物理中使用非常广泛, Belle II 的 MC 模拟也是基于 GEANT4^[106] 实现的。MC 模拟可以用来模拟真实物理事例在探测器内的行为、估计本底、帮助我们了解探测器的性能等等。本文的事例选择条件的优化和信号选择效率的确定都基于 MC 模拟。

5.2.2.1 信号 MC 样本

为了优化信号选择条件、估计信号效率、探测器分辨等等, 我们使用 Belle II 合作组针对不同的 ρ 极化分别产生的三种依赖 run 号的信号 MC 样本, (a) 包含纵向和横向极化 ($f_L = 0.99$), (b) 只有纵向极化, (c) 只有横向极化, 每个样本数目均为 1000 万。这里依赖 run 号表示 MC 产生的时候混入了不同取数期间的束流等本底, 以提升 MC 模拟和数据的一致性。 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 使用 EVTGEN 框架中的 VSS_BMIX_DM 模型产生, 产生的时候考虑了 $B^0, \bar{B}^0$ 的混合。

随后的信号侧 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 使用 EVTGEN 框架中的 SVV_HELAMP ($|H^+, \arg(H^+)|$, $|H^0|$, $\arg(H^0)$, $|H^-, \arg(H^-)|$) 模型产生^[127], 该模型允许通过指定末态粒子的螺旋度振幅来模拟任何两体衰变。对于纯的纵向和横向极化, 该模型的具体参数可以分别写成 (0 0 1 0 0 0) 和 (1 0 0 0 1 0), 对于纵向极化率为 0.99 的混合过程, 参数是 (0.07 0.00 0.99 0.00 0.07 0.00)。随后的衰变 $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ 使用矢量-标量-标量 (VSS) 模型产生, 其中矢量粒子衰变为两个标量粒子。此外, 为了研究 CP 破坏, 我们还使用 SVV_CP_ALPHA_DM 1 (0 0 1 0 0 0) 模型产生了约 100 万的包含 CP 破坏的纵向极化样本, 放入的 CP 破坏参数, $\mathcal{A}_{CP} = 0$, $\mathcal{S}_{CP} = -0.392$ 。ISR 使用 KKMC 进行模拟^[102], 与轻子相关的 FSR 则由 PHOTOS 模拟^[158]。

5.2.2.2 通用 MC 样本

为了研究可能的本底, 我们使用总计 $(744.76 + 699.24) \text{ fb}^{-1}$ 依赖 run 号的通用 MC 样本 (又称为通用 MCrd)。这些样本包括使用 KKMC 和 PYTHIA 共同模拟的连续过程^[161], $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$; 由 KKMC、BABAYAGA 和 TAUOLA 模拟的 QED 过程, 例如 Bhabha、 $\mu^+\mu^-$ 、 $\gamma\gamma$ 和 $\tau^+\tau^-$ ^[102,103,126]; 还包括使用 EVTGEN 模拟的 $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$ 和 $e^+e^- \rightarrow B^0\bar{B}^0$ 过程。其中 B 介子允许衰变到所有已知末态, 已知衰变的分支比由 PDG 给出^[34], 未知的分支比根据已知的分支比进行合理推测。我们还使用了和我们末态接近的一些遍举 MC 样本来研究可能的峰状本底, 具体信息列在表5-2中。

5.3 事例重建和选择

在 Belle II 中由于数据样本很大, 并且会被众多合作组成员反复利用。为了简化如此大量数据的分析, 对原始数据进行了各种简化措施。首先原始数据经过集中处理, 产生称为 mDST 的数据。mDST 大大减小了原始数据的大小, 并包含与物理分析相关的信息, 例如粒子四动量、顶点、粒子鉴别信息等。之后不同的物理分析组甚至不同分析过程会根据具体的需求对 mDST 使用特定的选择条件, 进一步缩小数据样本的大小 (称为 skim)。对于本分析, 我们使用高等级触发的强子 skim (hlt_hadron skim), 这也是一个比较基本的针对 B 介子衰变到强子末态的 skim。

5.3.1 hlt_hadron skim 介绍

在 $\sqrt{s} = 10.58 \text{ GeV}$ 的 e^+e^- 碰撞中, 许多过程的产生率远高于 $B\bar{B}$ 对产生 (见表2-8)。除了上述提到的各种物理过程, 对撞还会伴随很多非物理的本底产生, 例如束团中电子和管道中残留气体发生散射产生的束流本底。为了压低这些本底, 一般会要求带电粒子需要满足 $p_T > 200 \text{ MeV}$, 顶点需要满足 $|dz| < 4 \text{ cm}$ 和 $|dr| < 2 \text{ cm}$ 。此外, 为了尽可能保留强子事例, 压低 QED 过程, 会要求末态有超过两条从对撞顶点产生的好带电径迹, 并且对这些带电径迹的动量以及在 ECL 中的沉积能量也有要求, 因为截面最大的 Bhabha 过程往往只有两个高动量

的电子，而且电子基本会在 ECL 中损失所有的能量。

加了上述选择条件之后，对于 hlt_hadron skim 会保留超过 99% 的 $B\bar{B}$ 事例和 85% 的 $q\bar{q}$ 事例，同时去除了超过 99% 的非强子事例，如表 5-3 所示。

表 5-2 研究峰状本底使用到的衰变道、分支比、产生总数以及产生模型。

Table 5-2 The decay channels, branching fractions, event number and generation models used for the study of peaking backgrounds.

衰变道	分支比 ($\times 10^{-5}$)	产生总数 ($\times 10^6$)	产生模型
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$	1.0	5	PHSP
$B^0 \rightarrow \rho^+ \pi^- \pi^0$	1.0	5	PHSP
$B^0 \rightarrow a_1^0 \pi^0$	1.0	5	SVS
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	1.0	5	BTO3PI_CP dm alpha
$B^0 \rightarrow a_1^+ \rho^-$	1.0	5	PHSP
$B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0 \pi^0$	1.0	1	PHSP
$B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0 \pi^0$	0.3	0.5	PHSP
$B^0 \rightarrow f_0(980) \pi^0 \pi^0$	0.1	0.5	PHSP
$B^0 \rightarrow \omega \pi^0$	0.05	0.5	SSD_CP dm
$B^+ \rightarrow a_1^0 \rho^+$	1.0	5	PHSP
$B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$	1.0	1	PHSP
$B^+ \rightarrow \rho^+ \pi^+ \pi^-$	1.0	1	PHSP
$B^+ \rightarrow \rho^- \pi^+ \pi^+$	1.0	1	PHSP

表 5-3 hlt_hadron skim 对不同过程的选择效率。

Table 5-3 Efficiencies for various processes selected through the hlt_hadron skim.

过程	$B\bar{B}$	$q\bar{q}$	$\tau^+ \tau^-$	$\mu^+ \mu^-$	$e^+ e^-$
效率	0.995	0.854	0.273	0.0096	0.0014

5.3.2 信号 B^0 重建和事例初步选择

在重建过程中使用的 basf2 软件版本为“light-2309-munchkin”。信号过程的衰变链为 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ ，其中 $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ ， $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 。在重建脚本层面，加了以下非常宽松的预选条件以去除大量本底以及误组合的事例：

1. 好的带电径迹需要在 CDC 的接受范围内，即 $17^\circ < \theta < 150^\circ$ 。每条带电径迹顶点需要来自于对撞点，满足 $dr = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} < 0.5 \text{ cm}$ ， $|dz| < 3 \text{ cm}$ 。其中 dx 、 dy 和 dz 分别是径迹与对撞点最近点的 x 、 y 和 z 坐标。

2. 光子通过 EMC 簇射信息重建。在 EMC 桶部的光子，极角 $32.2^\circ < \theta < 128.7^\circ$ ，要求能量大于 50 MeV；在 EMC 端盖部分的光子，极角 $12.4^\circ < \theta < 31.4^\circ$ 和 $130.7^\circ < \theta < 155.1^\circ$ 时，要求能量大于 50 MeV。还要求簇射击中数 (clusterNHits)

> 1.5 ，且簇射击中时间 ($|\text{clusterTiming}|$) < 200 ns，用于进一步去除与事例无关的电子学噪声和能量沉积。

3. 对于 π^0 的选择，选择满足上述要求的光子重建 π^0 ，并要求双光子不变质量在 $118 < M(\gamma\gamma) < 150$ MeV 范围内。对 π^0 候选者做质量约束的 1C 运动学拟合 (kFit)。为了压低光子误组合造成的假 π^0 ，要求 π^0 质心下两个光子动量差值的方向和 π^0 在实验室系的动量方向夹角的绝对值 $|\cos\text{HelicityAngleMomentum}| < 0.98$ 。对于真的 π^0 ，末态的双光子在相空间均匀分布， $\cos\text{HelicityAngleMomentum}$ 在 $[-1, 1]$ 区间内基本也是均匀分布。但是假的 π^0 两个光子的能量可能会有很大差别，导致在 π^0 质心下光子的方向会有一定取向性基本会和 π^0 在实验室系的动量方向平行或者反平行，所以 $\cos\text{HelicityAngleMomentum}$ 在靠近 ± 1 的地方会有很尖的峰。因此，要求 $|\cos\text{HelicityAngleMomentum}| < 0.98$ 可以很大程度去除假的 π^0 ，同时不会丢失很多真的 π^0 。

4. 对于 $\rho^\pm$ 的选择，利用重建好的带电 π 和 π^0 组合重建 ρ ，并要求 $\pi^\pm\pi^0$ 的不变质量 $M(\pi^\pm\pi^0)$ 满足 $0.6 < M(\pi^\pm\pi^0) < 1.1$ GeV。

5. B_{sig}^0 的选择，要求 $M_{\text{bc}} > 5.25$ GeV 且 $|\Delta E| < 0.2$ GeV， M_{bc} 是束流能量约束的不变质量 $M_{\text{bc}} = \sqrt{E_{\text{beam}}^2 - P_B^2}$ ， $\Delta E = E_B - E_{\text{beam}}$ ， E_{beam} 是质心系下的束流能量， $E_B(P_B)$ 是质心系下 B 介子的能量（动量）。还对 B 候选者做 IP 约束的顶点拟合以提高顶点的分辨，并压低不是从对撞点出来的本底。

5.3.3 标记侧重建

对于每个满足预选条件的事例，整个事例中剩余的径迹 (tag tracks) 被用于重建 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 候选者。 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 的顶点通过 basf2 中的 TagVertex 模块进行重建。对 tag tracks 的顶点参数，动量都加了相应的要求，以压低束流本底造成的假径迹。为了提高顶点的位置分辨，tag tracks 需要在径迹重建系统的所有子探测器中都有击中包括，PXD、SVD 和 CDC。我们没有要求信号侧的径迹满足上述击中要求，因为 Δt 的分辨主要受限于标记侧的顶点重建。我们对标记侧径迹的要求如下：

- $dr < 0.5$ cm, $|dz| < 2.0$ cm, $n_{\text{CDCHits}} > 0$, $n_{\text{SVDHits}} > 0$, $n_{\text{PXDHits}} > 0$, 且 $p > 0.05$ GeV。

在标记侧的顶点拟合中，我们使用了“tube”的束流约束，这种约束在所有可用的约束中实现了约束导致的偏差和顶点分辨的最佳平衡。tube 约束要求 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 顶点位于沿 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 动量方向的管状区间内，管状的宽度由 $Y(4S)$ 顶点的位置不确定性确定。 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 的飞行方向可以通过 B_{sig}^0 的动量以及能动量守恒确定，而 $Y(4S)$ 的顶点则通过束团与 B_{sig}^0 飞行方向的交点获得，具体的顶点结构如图5-2所示。根据 B_{sig}^0 和 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 的顶点的位置以及已知的束流能量，可以计算出后面进行 CP 破坏测量需要的两个 B 介子衰变时间差， Δt 。

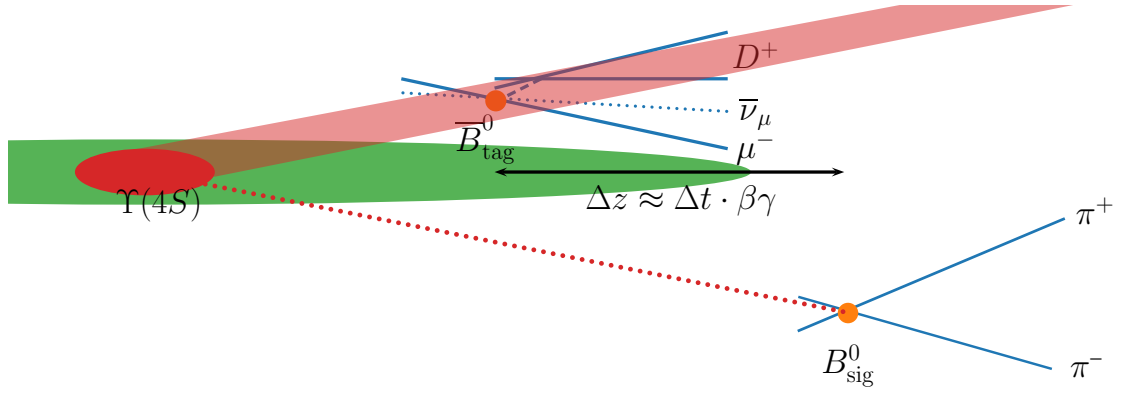


图 5-2 B_{sig}^0 和 B_{tag}^0 顶点拟合和约束的示意图。这里以 B_{tag}^0 衰变为 $D^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$ 为例进行说明。束团区间用绿色椭圆表示。 $\Upsilon(4S)$ 顶点区间用红色椭圆表示，它是通过束团与 B_{sig}^0 飞行方向（红色虚线）的交点获得的。 B_{sig}^0 和 B_{tag}^0 之间的距离（黑色箭头）可以通过 $\Upsilon(4S)$ 的 boost $\beta\gamma$ 转换为 Δt 。

Figure 5-2 Schematic illustration of how the B_{tag}^0 and B_{sig}^0 vertices are fitted and what constraints they use. Here the B_{tag}^0 decays to $D^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$, for illustration. The beam spot region is shown with a green ellipse. The $\Upsilon(4S)$ vertex region is shown with a red ellipse, obtained from the intersection between the beam spot and the B_{sig}^0 line of flight, shown with a red dotted line. The distance between the B_{sig}^0 and B_{tag}^0 , shown with the black arrows, is converted into Δt using the $\Upsilon(4S)$ boost $\beta\gamma$.

5.3.4 标记侧 B^0 味道标记

在 Belle II 实验中， B 介子以 $B\bar{B}$ 对的形式从 $\Upsilon(4S)$ 共振态中产生，该共振态几乎有一半的概率会衰变成一对中性 B 介子。大多数关于 CP 破坏和 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的测量都需要完全重建一个信号 B 介子（信号侧），并确定伴随的 B 介子（标记侧）在衰变时的 b 夸克味道，这个过程称为 B^0 味道标记。

之所以可以对 B 介子做味道标记，是因为中性 B 介子的许多衰变末态都是味道特定的，它们与中性 B 介子中 b 夸克的味道相关联。例如，在半轻衰变中 $B^0 \rightarrow D^{*-} l^+ \nu_l$ ，带正电的轻子标记了初态是 B^0 （包含一个带负正电的 $\bar{b}$ 夸克），而带负电的轻子则标记了初态是 $\bar{B}^0$ （包含一个带负电的 b 夸克）。为了确定 B 介子的味道。其中最常用的是基于末态粒子类别的味道标记算法，该算法最早由 Belle 和 BABAR 合作组完成开发^[70,241]。基于类别的味道标记算法首先识别 B^0 衰变末态，判断这些末态是不是属于预先定义的能通过末态的某些信息（例如粒子电荷）判断 b 夸克味道的某一类别，然后结合所有类别给出的信息来确定 b 夸克的味道。常用的末态类别可以分为 9 类，下面简要介绍一下这些类别。

1. 电子和 μ ：利用 B 介子衰变过程中产生的第一级轻子所带的电荷信息判断 b 夸克味道，这些衰变主要通过 $b \rightarrow c l^- \nu_l$ 或 $b \rightarrow u l^- \nu_l$ 跃迁发生，其中 l 代表电子或者 μ 。当然这里需要用到很多特定的变量去判断这些轻子是不是来自 B 介子的第一级衰变，变量的详细介绍可以参考^[242]。一旦确定了是 B 介子的第一级衰变产生的轻了，通过轻子的电荷就可以判断出 b 夸克的味道。

2. 中间电子和中间 μ : 通过粲介子和粲重子衰变产生的次级轻子所提供的电荷信息判断 b 夸克味道, 这些衰变通过 $b \rightarrow c \rightarrow s(d)l^+\nu_l$ 跃迁发生。在这种情况下, 轻子电荷与 b 夸克味道的对应关系与第一类的轻子对应关系相反, 带正电的中间轻子标记初态是 $\bar{B}^0$, 而带负电的中间轻子则标记初态是 B^0 。

3. K 介子: 通过粲介子和粲重子衰变的 K 介子所提供的特征判断 b 夸克味道, 这些衰变通过 $b \rightarrow c \rightarrow s$ 跃迁产生。此类 K 介子被称为符号正确的 K 介子, 是 Cabibbo 允许的衰变。如果 K 介子带负电, 则标记为 $\bar{B}^0$, 如果带正电, 则标记为 B^0 。大约 80% 的 B 衰变都会包含 K , 其中符号正确的 K 大约占比 70%, 剩下 10% 是符号错误的 K , 它们通过 Cabibbo 压低的衰变产生, 例如 $\bar{b} \rightarrow W^+(\rightarrow c\bar{s}/c\bar{d})X, c \rightarrow s \rightarrow K^-$ 。

4. 慢 π 介子: 通过 $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*-}(\rightarrow D^0\pi^+)X^-$ 衰变中的次级 π 介子。由于 D^{*+} 和 D^0 之间的质量差异较小, 次级 π 介子动量很低, 因此被称为慢 π 介子。为了鉴别这一类 π 介子, 需要利用轻子和 K 介子类别用到的一些变量来去压低低动量的轻子和 K 造成的误判。

5. K 介子- π 介子: 通过 $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*-}(\rightarrow D^0(\rightarrow K^-X^+)\pi^+)X^-$ 衰变中符号正确的 K 和慢 π 介子同时提供的信息判断 b 夸克味道, 符号正确的 K 和慢 π 介子的电荷相反。

6. 快强子: 利用 $b \rightarrow cW^-$ 或 $b \rightarrow uW^-$ 衰变中 W 玻色子产生的 K 介子和 π 介子, 以及来自于 $b \rightarrow \tau^-(\rightarrow h^-\nu_\tau)\nu_\tau X$ 产生的强子判断 b 夸克味 (h 表示 K 或者 π)。还可以通过中间共振态产生的 K 、 π 判断, 例如, $\bar{B}^0 \rightarrow K^{*-}(\rightarrow K^-\pi^0)X^+$, 中间共振态通过强相互作用衰变保留了味道信息。这些过程的 K 介子和 π 介子往往动量较高, 因此被称为快强子。为了鉴别快强子, 也需要使用慢 π 介子类别中用到的相同的变量以压低慢 π 造成的本底。

7. 最大 p^* : 在 $\Upsilon(4S)$ 质心系中选择动量最高的带电粒子, 并使用其电荷作为 b 夸克味道判断依据。主要利用 $b \rightarrow cW^-$ 或 $b \rightarrow uW^-$ 跃迁中 W 衰变出来的高动量轻子或者强子携带的信息。

8. 快慢关联: 利用高动量初级粒子以及其衰变出来的慢 π 介子提供的信息判断味道。

9. Λ 重子: 利用 $b \rightarrow c \rightarrow s$ 跃迁中产生的 Λ 重子提供的信息判断。 Λ 标记初态是 $\bar{B}^0$, 而 $\bar{\Lambda}$ 则标记为 B^0 。 Λ 通过质子与 π 重建。

Belle II 的味道标记算法, 利用标记侧粒子的运动学信息、轨迹击中信息以及带电粒子鉴别信息作为输入, 然后分别按照上面提到的类别判断带电粒子的类别, 提供 b 夸克味道信息。最后整合所有类别提供的味道信息输出乘积 qr , 其中 q 表示标记侧 B 介子的味道, r 表示稀释因子。根据定义, 稀释因子 $r = 1 - 2w$, 其中 w 对应错误标记的事例的比例。当稀释因子 $r = 0$ 时, 表示味道完全稀释 (无法区分 B^0 和 $\bar{B}^0$), 而当 $r = 1$ 时, 表示味道被完美标记。按照惯例, $q = +1$ 对应标记侧是 B^0 , $q = -1$ 对应标记侧是 $\bar{B}^0$ 。Belle II 的味道标记算法的结构示意图如图5-3所示。该算法基于快速提升决策树 (Fast Boosted Decision Tree, FBDT)

分类器，这些分类器采用随机梯度提升决策树，并结合了多种正则化机制，同时在训练和应用过程中优化以节省计算资源。

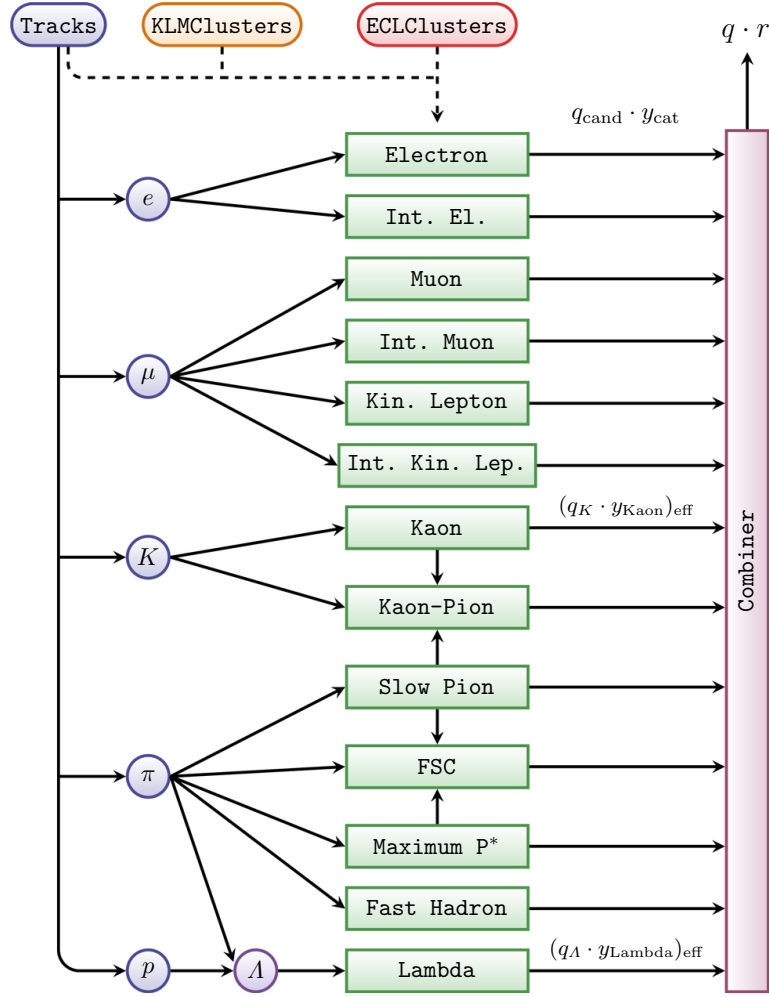


图 5-3 基于类别的味道标记算法的示意图^[242]。

Figure 5-3 Schematic overview of the category-based flavor tagger^[242].

5.3.5 连续本底压低

在完成前面的初步事例选择后，大部分和我们末态相近的强子事例会被保留，这里面可以分类两类，一大部分是 e^+e^- 直接湮灭到的轻强子末态（连续过程），一小部分是 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ ， B 介子在衰变到轻强子末态，只有这一小部分是我们关心的可能信号事例。从表2-8中可以看到连续过程的截面比 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 的截面大很多，因此如何压低连续过程的本底成了分析中非常重要的任务。

对于连续过程，初始的轻味夸克对在质心系中背对背产生，并且动量较高，几乎携带了一半的质心系能量。在随后的强子化过程中产生的强子仅获得较小的横动量， $k_T \approx 0.3 \text{ GeV}$ 。因此，粒子在空间上会形成类似喷注的结构，如图5-4左图所示。在 $B\bar{B}$ 事例中，产生的 B 介子由于质量很大，在质心系中几乎处于静

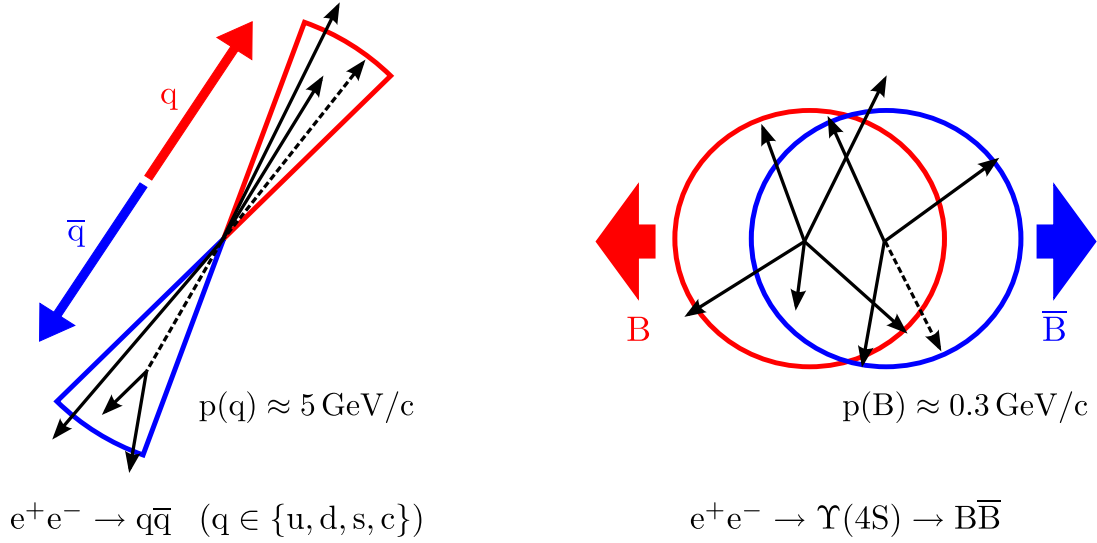


图 5-4 在质心系中，连续过程事例的拓扑结构展示并与 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ 的拓扑结构对比^[243]。

Figure 5-4 The characteristic event topology of continuum events in the c.m. frame is visualized and compared to the $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ topology^[243].

止状态。并且 B 介子的自旋为 0，其衰变产物没有极化效应，末态粒子是各向同性分布的。因此， $B\bar{B}$ 事例在空间上看起来更像一个球体，如图 5-4 右图所示。基于此，我们可以通过事例形状在空间中分布的不同区分连续过程和 B 介子衰变。下面简要介绍下连续过程压低中常用的一些和事例形状的相关变量。

1. 冲度 (Thrust)

冲度 (T) 的概念最早是在 20 世纪 80 年代在 PEP 和 PETRA 加速器上研究喷注发展起来的。冲度轴 $\vec{T}$ 定义是选择一个方向使得所有末态粒子的动量在该方向的投影之和达到最大。冲度与冲度轴的关系为，

$$T = \max_{\vec{T}} \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{T}|}{\sum_i |\vec{p}_i|}, \quad (5-2)$$

其中 $\vec{p}_i$ 表示事例中第 i 个末态粒子的动量。对于具有强烈方向偏好的事例形状 (例如连续过程事例中轻夸克对的背对背产生)，冲度倾向于达到最大值 $T \rightarrow 1$ 。相反，在各向同性事例中，冲度倾向于达到最小值 $T \rightarrow 0.5$ 。

连续过程和 $B\bar{B}$ 事例的另一个和冲度相关的区分变量是信号侧 B 介子候选者的冲度轴和事例中的剩余末态粒子的冲度轴之间的夹角， $\cos\text{TBTO}$ 。由于 B 介子在质心系中几乎处于静止状态，并且其衰变产物在空间中是各向同性的，它们的冲度轴是随机分布的，因此在 $B\bar{B}$ 事例中 $\cos\text{TBTO}$ 的分布是均匀的。在连续过程事例中，粒子的动量被限制在类似喷注的结构中。重建的 B 候选者很可能位于其中一个喷注中，并且 B 候选者的冲度轴与事例中剩余粒子的冲度轴往往会共线。因此，在连续过程事例中， $|\cos\text{TBTO}|$ 倾向于在 1 附近形成一个峰。

2. CLEO 锥 (CLEO cones)

CLEO 锥是由 CLEO 合作组在测量 B 介子无粲衰变时引入的。CLEO 锥是对冲度的进一步优化，并且比 cosTBTO 具有更好的连续本底区分能力。它是一组以冲度轴为对称轴、具有不同开口角的同心锥。在 Belle II 中定义了 9 个锥体，开口角介于 10 到 90 度之间，每两个锥体之间相差 10 度。测量每个锥体中的能量流提供了一组变量，这些变量分布可以有效区分连续本底。喷注状事例更可能将所有能量流集中在较窄的锥体中，而球形事例的能量流分布更均匀。

3. Fox-Wolfram 矩和 Super-Fox-Wolfram 矩

Fox-Wolfram 矩是定义事例形状的最有效量之一，它们把事例中粒子的几何分布在一组合适的特殊函数基中进行展开，体现了粒子空间分布的旋转不变性。根据展开阶数的不同，第 l 阶 Fox-Wolfram 矩定义为，

$$H_l = \sum_{i,j} \frac{|\vec{p}_i| \cdot |\vec{p}_j|}{E_{\text{event}}^2} P_l(\cos \theta_{i,j}), \quad (5-3)$$

其中 $\vec{p}_i$ 和 $\vec{p}_j$ 是粒子的动量， $\theta_{i,j}$ 是它们之间的夹角， E_{event} 是事例中的总能量， P_l 是勒让德多项式。此外，常用的是归一化的矩 R_l ， $R_l = H_l/H_0$ 。在粒子质量可忽略的极限下，能动量守恒要求 $H_k = 1$ 。在具有 2 个喷注状结构的连续过程中，对于 k 等于偶数（奇数）， R_k 的值接近 1（0），而 $B\bar{B}$ 事例则具有不同的值。

改进的 Fox-Wolfram 矩（也称为 Super-Fox-Wolfram 矩）由 Belle 合作组引入，是对上述 Fox-Wolfram 矩的优化。在改进的 Fox-Wolfram 矩中，等式 (5-3) 中对第 i 个和第 j 个粒子动量的求和并不是针对事例中的所有末态粒子进行的。使用信号 B 介子和事例中剩余粒子构造的矩，上标分别记为 s 和 o ，因此矩可以表示为 R^{ss} 、 R^{so} 和 R^{oo} 。由于 R_1^{ss} 、 R_1^{so} 、 R_3^{so} 和 M_{bc} 、 ΔE 会有一定关联，导致无法通过 M_{bc} 和 ΔE 提取信号产额，所以不再使用。对于改进的 Fox-Wolfram 矩主要使用 R_k^{so} 和 R_k^{oo} 区分连续过程和 $B\bar{B}$ 事例。

由于存在众多可以区分连续过程的事例形状变量，只对其中几个加 cut 并不能充分利用这些信息。因此，我们使用机器学习对常用的事例形状变量进行训练，构造一个用于连续过程压低的模型，提高到连续过程本底的去处能力。我们使用了 basf2 中提供的 FBDT 来区分连续过程和 $B\bar{B}$ 事例，进行连续本底的压低（以下简称“CSMVA”）。FBDT 的参数设置如下，

- 树的数量：400，
- 决策树的最大深度：3，
- nCut：10，
- 收缩率（学习率）：0.1，

我们使用不依赖 run 号的通用 MC（MC15ri）样本作为连续过程本底，依赖 run 号的信号 MC 作为信号进行训练和测试。训练样本和测试样本详细信息如下，

- 训练样本，

信号样本：0.5 M 事例，包含纵向和横向极化，

连续过程样本：0.5 M 事例，来自 1ab^{-1} MC15ri，

• 测试样本,

信号样本: 0.1 M 事例, 包含纵向和横向极化,

连续过程样本: 0.1 M 事例, 来自 1ab^{-1} MC15ri.

训练中使用的变量列在表5-4中。由于与顶点位置和味道标记相关的变量与 Δt 和 $|\text{qr}|$ 高度相关, 因此在训练中不使用这些变量。附录二中展示了这些变量的数据和 MC 分布对比图。

训练完成后, 我们还进行了一些检查。图5-5显示了所有训练变量之间的相关性。图5-6展示了测试和训练的 CSMVA 输出分布的对比, 通过对比可以看出训练是否存在过拟合, 从图中可以看出我们的训练没有过拟合。图5-7显示了测试和训练的 ROC 特征曲线。

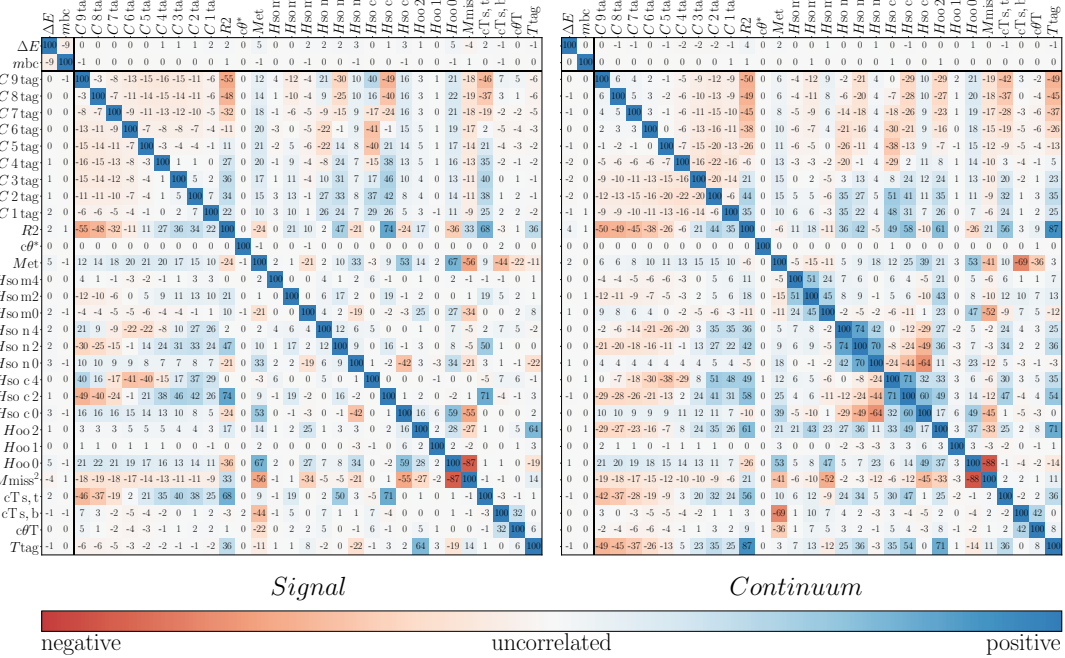


图 5-5 CSMVA 输入变量的相关性。

Figure 5-5 Correlation plot for CSMVA input variables.

5.3.6 进一步选择和选择条件优化

为了对选择条件进行优化, 定义如下信号区间, $M_{bc} > 5.27 \text{ GeV}$, $-0.1 < \Delta E < 0.05 \text{ GeV}$ 和 $M(\pi^{\pm}\pi^0) < 0.9 \text{ GeV}$. ΔE 信号区间左右不对称是因为事例中有两个 π^0 , 光子重建的时候由于晶体存在能量泄露导致 π^0 的分布左侧会拖一

表 5-4 用于 CSMVA 训练的变量总结。

Table 5-4 Summary of the variables used in the CSMVA training.

变量	缩写
thrustOm	Ttag
thrustAxisCosTheta	$c\theta T$
R2	R2
cosTBz	cTs, b
cosTBTO	cTs, t
cosHelicityAngleMomentum	cHm
KSFVVariableset	M_{et}
KSFVVariablesmm2	M_{miss}^2
KSFVVariablesHoo0	Hoo 0
KSFVVariablesHoo1	Hoo 1
KSFVVariablesHoo2	Hoo 2
KSFVVariablesHoo3	Hoo 3
KSFVVariablesHoo4	Hoo 4
KSFVVariablesHso00	Hso c0
KSFVVariablesHso02	Hso c2
KSFVVariablesHso04	Hso c4
KSFVVariablesHso10	Hso n0
KSFVVariablesHso12	Hso n2
KSFVVariablesHso14	Hso n4
KSFVVariablesHso20	Hso m0
KSFVVariablesHso22	Hso m2
KSFVVariablesHso24	Hso m4
CleoConeCS2	C2tag
CleoConeCS3	C3tag
CleoConeCS4	C4tag
CleoConeCS5	C5tag
CleoConeCS6	C6tag
CleoConeCS7	C7tag
CleoConeCS8	C8tag
CleoConeCS9	C9tag
CMS cosTheta	$c\theta^*$

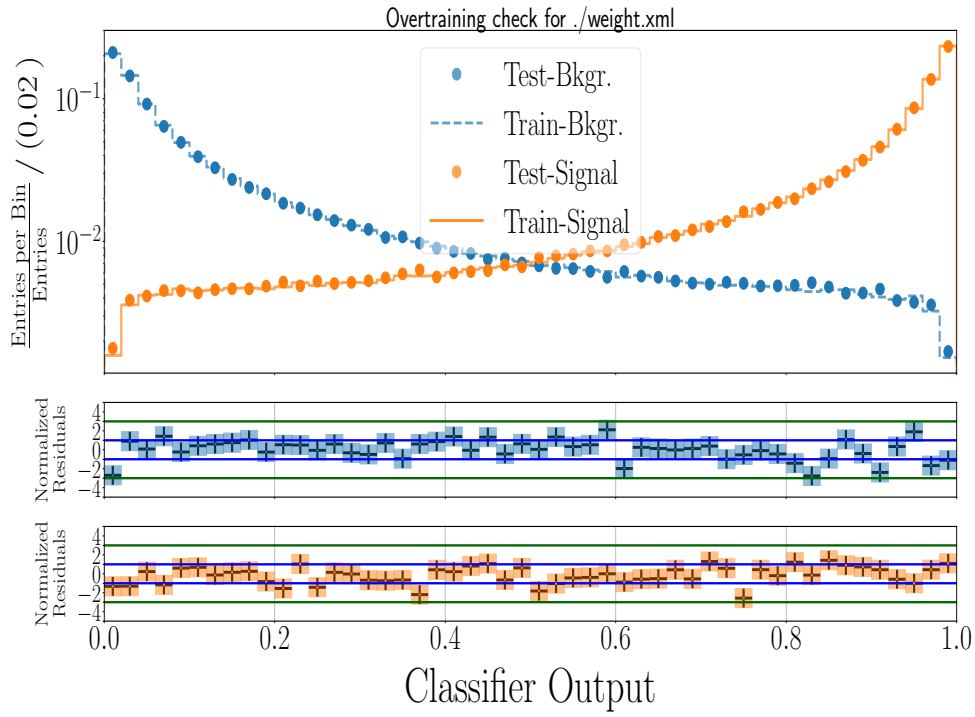


图 5-6 训练和测试样本的过拟合图。

Figure 5-6 Overtraining plot for training and test samples.

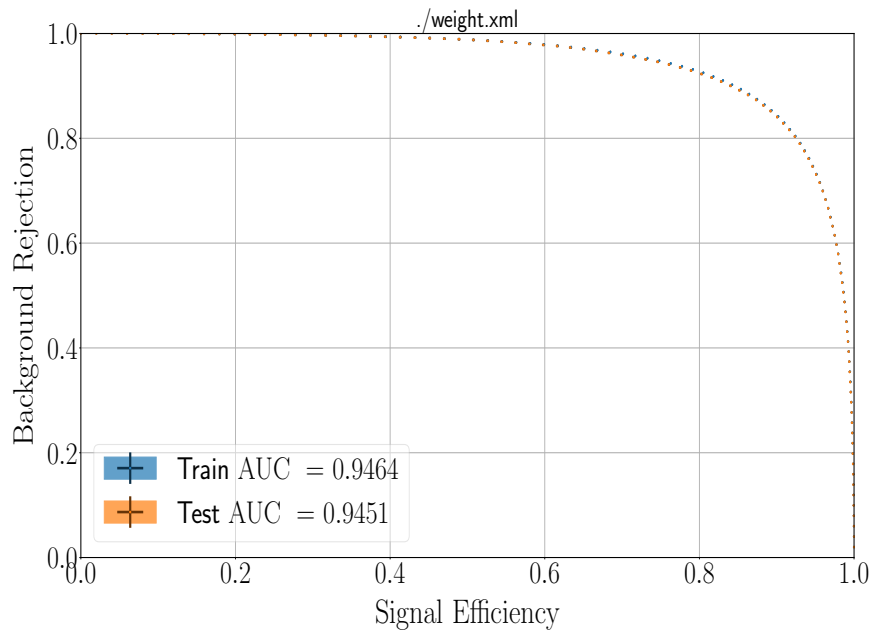


图 5-7 CSMVA 输出的 ROC 曲线。

Figure 5-7 ROC curves of CSMVA output.

个长尾巴，最终导致 ΔE 左侧也会拖一个尾巴，分辨变差，为了包含更多的信号事例， ΔE 左侧的范围比右侧大。信号 MC 和通用 MC 的 M_{bc} 和 ΔE 的分布如图5-8所示。

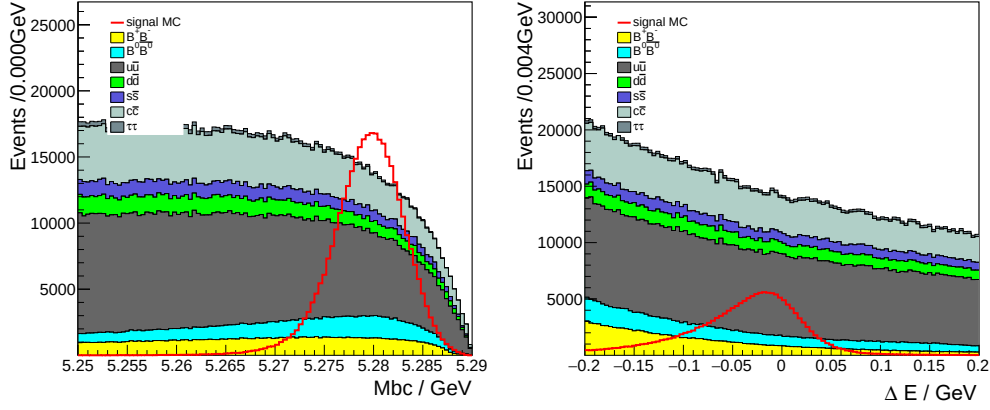


图 5-8 信号 MC，通用 MC 的 M_{bc} (左图) 和 ΔE (右图) 分布图。信号 MC 的归一化是任意的。

Figure 5-8 The M_{bc} (left) and ΔE (right) distributions in signal MC and 通用 MC. The normalization of signal is arbitrary.

使用 $FOM = S / \sqrt{S + B}$ 对选择条件进行优化，其中 S 和 B 分别是信号 MC 和通用 MC 按照数据亮度归一化后信号区间的事例数。 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 的分支比固定为 PDG 的数值 2.77×10^{-5} [34]。表5-5总结了优化后的选择条件。信号 MC (信号 MC 的归一化是任意的) 和通用 MC 的详细对比以及优化结果分别展示在图5-9、5-10、5-11、5-12和5-13中。

为了确保事例具有有效的顶点并可以用于拟合，我们对事例顶点还做了额外要求，如表5-6所示。 B_{sig}^0 和 $\bar{B}_{tag}^0$ 顶点拟合的 p 值必须大于零，以确保拟合得到的顶点位置有效。由于拟合标记侧顶点的算法有时候会忽略所有标记侧径迹，并将标记侧顶点放在 tube 约束的中心。为了排除此类事例，要求标记侧顶点拟合的自由度大于 0.5，这对应于要求标记侧有一条权重大于 0.5 的径迹。最后，要求 $\sigma_{\Delta t}$ 和 Δt 分布中的大部分事例位于我们感兴趣的拟合范围内。

5.3.7 最佳候选者选择

完成上述选择后，事例中有多于一个候选者的情况，图5-14展示在加了上述所有选择条件之后纵向极化和横向极化信号 MC 中候选者的数量分布。对于纵向极化信号 MC，每个事例平均有 1.23 个候选者；对于横向极化信号 MC，每个事例平均有 1.05 个候选者。为了从事例中选择一个候选者，根据 π^0 1C 拟合以及信号侧 B^0 顶点拟合得到的 χ^2 计算总的 χ^2 ，

$$\chi^2 = \frac{\chi_{B^0}^2}{ndf_{B^0}} + \sum_{i=1}^2 \frac{\chi_{\pi_i^0}^2}{ndf_{\pi_i^0}}, \quad (5-4)$$

表 5-5 选择条件优化总结。

Table 5-5 Summary of the optimized selections.

变量	选择条件
CSMVA	CSMVA > 0.96
γ	E_forward > 0.09 GeV E_barrel > 0.07 GeV E_backward > 0.1 GeV
$\rho^+ \pi^0$	daughter0beamBackgroundSuppressionScore > 0.8 daughter1beamBackgroundSuppressionScore > 0.1 daughter0fakePhotonSuppressionScore > 0.3 daughter1fakePhotonSuppressionScore > 0.3 P > 0.22 GeV
$\rho^- \pi^0$	daughter0beamBackgroundSuppressionScore > 0.5 daughter1beamBackgroundSuppressionScore > 0.5 daughter0fakePhotonSuppressionScore > 0.6 daughter1fakePhotonSuppressionScore > 0.6 P > 0.14 GeV
π^+	PID_bin_pion_noSVD > 0.1
π^-	PID_bin_pion_noSVD > 0.1

表 5-6 对 Δt 进一步要求。

Table 5-6 Summary of the further requirements of Δt .

B_{sig}^0 and $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 顶点	signal vertex p-value > 0.0
	tag vertex p-value > 0.0
	tag vertex NDF > 0.5
	$0.0 < \sigma_{\Delta t} < 2.0$ ps
	$ \Delta t < 10$ ps

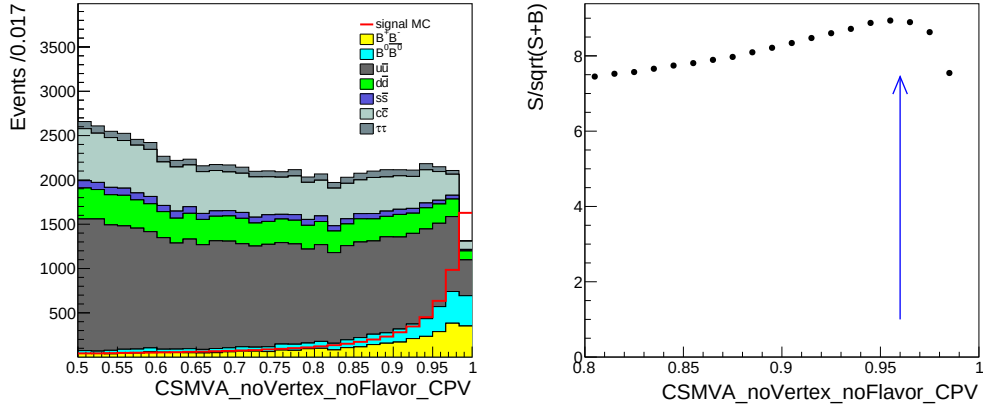


图 5-9 信号 MC 和通用 MC 的 CSMVA 输出分布。信号 MC 归一化是任意的。

Figure 5-9 The CSMVA output distribution of signal MC and generic MC(left) and optimized selection (right). The normalization of signal is arbitrary.

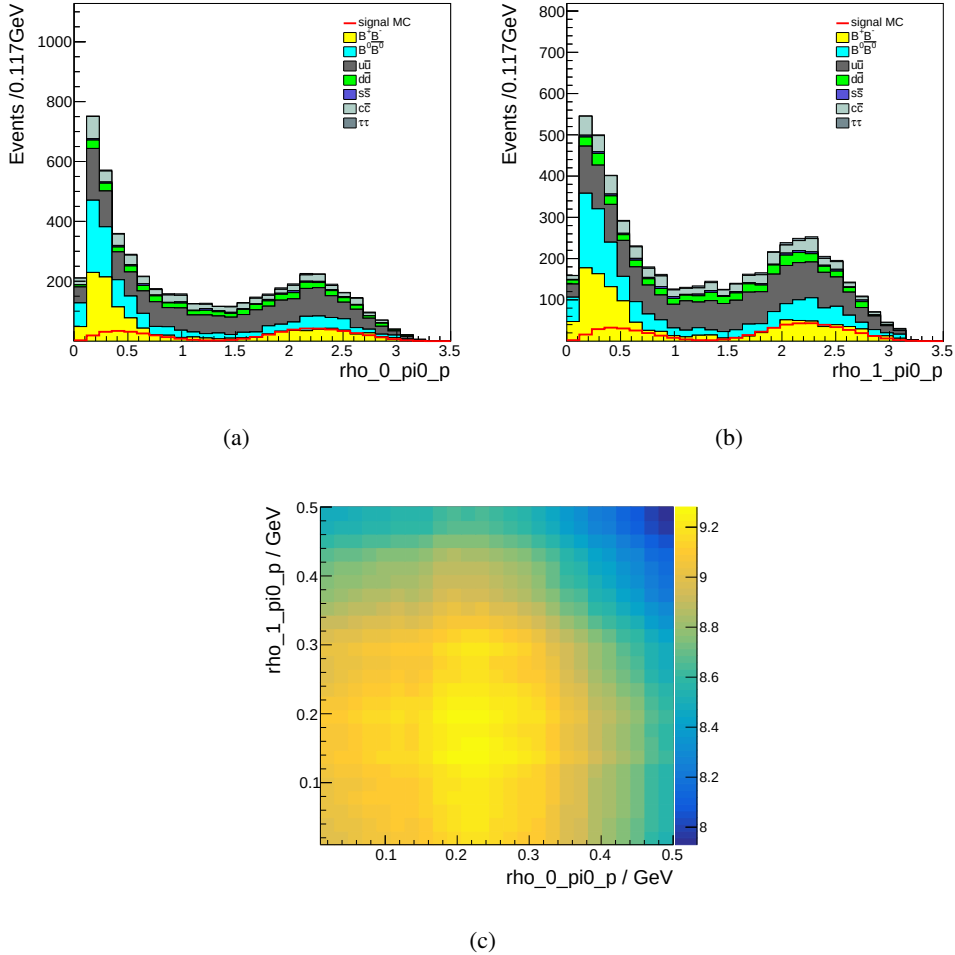


图 5-10 ρ^+ (a) 和 ρ^- (b) 衰变的 π^0 的动量分布以及优化结果 (c)。信号 MC 的归一化是任意的。

Figure 5-10 The π^0 momentum distribution of signal MC and generic MC decay from ρ^+ (a), ρ^- (b) and optimized selection (c). The normalization of signal is arbitrary.

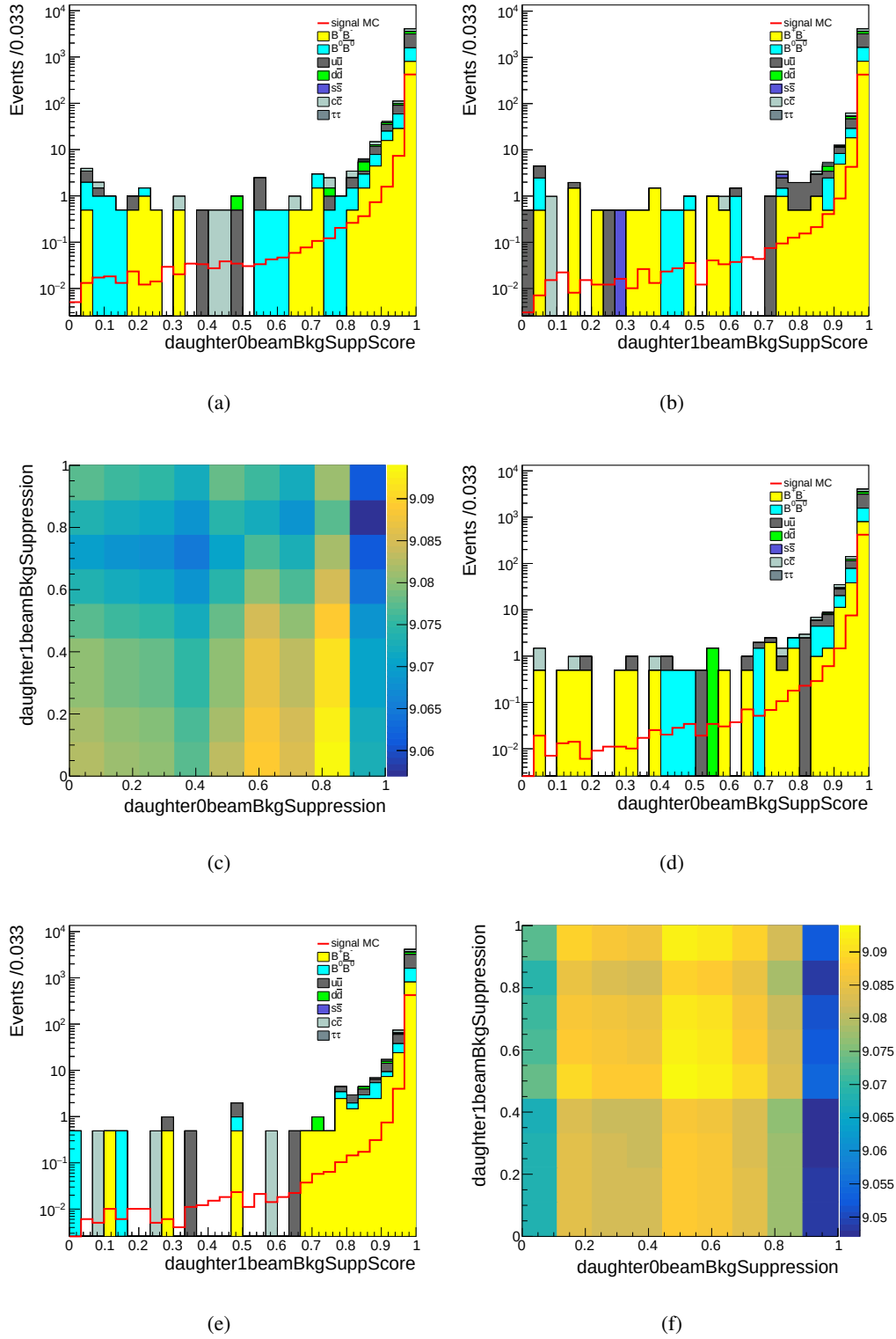


图 5-11 ρ^+ 衰变的 π^0 两个光子的信号 MC 和通用 MC 的 beamBackgroundSuppressionScore 分布 (a, b) 以及优化结果 (c)。 ρ^- 衰变的 π^0 两个光子的相同分布 (d, e) 和 (f)。信号 MC 的归一化是任意的。

Figure 5-11 The beamBackgroundSuppressionScore distribution of generic and signal MC for two photons (a, b) and optimized selection (c) for π^0 from ρ^+ decay and the same distributions (d, e) and (f) for π^0 from ρ^- decay. The normalization of signal is arbitrary.

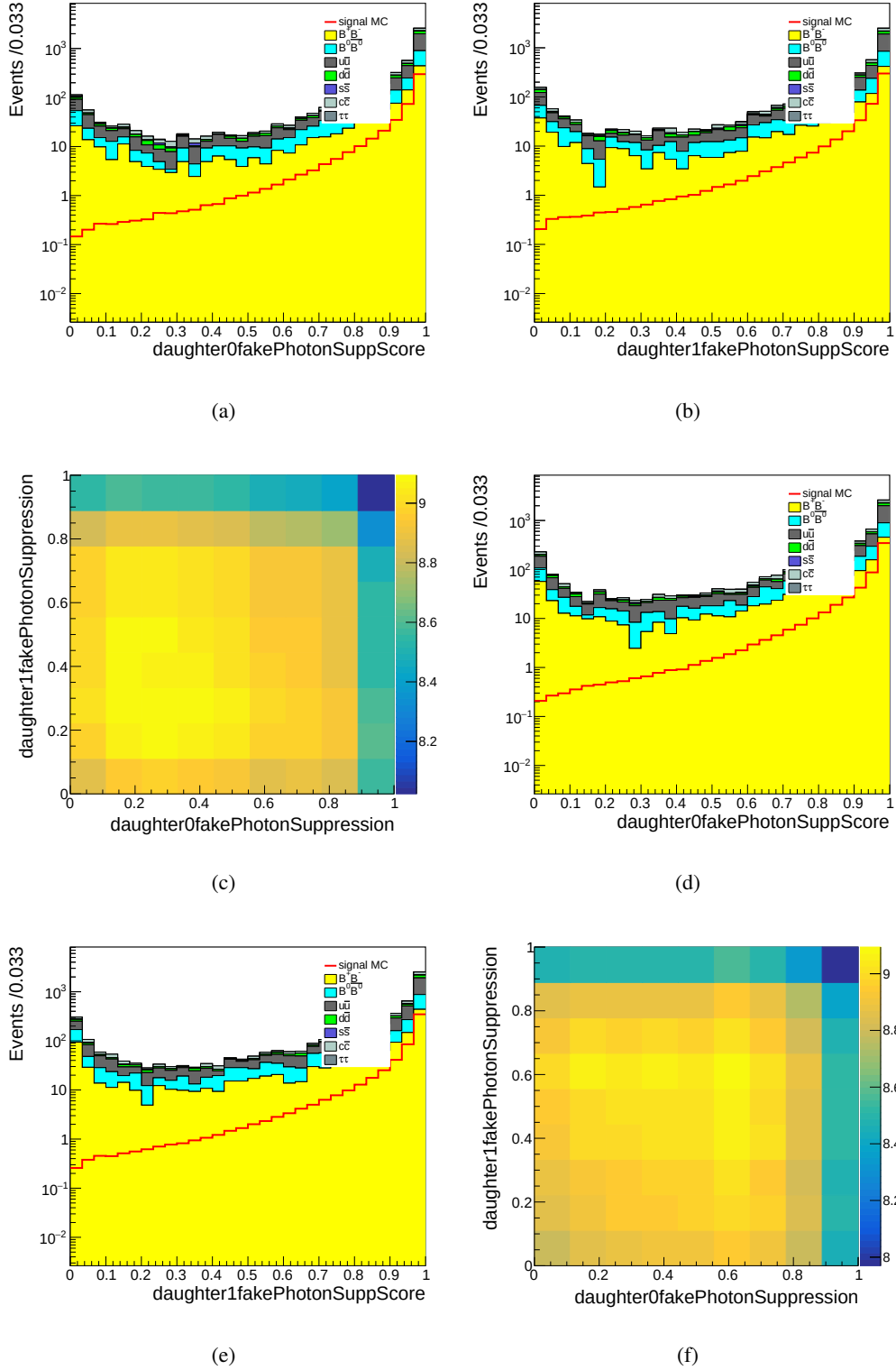


图 5-12 ρ^+ 衰变的 π^0 两个光子的 fakePhotonSuppressionScore 分布 (a, b) 以及优化结果 (c)。 ρ^- 衰变的 π^0 两个光子的相同分布 (d, e) 和 (f)。信号 MC 的归一化是任意的。

Figure 5-12 The fakePhotonSuppressionScore distribution of generic and signal MC for two photons (a, b) and optimized selection (c) for π^0 from ρ^+ decay and the same distributions (d), (e) and (f) for π^0 from ρ^- decay. The normalization of signal is arbitrary.

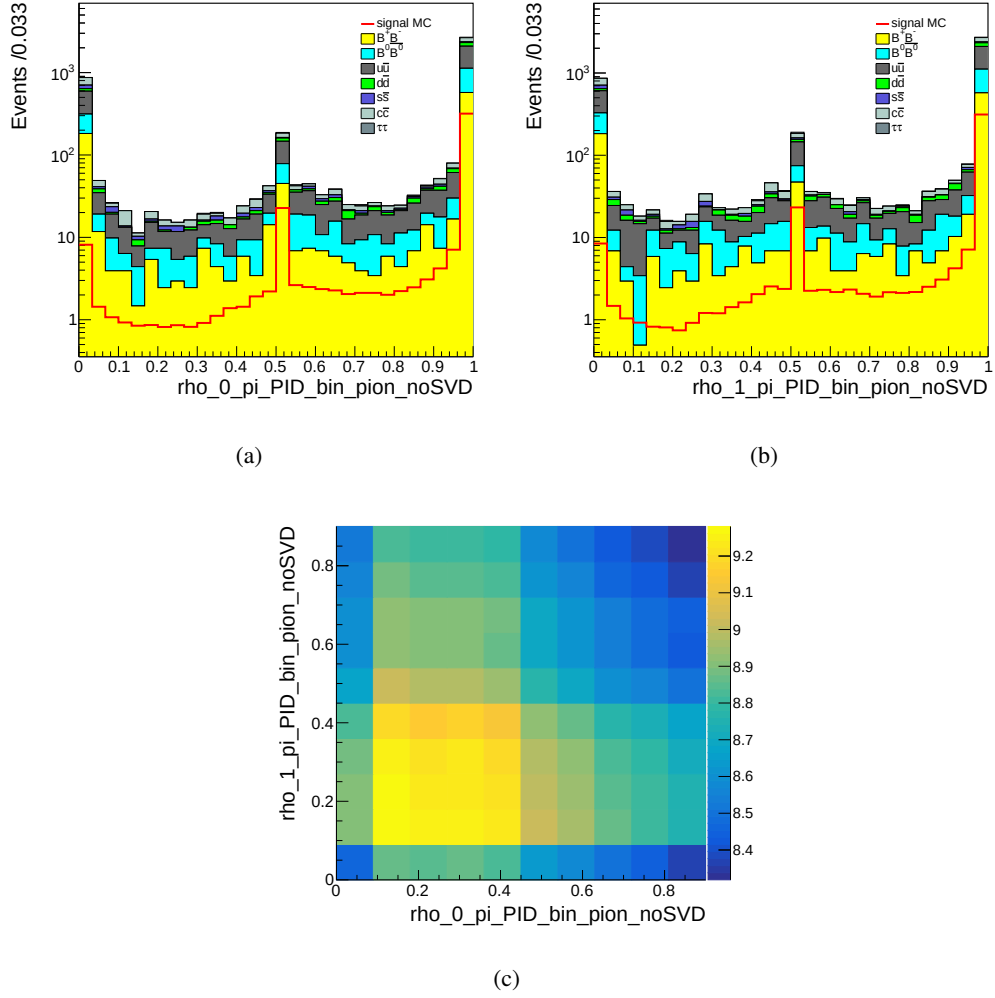


图 5-13 π^+ (a) 和 π^- (b) 的二元 PID 分布以及优化结果 (c)。信号 MC 的归一化是任意的。

Figure 5-13 The binary PID distribution of signal MC and generic MC for π^+ (a), π^- (b) and optimized selection (c). The normalization of signal is arbitrary.

其中, $\chi^2_{B^0}$ 和 $\chi^2_{\pi^0}$ 分别是在 B^0 顶点拟合和 π^0 1C 拟合中得到的, ndf 对应拟合的自由度。按照 χ^2 从小到大对事例中的所有候选者排序, 最后选择每个事例中 χ^2 最小的候选者。最佳候选者选择的效率对于纵向极化信号 MC 和横向极化信号 MC 分别是, 94% 和 99%。图5-15 展示了完成最佳候选者选择后, 相关拟合变量的分布情况。其中 Tc 是 CSMVA 输出分布进行对数变化之后的分布, $\cos\rho^\pm$ 是在 $\rho^\pm$ 质心系下 π^0 和 B^0 动量方向的夹角, 也就是 $\rho^\pm$ 的螺旋度角。

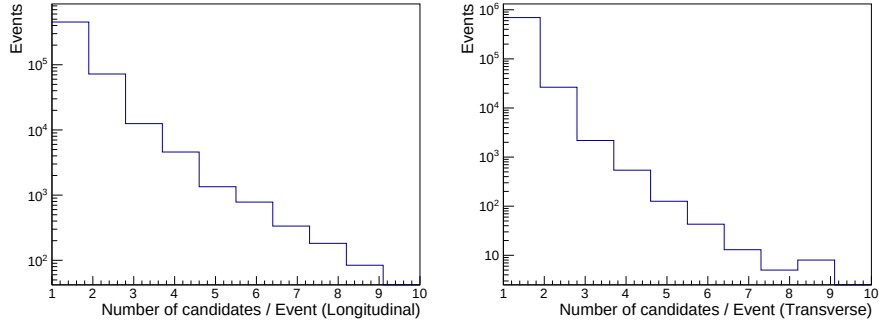


图 5-14 纵向极化和横向极化信号 MC 样本中事例的候选者数量分布。

Figure 5-14 Number of candidates in longitudinal- (a) and transverse-polarized (b) signal MC samples.

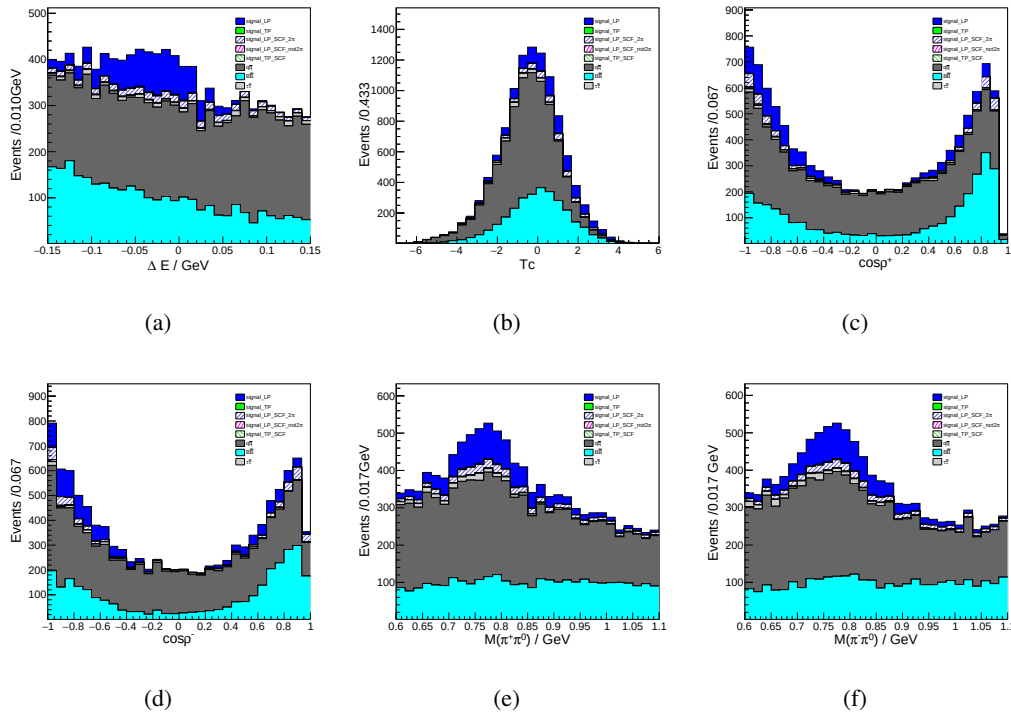


图 5-15 基于 1 ab^{-1} 通用 MC 样本得到的 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程拟合变量的分布。

Figure 5-15 Distribution of the fitting variables for $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ decays reconstructed in 1 ab^{-1} generic MC sample.

加完上述所有选择条件后, 纵向极化信号 MC 的效率为 3.98%, 横向极化信

号 MC 的效率为 6.81% (这里的效率都是做完 MC truth 匹配后的效率)。

5.4 分支比和纵向极化率测量

5.4.1 峰状本底

在选择条件之后, 拟合区间内存在一些峰状本底, 例如 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ 、 $B^0 \rightarrow a_1^0\pi^0$ 、 $B^0 \rightarrow a_1^\pm\pi^\mp$ 和 $B^0 \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp\pi^0$ 具有与 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 相同的 4π 终态。对于 $B^0 \rightarrow K^{*\pm}(892)\rho^\mp$ 和 $B^0 \rightarrow K_0^{*\pm}(1430)\rho^\mp$, $K^{*\pm} \rightarrow K^\pm\pi^0$ 可以通过 $K-\pi$ 误鉴别被重建为 $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0$ 。对于已有分支比测量的峰状本底, 在产生通用 MC 时, 已经使用了 PDG 中的分支比, 因此我们不需要将这些过程与通用 MC 区分开来 (我们不逐一产生这些本底的信号 MC, 而是直接使用通用 MC 的形状)。如果分支比未被测量, 则根据峰状本底的特性将它们分为三类: A 类: 在 ΔE 分布中明显的峰且在选择后剩余事例较多。由于它们可能显著影响信号产额, 因此会逐一产生这些本底的信号 MC 用于拟合。B 类: 在 ΔE 分布中未形成明显峰且剩余事例不多, 但可能具有 CP 破坏效应。这些过程对信号产额影响不大, 但可能对 CP 破坏参数测量产生偏差。在本分析中, 也会逐一产生这些本底的信号 MC。C 类: 剩余事例较少且不具有 CP 破坏效应。因此, 这些过程被合并成“稀有”峰状本底处理。所有没有分支比测量的峰状本底, 其产额在拟合中都放开。

关于峰状本底在拟合中产额处理方式的详细信息如表 5-7 所示。由于这些过程的分支比未被测量, 根据 PDG 的上限, 对于大部分峰状本底我们将其分支比设置为 1.0×10^{-5} , 用于估计本底事例数。(需要注意的是 PDG 中 $B^0 \rightarrow \omega\pi^0$ 的分支比上限为 5×10^{-7} , 远小于 10^{-5} , 因此我们采用这个值。 $B^0 \rightarrow f_0(980)\pi^+\pi^-$ PDG 的分支比上限为 3.0×10^{-6} , 根据同位旋对称性假设 $B^0 \rightarrow f_0(980)\pi^0\pi^0$ 为 1.5×10^{-6} 。类似的 $B^0 \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ 的分支比上限为 8.8×10^{-6} , 假设 $B^0 \rightarrow \rho^0\pi^0\pi^0$ 为 4.4×10^{-6}) (假设 B^0 衰变中同位旋改变为 $1/2$ 的振幅占主导, 则含有 $\pi^+\pi^-$ 末态的振幅模方是 $\pi^0\pi^0$ 的两倍)。

5.4.2 信号 MC 的误组合

一些信号 MC 事例未能被正确重建, 称为“self-crossfeed”(SCF)。在本分析中, 它们被分为三类: 纵向极化信号的 $\pi^+\pi^-$ 、非 $\pi^+\pi^-$ SCF 以及横向极化信号的 SCF。纵向极化信号的 $\pi^+\pi^-$ SCF: 这些事例来自纵向极化信号, 其中两个带电 $\pi^\pm$ 被正确重建, 但由于 $\rho^\pm$ 中的 γ 或由束流本底、强子簇射引起的假 γ 造成错误组合, 导致至少有一个 π^0 未被正确重建。其运动学分布与正确重建的信号不同, 但顶点位置与信号事例完全相同。因此, 其 Δt 分布与信号相同, 需要与其它本底区分, 它在 CP 破坏参数测量中当做信号。非 $\pi^+\pi^-$ SCF: 这些事例最多只有一个带电 $\pi^\pm$ 被正确重建, 虽然包含信号信息, 但其 Δt 分布分辨较差, 在拟合时把它当做一个本底成分。横向极化信号不具有 CP 破坏效应, 且预期信号数量非常少。因此, 横向极化信号的 SCF 无需进一步分类, 所有的误组合事例都归到横向极化信号的 SCF 中。

表 5-7 峰状本底的效率、分支比、估计的本底事例数、类型以及在拟合中是否浮动。类型 A、B、C 分别表示 (ΔE 峰)、(无 ΔE 峰, 具有 CP 破坏) 和 (事例较少, 无 CP 破坏)。

Table 5-7 Summary of efficiencies, branching fractions, estimated background events, type and free or fixed in the fit of peaking backgrounds. Type A, B, C represent (ΔE peak), (no ΔE peak, with CP violation) and (few events, without CP violation), respectively.

衰变道	效率	分支比 ($\times 10^{-5}$)	本底数 (1 ab^{-1})	类型	放开或固定	单独模拟
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$	0.19%	1.0	19.7	A	放开	是
$B^0 \rightarrow \rho^+ \pi^- \pi^0$	0.61%	1.0	62.5	A	放开	是
$B^0 \rightarrow a_1^0 \pi^0$	0.81%	1.0	83.8	B	放开	是
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	0.19%	1.0	19.7	B	放开	是
$B^0 \rightarrow a_1^+ \rho^-$	0.08%	1.0	8.2	C	放开	否
$B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0 \pi^0$	0.05%	1.0	5.8	C	放开	否
$B^0 \rightarrow \rho^0 \pi^0 \pi^0$	0.21%	0.44	9.6	C	放开	否
$B^0 \rightarrow f_0(980) \pi^0 \pi^0$	0.11%	0.15	1.6	C	放开	否
$B^0 \rightarrow \omega \pi^0$	0.02%	0.05	0	C	放开	否
$B^+ \rightarrow a_1^0 \rho^+$	0.09%	1.0	10.1	B	放开	是
$B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$	0.11%	1.0	11.5	C	放开	否
$B^+ \rightarrow \rho^+ \pi^+ \pi^-$	0.04%	1.0	4.7	C	放开	否
$B^+ \rightarrow \rho^- \pi^+ \pi^+$	0.04%	1.0	4.7	C	放开	否

5.4.3 拟合模型

为了测量分支比以及纵向极化率, 我们对 ΔE 、 $M(\pi^\pm \pi^0)$ 、 $\cos \rho^\pm$ 和 CSMVA 输出 T_c 进行了不分 bin 的最大似然拟合。CSMVA 输出通过以下公式进行变换:

$$T_c = \log\left(\frac{\text{CSMVA} - \text{CSMVA}_{\min}}{\text{CSMVA} - \text{CSMVA}_{\max}}\right). \quad (5-5)$$

所有成分的形状均来自 MC 模拟。根据 R. Okubo 等人的研究^[244], 我们知道不同成分的拟合变量之间存在不同的相关性。为了考虑这些相关性, 我们使用多维直方图概率密度函数 (hist-PDF) 来构造各成分的 PDF。总的拟合模型详细介绍列在表 5-8 中, 其中详细描述了如何考虑不同成分的各个拟合变量之间的相关性。

总的似然函数由以下公式给出,

$$\begin{aligned}
 & L(\Delta E, m_{\pi^\pm \pi^0}, \cos \theta_{\rho^\pm}, T_c | \mathcal{B}, f_L, N_{B\bar{B}}, N_{q\bar{q}}, N_{\tau^+ \tau^-}, N_{\pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0}, N_{\rho^+ \pi^- \pi^0}, N_{a_1^0 \pi^0}, N_{\pi^+ \pi^- \pi^0}, \\
 & N_{a_1^0 \rho^+}, N_{\text{rare}}) = \frac{\prod_j e^{-N_j}}{N_{\text{tot}}!} \prod_{i=1}^{N_{\text{tot}}} [B f_L \epsilon_L N_{B\bar{B}} P_L^i + B(1 - f_L) \epsilon_T N_{B\bar{B}} P_T^i + \\
 & B f_L \epsilon_L N_{B\bar{B}} k_{\text{scL}2\pi} P_{\text{scL}2\pi}^i + B f_L \epsilon_L N_{B\bar{B}} k_{\text{scLnot}2\pi} P_{\text{scLnot}2\pi}^i + B(1 - f_L) \epsilon_T N_{B\bar{B}} k_{\text{scT}} P_{\text{scT}}^i + \\
 & N_{B\bar{B}} P_{B\bar{B}}^i + N_{q\bar{q}} P_{q\bar{q}}^i + N_{\tau^+ \tau^-} P_{\tau^+ \tau^-}^i + N_{\pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0} P_{\pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0}^i + N_{\rho^+ \pi^- \pi^0} P_{\rho^+ \pi^- \pi^0}^i + \\
 & N_{a_1^0 \pi^0} P_{a_1^0 \pi^0}^i + N_{\pi^+ \pi^- \pi^0} P_{\pi^+ \pi^- \pi^0}^i + N_{a_1^0 \rho^+} P_{a_1^0 \rho^+}^i + N_{\text{rare}} \sum_{l=\text{peak_C}} P_l^i],
 \end{aligned} \quad (5-6)$$

其中, B 是 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 的分支比, f_L 是纵向极化率, N_j 是成分 j 的产额, ϵ_j 是选择效率, k_j 是信号的 SCF 比例, P_j^i 是第 j 成分的 PDF。

在拟合中, 我们根据信号 MC 样本固定了 k_j 的值 (纵向极化信号的 SCF 比例为 37%, 其中 $\pi^+ \pi^-$ 的 SCF 比例 ($k_{\text{scL}2\pi}$) 为 34%, 非 $\pi^+ \pi^-$ 的 SCF 比例 ($k_{\text{scLnot}2\pi}$) 为 3%; 横向极化信号的 SCF 比例为 6%)。 B 、 f_L 、 $N_{B\bar{B}}$ 、 $N_{q\bar{q}}$ 、 $N_{\tau^+ \tau^-}$ 、 $N_{\pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0}$ 、 $N_{\rho^+ \pi^- \pi^0}$ 、 $N_{a_1^0 \pi^0}$ 、 $N_{\pi^+ \pi^- \pi^0}$ 、 $N_{a_1^0 \rho^+}$ 和 N_{rare} 在拟合中放开。peak_C 代表 C 类峰状本底, 在拟合中被合并成一个 PDF。

表 5-8 拟合模型总结。|X 表示使用了多维 hist-PDF 考虑了变量之间的关联。

Table 5-8 Summary of fit models for each component. |X implies that the correlation with X is considered by using multi-dimensional hist-PDF.

成分	ΔE	$M(\pi^+ \pi^0)$	Tc	$\cos \rho^\pm$	产额是否放开
Longitudinal signal	Template	Template	Template	Template ΔE	是
SCF(Long. $\pi^+ \pi^-$)	Template	Template	Template	Template $\cos \rho^\mp$	否
SCF(Long.not $\pi^+ \pi^-$)	Template	Template	Template	Template $\cos \rho^\mp$	否
Transverse signal	Template	Template	Template	Template ΔE	是
SCF(Trans.)	Template	Template	Template	Template $\cos \rho^\mp$	否
$q\bar{q}$	Template	Template	Template ΔE	Template M($\pi^\pm \pi^0$)	是
$B\bar{B}$	Template	Template	Template ΔE	Template M($\pi^\pm \pi^0$)	是
$\tau^+ \tau^-$	Template	Template	Template	Template	否
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0$	Template	Template	Template ΔE	Template ΔE	是
$B^0 \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp \pi^0$	Template	Template M($\pi^\mp \pi^0$)	Template ΔE	Template $\cos \rho^\mp$	是
$B^0 \rightarrow a_1^0 \pi^0$	Template	Template M($\pi^\mp \pi^0$)	Template ΔE	Template $\cos \rho^\mp$	是
$B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	Template	Template	Template ΔE	Template	是
$B^+ \rightarrow a_1^0 \rho^+$	Template	Template	Template ΔE	Template	是
稀有衰变	Template	Template	Template	Template $\cos \rho^\mp$	是

5.4.4 通用 MC 的拟合

我们对通用 MC 样本进行有放回地随机抽样得到样本, 并对样本进行拟合以提取分支比和纵向极化率。样本的统计量对应于 1 ab^{-1} , 其中一次拟合结果如图 5-16 所示。表 5-9 展示了参数的拟合结果, 所有参数的拟合值在 2σ 范围内均和输入值一致。表中有些峰状本底的事例数误差会超过中心值, 主要由于 ρ 很宽, 且峰状本底的末态比较相似, 目前很难确定各个成分的贡献。并且它们之间还会有关联, 所以直接导致它们的误差很大。

5.4.5 基于重抽样的拟合检验

我们使用重抽样 (bootstrap) 来验证拟合程序的正确性^[245], 这里重抽样表示同一个事例可以在一个伪数据集中多次出现。在本分析中, 许多拟合变量之间存在相关性, 而拟合模型并未包含所有这些相关性。为了估计由于潜在未考虑的拟合变量之间的相关性导致的拟合结果偏差, 我们选择了 bootstrap 而非 toy MC 进行研究。由于样本的统计不确定性 bootstrap 往往会产生偏差, 有时偏差会被

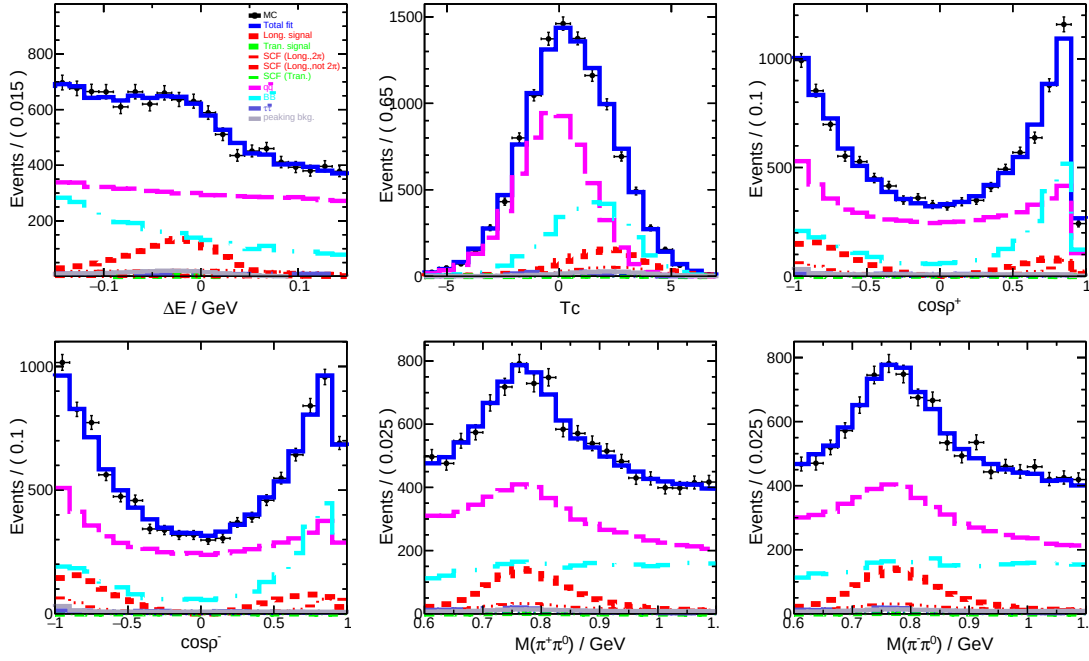


图 5-16 1 ab^{-1} 通用 MC 样本的拟合结果。带误差棒的黑点表示总的通用 MC 样本；蓝色实线表示总的拟合结果；红色和绿色粗虚线分别表示纵向和横向计划信号；红色和绿色细虚线分别表示纵向和横向极化信号的 SCF；粉色虚线表示连续过程本底；青色点划线表示 $B\bar{B}$ 本底；浅蓝色虚线表示 $\tau^+\tau^-$ 本底；灰色实线表示峰状本底。

Figure 5-16 The fitting results of 1 ab^{-1} generic MC sample. The black dots with error bars represent the total generic MC samples; the solid blue line represents the total fitting result; the thick red and green dashed lines represent the longitudinal and transverse signal, respectively; the thin red and green dashed lines represent the SCF of the longitudinal and transverse polarization signal; the pink dashed line represents the continuum background; the cyan dash-dotted line represents the $B\bar{B}$ background; the light blue dashed line represents the $\tau^+\tau^-$ background and the gray solid line represents the peaking background.

表 5-9 通用 MC 样本的参数拟合结果。

Table 5-9 Parameters fitting results of generic MC samples.

参数	拟合结果	输入
B	$(2.78 \pm 0.14) \times 10^{-5}$	2.77×10^{-5}
f_L	0.991 ± 0.016	0.990
$N_{q\bar{q}}$	6005.4 ± 111.3	6055
$N_{B\bar{B}}$	3015.1 ± 129.2	2940
$N_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}$	33.3 ± 65.7	20
$N_{\rho^+\pi^-\pi^0}$	111.1 ± 113.7	63
$N_{a_1^0\pi^0}$	119.2 ± 62.2	84
$N_{\pi^+\pi^-\pi^0}$	9.0 ± 18.7	20
$N_{a_1^0\rho^+}$	24.2 ± 108.8	10
N_{rare}	-103.0 ± 85.7	46

高估。Toy MC 基于已有拟合模型产生，无法估计潜在未考虑的拟合变量的相关性对拟合结果的影响，所以我们选用 bootstrap 方法得到更为保守的估计。

Bootstrap 研究中使用的所有 MC 样本均为通用 MCrd 样本。对于 $B\bar{B}$ 样本，用前面提到的信号 MC 和对应的峰状本底 MC 替换通用 MCrd 中对应的过程。我们从原始样本中随机抽取统计量为 1 ab^{-1} 的通用 MC 样本，并对样本进行拟合以提取输入的参数。总共进行了 400 次抽样，图5-17和图5-18分别展示了 bootstrap 给出的拟合参数的 Pull 分布以及拟合参数之间的关联系数。

部分 Pull 分布表示拟合结果存在较小的偏差，并且一些拟合参数与其它参数存在相关性。然而，我们关心的物理参数 (B 和 f_L) 的偏差小于统计不确定性，在可接受范围内。为了减少这种相关性和偏差，需要考虑更多的变量之间的相关性。然而，通过增加拟合模型的复杂性，模型的系统不确定性会变得更大，因为随着模型自由度的增加，多维 PDF 的统计不确定性也会增加（通用 MCrd 统计量有限）。此外，使用数据验证模型的复杂相关性也很困难。因此，我们需要接受由于拟合变量存在一些尚未考虑的潜在相关性导致的部分拟合参数存在偏差。最后根据 bootstrap 得到的偏差对 B 和 f_L 的中心值进行修正，具体修正因子如表5-10 所示。

表 5-10 B 和 f_L 的拟合偏差。

Table 5-10 Fitter bias of B and f_L .

参数	bootstrap 的平均值	输入值	偏差 (修正因子)
$B(\times 10^{-5})$	2.83 ± 0.01	2.77	-0.06
f_L	0.974 ± 0.002	0.990	+0.016

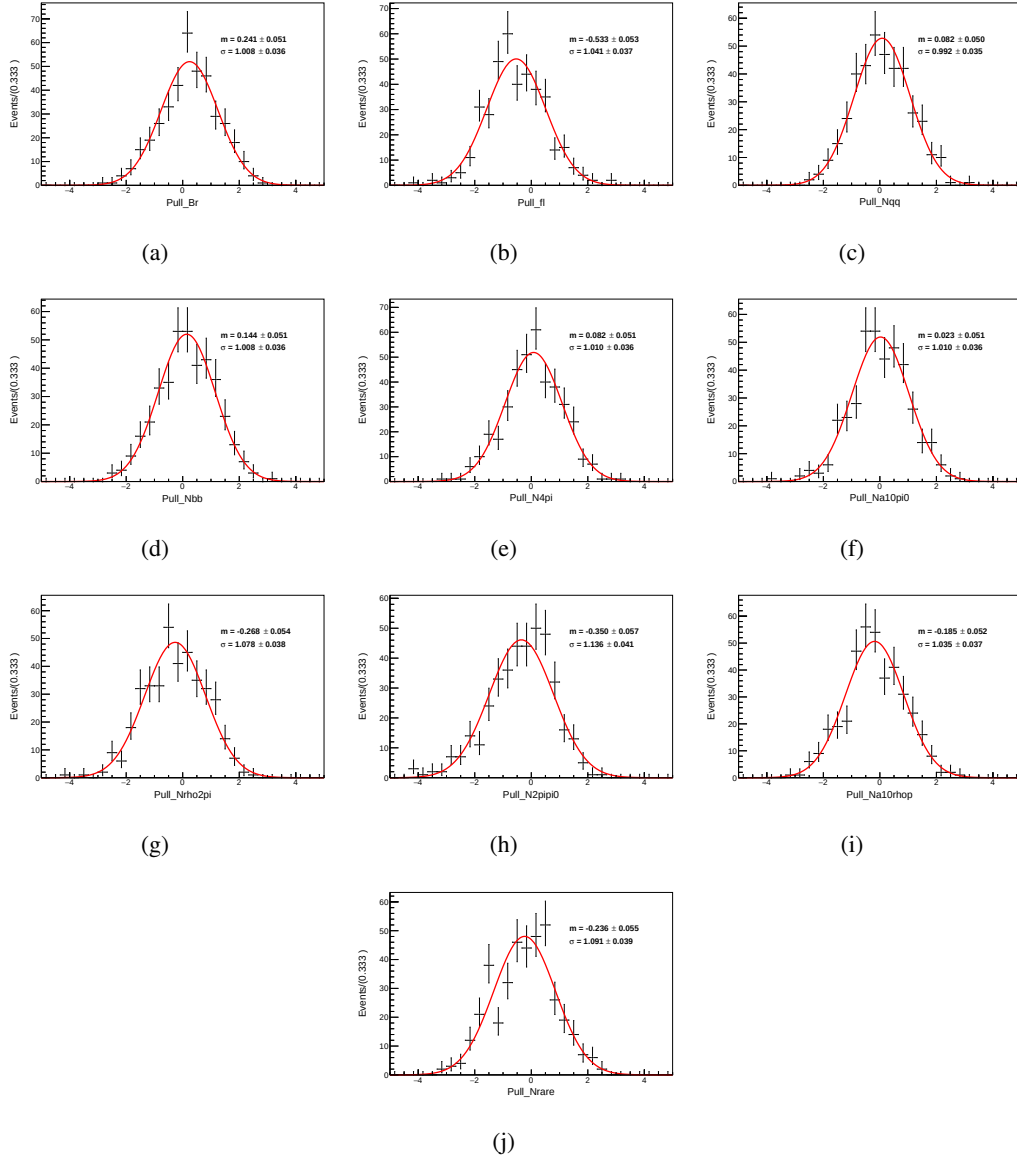


图 5-17 Bootstrap 得到的拟合参数的 Pull 分布。分支比 (a)、纵向极化率 (b)、连续本底产额 (c)、 $B\bar{B}$ 本底产额 (d)、 4π 峰态本底产额 (e)、 $a_1^0 \pi^0$ 峰态本底产额 (f)、 $\rho^+ \pi^- \pi^0$ 峰态本底产额 (g)、 $\pi^+ \pi^- \pi^0$ 峰态本底产额 (h)、 $a_1^0 \rho^+$ (i) 和稀有峰态本底产额 (j)。

Figure 5-17 The Pull distributions of the bootstrap study. The branching fraction (a), longitudinal polarization fraction (b), continuum background yield (c), $B\bar{B}$ background yield (d), 4π peaking background yield (e), $a_1^0 \pi^0$ peaking background yield (f), $\rho^+ \pi^- \pi^0$ peaking background yield (g), $\pi^+ \pi^- \pi^0$ peaking background yield (h), $a_1^0 \rho^+$ (i) and rare peaking background yield (j).

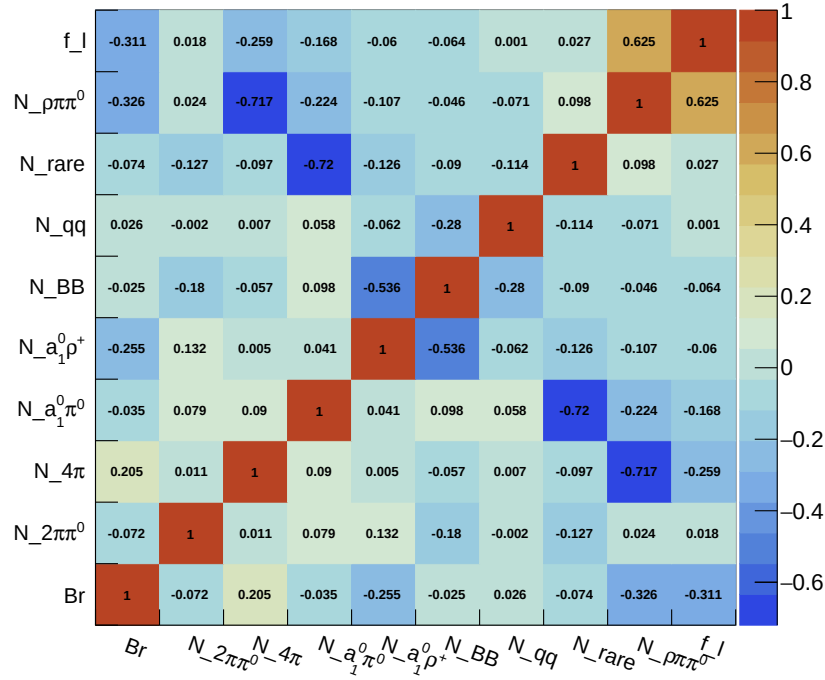


图 5-18 拟合参数之间的关联系数。

Figure 5-18 The correlation coefficient of the fit parameters.

5.4.5.1 Off-resonance 数据检查 $q\bar{q}$ MC 模拟

根据之前的研究^[244]，在边带区域观测到了数据与 MC 模拟在 $\cos\theta_\rho$ 分布上存在的差异。为了进一步检查数据与 $q\bar{q}$ MC 模拟之间的差异，我们使用 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC 来检查拟合变量的数据与 MC 差异，结果如图5-19、5-20和 5-21的第一列所示。可以看出，每个分布都存在微小差异（ $\cos\theta_\rho$ 在左右两端差异较大），因此我们使用 Off-resonance 数据对所有分布进行 re-weight，以减少数据与 MC 的差异。在考虑了表5-8中拟合变量之间的相关性后，我们分别对 $(\Delta E, T_c)$ 、 $(\cos\rho^+, M(\pi^+\pi^0))$ 和 $(\cos\rho^-, M(\pi^-\pi^0))$ 进行了二维 re-weight。图5-19、5-20和 5-21的第二列展示了 re-weight 后数据与 $q\bar{q}$ MC 的比较，一致性得到了显著改善。我们将在最终数据拟合中使用 re-weight 后的 $q\bar{q}$ MC 形状，这意味着我们无需考虑 $q\bar{q}$ MC 形状的系统不确定性。

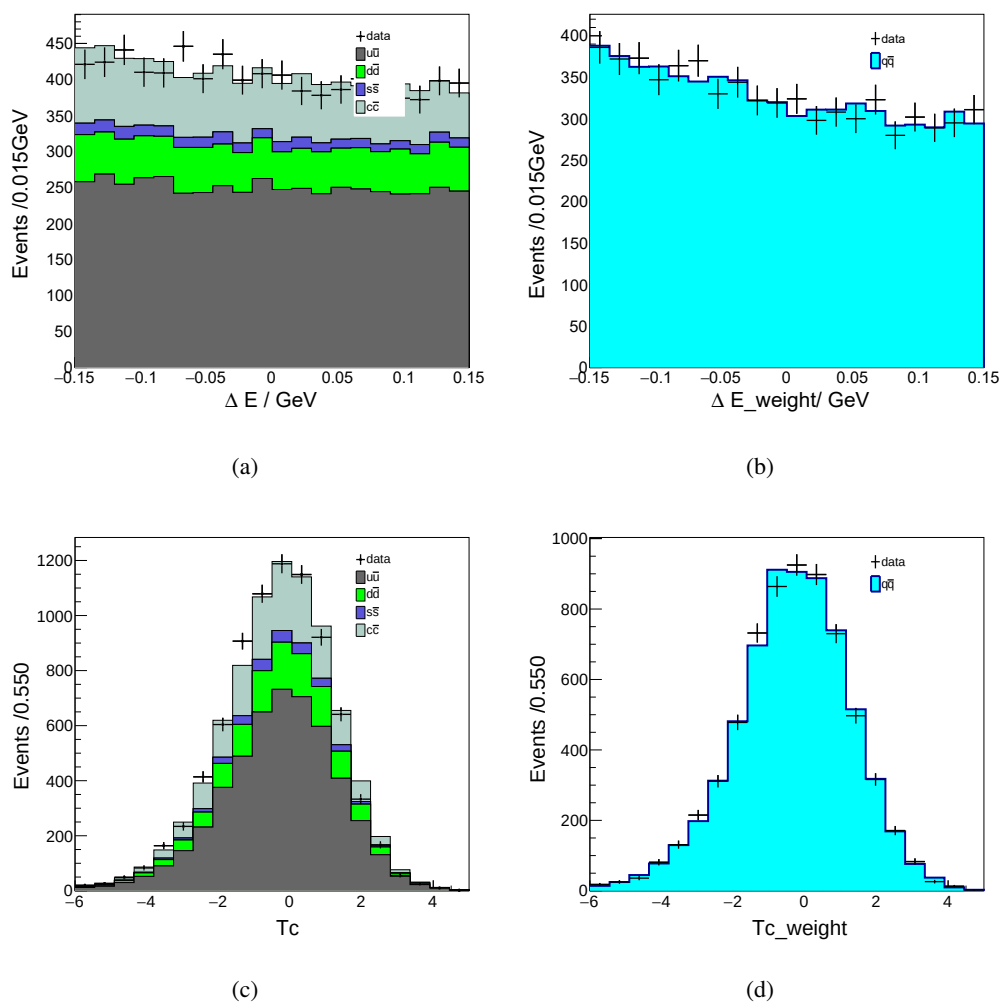


图 5-19 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC 中 ΔE (a)、 T_c (c) 的数据 MC 对比以及 re-weight 后相同的分布 (b, d)。

Figure 5-19 The comparison of data and MC of ΔE (a), T_c (c) between Off-resonance data and $q\bar{q}$ MC, as well as the same distribution after re-weight (b, d).

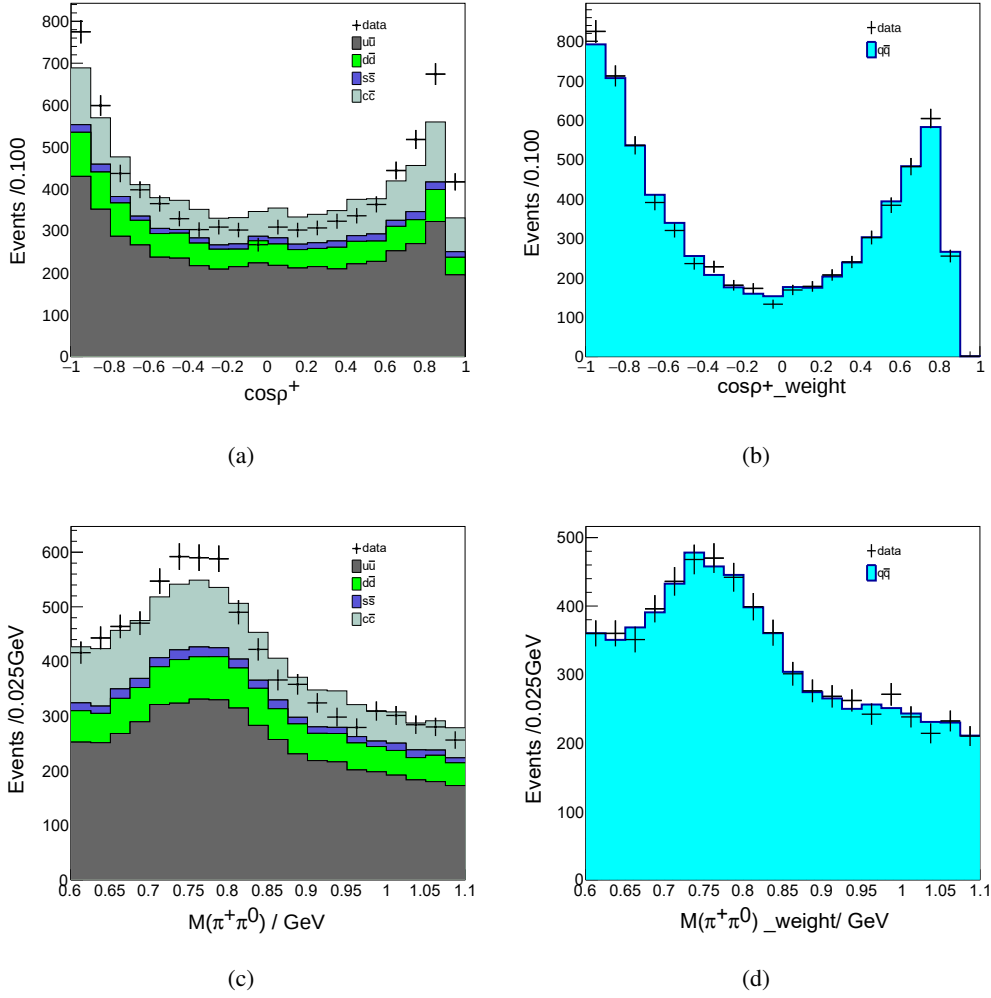


图 5-20 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC 中 $\cos \rho^+$ (a)、 $M(\pi^+\pi^0)$ (c) 的数据 MC 对比以及 re-weight 后相同的分布 (b, d)。

Figure 5-20 The comparison of data and MC of $\cos \rho^+$ (a), $M(\pi^+\pi^0)$ (c) between Off-resonance data and $q\bar{q}$ MC, as well as the same distribution after re-weight (b, d).

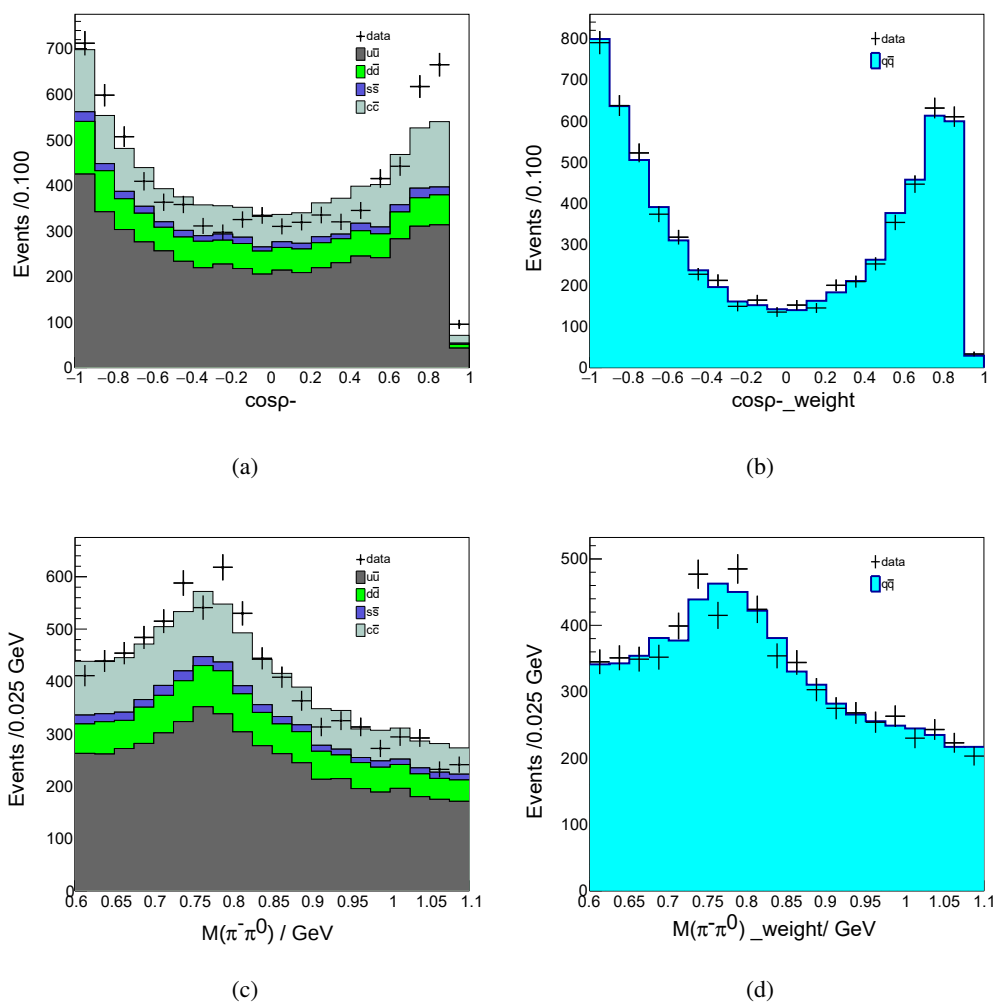


图 5-21 Off-resonance 数据和 $q\bar{q}$ MC 中 $\cos \rho^-$ (a)、 $M(\pi^- \pi^0)$ (c) 的数据 MC 对比以及 re-weight 后相同的分布 (b, d)。

Figure 5-21 The comparison of data and MC of $\cos \rho^-$ (a), $M(\pi^- \pi^0)$ (c) between Off-resonance data and $q\bar{q}$ MC, as well as the same distribution after re-weight (b, d).

5.5 CP 破坏参数测量

5.5.1 分辨函数构造

本分析中使用的 Δt 分辨函数与文献^[246] 中的类似。公式 (5-7) 是文献^[246] 中使用的分辨函数：

$$\begin{aligned}
 R(\delta\Delta t; \sigma) &= (1 - f_{\text{OL}})R_{\text{core}}(\delta\Delta t; \sigma) + f_{\text{OL}}R_{\text{OL}}(\delta\Delta t; \sigma), \\
 R_{\text{core}}(\delta\Delta t; \sigma) &= (1 - f_{\text{tail}}) \cdot G(\delta\Delta t; \mu_{\text{main}} \cdot \sigma, s_{\text{main}} \cdot \sigma) \\
 &\quad + f_{\text{tail}}((1 - f_{\text{exp}})G(\delta\Delta t; \mu_{\text{tail}} \cdot \sigma, s_{\text{tail}} \cdot \sigma) \\
 &\quad + f_{\text{exp}} \cdot f_{\text{tail}} \cdot G(\delta\Delta t; \mu_{\text{tail}} \cdot \sigma, s_{\text{tail}} \cdot \sigma) \\
 &\quad \otimes (1 - f_R) \exp_{-}\left(\frac{\delta\Delta t}{c \cdot \sigma}\right) + f_R \exp_{+}\left(\frac{-\delta\Delta t}{c \cdot \sigma}\right),
 \end{aligned} \tag{5-7}$$

其中：

- $\sigma \equiv \sigma_{\Delta t}$ ，即顶点拟合中 Δt 的不确定性；
- $G(x, \mu, \sigma)$ 是均值为 μ 、宽度为 σ 的高斯分布；
- $\exp_{+}(x) = \exp(x)$ ，其中 $x > 0$ ，否则 $\exp_{+}(x) = 0$ 。 $\exp_{-}(x)$ 的定义类似；
- $\mu_{\text{main}}, s_{\text{main}}$ 是主高斯的均值和宽度（以 $\sigma_{\Delta t}$ 为单位）；
- $\mu_{\text{tail}}, s_{\text{tail}}$ 是尾部高斯的均值和宽度；
- c 是指数函数的系数，描述指数函数的分布；
- $f_{\text{tail}}(\sigma)$ 是属于分布尾部部分（尾部高斯或尾部指数函数）的事例的比例。根据之前的研究^[244]，他们发现 Belle II 分析中广泛使用的误差函数无法很好地描述 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程中 $\sigma_{\Delta t}$ 比较大的区域内的分布。因此，他们使用了不对称高斯函数（Bifurcated Gaussian function），该函数可以很好地描述 $\sigma_{\Delta t}$ 。因此，我们使用了相同的函数， f_{tail} 本身是 $\sigma_{\Delta t}$ 的不对称高斯函数：

$$f_{\text{tail}}(\sigma) = f_{\text{max}} \cdot \text{BifuGaussian}(\sigma, \mu = f_{\mu}, \sigma_R = f_{\sigma_R}, \sigma_L = f_{\sigma_L}) + C_{\text{tail}}, \tag{5-8}$$

其中 BifuGaussian 是不对称高斯函数。 f_{max} 是整体缩放系数； f_{μ} 是不对称高斯的均值； f_{σ_R} 和 f_{σ_L} 分别是右侧和左侧的 σ ； C_{tail} 是偏移系数。

- f_{exp} 是属于指数函数部分的事例比例（相对于纯高斯部分）；
- f_R 是尾部指数函数中属于右边尾部（ $\delta\Delta t > 0$ ）的事例比例（相对于左边尾部）；

• R_{OL} ：分辨函数的最外层部分。在文献^[246] 中其均值固定为 0， σ_{OL} 固定为 200 ps。但在本分析中，固定 σ_{OL} 导致 f_{OL} 在拟合中很不稳定，因此在拟合中放开 σ_{OL} 。

在文献^[246] 中，所有参数在所有 $|\text{qr}|$ 区间中是共用的。然而，根据文献^[247] 的研究，第 7 个 $|\text{qr}|$ ($|\text{qr}| \geq 6$) 区间的 Δt 分辨明显好于其他 $|\text{qr}|$ 区间。为了提高拟合质量并避免对 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 $\mathcal{S}_{CP}$ 引入偏差，同时避免使用过多参数导致对数据的拟合不稳定，我们允许描述尾部指数函数斜率和比例参数 c 、 f_{exp} 和 f_R ，以及高斯函数的均值 μ_{main} 和 μ_{tail} 在 $|\text{qr}| \geq 6$ 中单独浮动。这些参数分别定义为 c^6 、 f_{exp}^6 、 f_R^6 、 μ_{main}^6 和 μ_{tail}^6 。

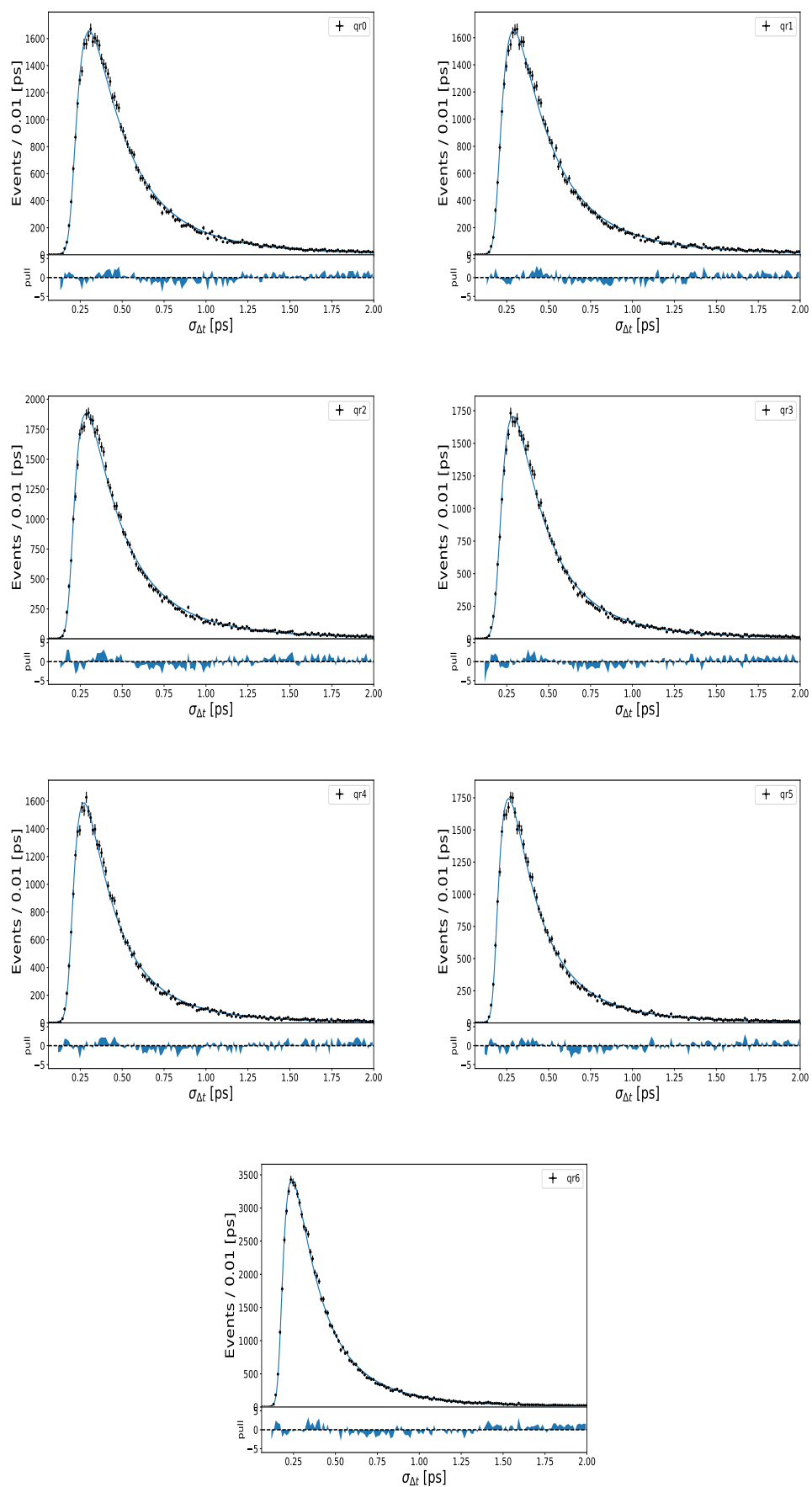

 图 5-22 不同 $|qr|$ 区间信号 MC 样本的 $\sigma_{\Delta t}$ 拟合。

 Figure 5-22 $|qr|$ bin dependence of the $\sigma_{\Delta t}$ fit to the signal MC.

对 Δt 残差 $\delta\Delta t$ 进行拟合时, 以及在后文讨论的 Δt 拟合中, $\sigma_{\Delta t}$ 维度通过 Johnson SU 函数进行描述。信号 MC 样本中 $\sigma_{\Delta t}$ 的拟合结果如图5-22所示, 可以看到所有 $|q|$ 区间内, Johnson SU 函数都可以很好地描述信号 MC 的 $\sigma_{\Delta t}$ 分布。在后续的 $\delta\Delta t$ 拟合中, 首先对 $\sigma_{\Delta t}$ 分布进行拟合, 然后将拟合结果保存为 500 个等区间宽度的直方图, 并将其作为残差拟合的输入。 $\delta\Delta t$ 的拟合结果和拟合参数分别如图5-23 和表5-11所示。可以看出, 分辨函数能很好地描述 $\delta\Delta t$ 的分布。此处使用的信号 MC 样本是依赖 run 号的信号 MC。

基于目前 Belle II 常用的方法, 在对数据的 Δt 进行拟合时, 允许分辨函数的部分参数浮动。我们发现在拟合 MC 的 Δt 分布时, 在低统计量的条件下允许某些参数浮动会导致收敛困难, 并与中心值出现显著偏差。在我们之前的尝试中, 我们允许分辨函数部分参数浮动来拟合控制道 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 的数据 (从控制道中提取分辨函数参数用来研究分辨函数参数固定引入的系统误差), 尽管该样本的统计量已经很大, 拟合得的分辨函数参数的误差仍然非常大。在这种情况下, 使用从控制道中获得的参数 (考虑误差) 来拟合我们信号过程的信号 MC 通常会导致拟合失败 (可以预期拟合信号过程的数据也很难收敛)。此外, 我们观察到在误差范围内, 从控制道数据中拟合得到的分辨函数参数与拟合控制道信号 MC 得到的参数差异很小。基于此, 考虑到 MC 模拟与数据之间没有表现出显著差异, 我们决定在拟合数据时将所有分辨率参数固定为 MC 模拟得到的值。关于固定分辨函数参数引入的系统不确定性, 我们在第5.6.14节中通过对控制道 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 的研究提供了系统不确定性的详细估计。

5.5.2 运动学近似

时间相关的 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 通过 $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ 衰变产生的 B^0 介子测量。其中一个 B 介子, 即信号侧 B_{sig}^0 , 通过其衰变到的 CP 本征态 $\rho^+\rho^-$ 重建。另一个 B 介子, 即标记侧 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$, 通过第5.3.4中介绍的味道标记确定 b 夸克味道。通过拟合侧 B_{sig}^0 和标记侧 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$ 的衰变时间差分布 Δt , 测量参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 。忽略探测器分辨率效应和 B^0 在 $\Upsilon(4S)$ 质心系中的运动, “真实”的衰变时间差 $\Delta t'$ 定义为,

$$f_{\text{true}}(\Delta t', q) = \frac{e^{-|\Delta t'|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}} [1 + q(S_{CP} \sin(\Delta m_d \Delta t') + \mathcal{A}_{CP} \cos(\Delta m_d \Delta t'))], \quad (5-9)$$

其中 τ_{B^0} 和 Δm_d 分别是 B^0 的寿命和混合频率, S_{CP} 是混合诱导的 CP 破坏参数, $\mathcal{A}_{CP}$ 是直接的 CP 破坏参数, 详细介绍见第1.2.2.3节。 q 是标记侧 B^0 的味道 ($q = +1$ 表示 B_{tag}^0 , $q = -1$ 表示 $\bar{B}_{\text{tag}}^0$)。

标记侧 B^0 的味道由基于类别的味道标记算法确定, 主要性能参数包括,

1. 错误标记比例 $\omega = \frac{1}{2}(\omega_{B_{\text{tag}}^0} + \omega_{\bar{B}_{\text{tag}}^0})$,
2. 错误标记比例差 $\Delta\omega = \omega_{B_{\text{tag}}^0} - \omega_{\bar{B}_{\text{tag}}^0}$,
3. B_{tag}^0 探测效率差 $\mu = \frac{\epsilon_{B_{\text{tag}}^0} - \epsilon_{\bar{B}_{\text{tag}}^0}}{\epsilon_{B_{\text{tag}}^0} + \epsilon_{\bar{B}_{\text{tag}}^0}}$ 。

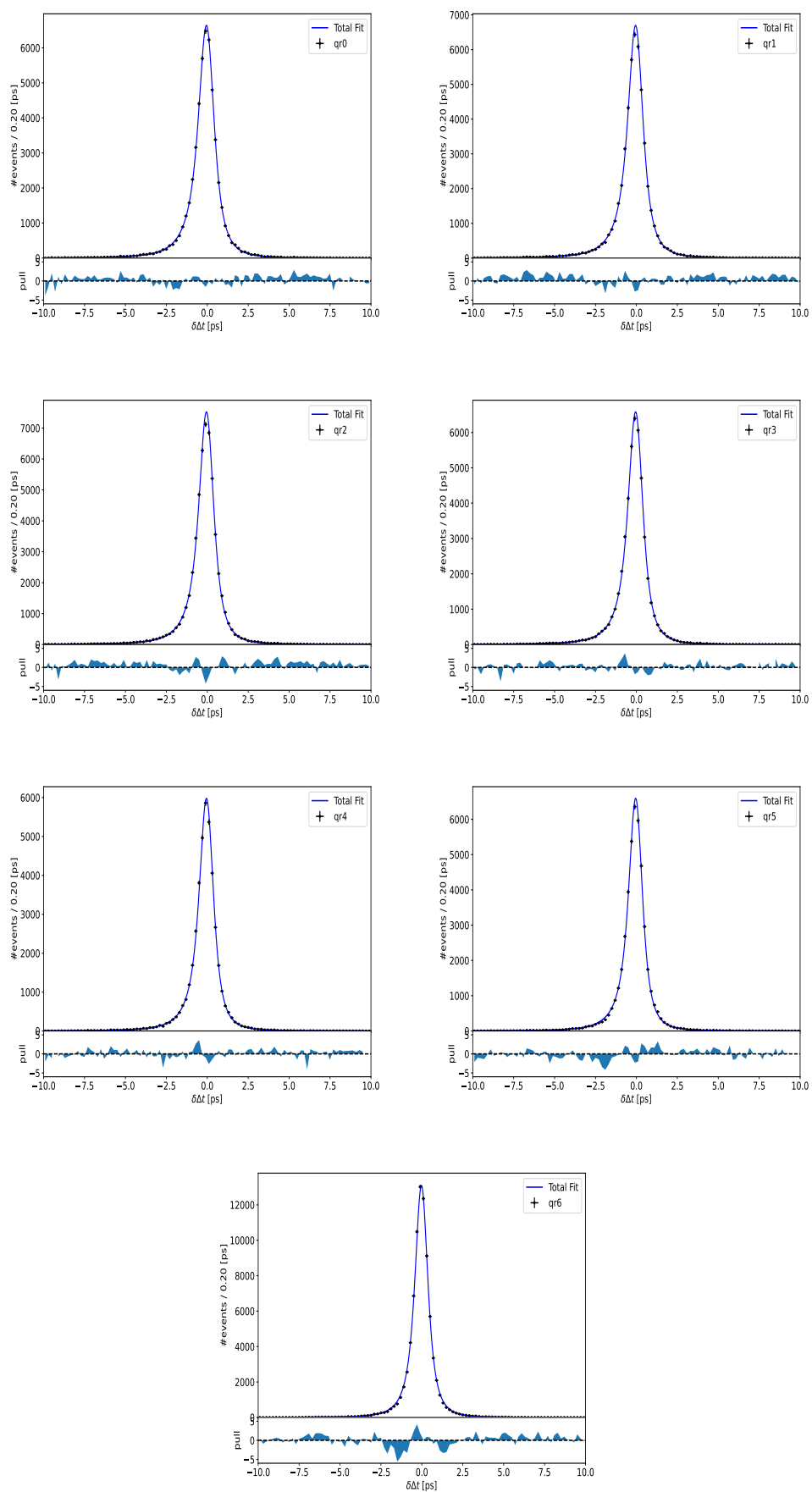

 图 5-23 不同 $|q_r|$ 区间信号 MC 样本的分辨函数拟合。

 Figure 5-23 $|q_r|$ bin dependence of the resolution function fit to the signal MC.

表 5-11 信号 MC 样本的分辨函数拟合结果。

Table 5-11 Fit result of the resolution function to signal MC samples.

参数	中心值	误差
c	4.17	0.06
c^6	4.83	0.16
f_{OL}	0.043	0.004
σ_{OL}	0.40	0.01
f_R	0.33	0.01
f_R^6	0.25	0.04
f_{exp}	0.32	0.01
f_{exp}^6	0.16	0.01
μ_{main}	-0.04	0.01
μ_{main}^6	-0.09	0.01
μ_{tail}	-0.82	0.04
μ_{tail}^6	-0.34	0.03
σ_{main}	1.26	0.01
σ_{tail}	2.24	0.04
f_{max}	0.10	0.01
f_μ	0.30	0.01
$f_{\sigma R}$	0.40	0.03
$f_{\sigma L}$	0.11	0.02
C_{tail}	0.17	0.01

考虑 ω 、 $\Delta\omega$ 和 μ 后, 公式 (5-9) 变为,

$$f_{phys}(\Delta t', q) = \frac{e^{-|\Delta t'|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}} [(1 - q\Delta\omega + q\mu(1 - 2\omega)) + [q(1 - 2\omega) + \mu(1 - q\Delta\omega)] [S_{CP} \sin(\Delta m_d \Delta t') + \mathcal{A}_{CP} \cos(\Delta m_d \Delta t')]]. \quad (5-10)$$

在 Belle II 中, 我们无法直接测量 Δt , 而是利用两个 B 衰变顶点沿 $\Upsilon(4S)$ boost 方向的距离 $\Delta\ell$ 来近似计算, 如图 5-2 所示。衰变时间差 Δt 可以写成,

$$\Delta t = \frac{\Delta\ell}{\beta\gamma\gamma^*c}, \quad (5-11)$$

其中 $\Delta\ell$ 是两个 B 衰变顶点沿 $\Upsilon(4S)$ boost 方向的距离, $\beta\gamma \approx 0.29$ 是 $\Upsilon(4S)$ 的 boost, $\gamma^* = E_{cms}/(2M_B) \approx 1.002$ 是 B 介子在 $\Upsilon(4S)$ 质心系中的洛伦兹因子。测量的 Δt 与真实的 $\Delta t'$ 之间的关系为,

$$\Delta t' = \Delta t - \frac{\beta^*}{\beta} \Sigma t' \cos \theta^* - \delta\Delta t, \quad (5-12)$$

其中 β^* 是 B 介子在 $\Upsilon(4S)$ 质心系中的速度, $\Sigma t'$ 是 B 介子衰变时间的总和, θ^* 是 B_{sig}^0 相对于 $\Upsilon(4S)$ boost 方向的极角, $\delta\Delta t$ 是 Δt 残差。公式 (5-12) 右边的第

二项是所谓的运动学近似效应，第三项是由于有限顶点分辨引起的。这两个效应的处理方式与参考文献^[246]中相同：对 $\cos \theta^*$ 和 $\Sigma t'$ 进行积分。综合以上， Δt 的分布为，

$$f_{\text{obs}}(\Delta t, \sigma_{\Delta t}, q) = \int d \cos \theta^* \frac{3}{4} (1 - \cos^2 \theta^*) \int e^{-\Sigma t' / \tau_{B^0}} \frac{1}{2\tau_{B^0}^2} d\Sigma t' \int d\Delta t' R(\Delta t - \Delta t', \sigma_{\Delta t})$$

$$([1 - q\Delta w + q\mu(1 - 2w)] + [q(1 - 2w) + \mu(1 - q\Delta w)][S_{CP} \sin(\Delta m_d \Delta t') + \mathcal{A}_{CP} \cos(\Delta m_d \Delta t')].$$
(5-13)

之后根据味道标记算法输出的 $|qr|$ ，把 $|qr|$ 划分为 7 个区间，对 7 个区间内的 Δt 分布进行联合拟合，以提取物理参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 。 $|qr|$ 区间边界的定义与文献^[246]一致。

5.5.3 标记侧 B^0 味道标记性能

表5-12展示了从 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变和 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 衰变中提取的 ω 、 $\Delta\omega$ 和 μ 参数，这些参数使用 MC truth 信息得到。利用 190 fb^{-1} 数据对 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 过程进行时间依赖的分析，提取到的味标记参数的误差也列在表5-12中。从 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 衰变提取的参数与 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变得到参数在误差范围内总体一致。

表 5-12 使用 MC truth 从 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 和 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 样本中提取的味道标记相关参数，以及使用 190 fb^{-1} 数据得到的这些参数的统计不确定性。 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 样本的参数和数据得到的统计不确定性引自文献^[247]。

Table 5-12 Flavour tagging parameters extracted from the $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ and $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ samples using the MC truth information, and expected statistical uncertainties on these parameters when determined using 190 fb^{-1} of data. Here the parameters and expected statistical uncertainties of the $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ sample are cited from Ref.^[247].

参数	过程	qr0	qr1	qr2	qr3	qr4	qr5	qr6
ω	$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$	0.482	0.423	0.328	0.242	0.178	0.118	0.025
	$B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$	0.479	0.407	0.319	0.227	0.156	0.086	0.015
	误差	0.008	0.008	0.007	0.008	0.008	0.008	0.004
$\Delta\omega$	$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$	-0.005	0.006	-0.022	0.019	0.013	-0.011	-0.005
	$B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$	0.039	0.018	-0.001	0.021	0.019	0.016	0.001
	误差	0.016	0.015	0.015	0.015	0.016	0.015	0.009
μ	$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$	0.023	-0.019	-0.005	0.002	-0.008	-0.030	-0.015
	$B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$	0.018	0.010	0.022	0.026	-0.013	0.028	-0.025
	误差	0.017	0.017	0.017	0.019	0.020	0.021	0.018

5.5.4 信号 MC 的拟合

为了验证分辨函数和运动学近似的处理能够用于 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的测量, 对信号 MC 事例的 Δt 分布进行了拟合。拟合的结果如图5-24所示, $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的拟合值为,

$$\mathcal{A}_{CP} = 0.003 \pm 0.010, \quad S_{CP} = -0.394 \pm 0.015, \quad (5-14)$$

与输入值一致,

$$\mathcal{A}_{CP} = 0.0, \quad S_{CP} = -0.392. \quad (5-15)$$

5.5.5 通用 MC 的拟合

5.5.5.1 利用 sPlot 提取信号

本节主要介绍如何从包含本底的通用 MC 样本中提取 CP 破坏参数。相比直接对所有本底的 Δt 分布进行参数化, 我们采用更便捷的方法, 通过 sPlot^[248] 计算每个事例属于信号的权重, 从而达到减除本底的目的。接着拟合带有权重的 Δt 分布提取 CP 破坏参数, 具体测量分为两步:

1. 对 6 个拟合变量 (ΔE 、 $M(\pi^\pm\pi^0)$ 、 $\cos\theta_{\rho^\pm}$ 和 T_c) 进行不分 bin 的最大似然拟合。所有成分的形状均来自 MC 模拟, 并在拟合中固定, 仅让信号和本底的事例数自由浮动。然后计算每个事例是纵向极化信号的概率 (sWeight)。
2. 在 7 个 $|q\tau|$ 区间中对加了 sWeight 的 Δt 分布进行联合拟合, 以提取 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 。

这种方法的优点是不需要对多个本底的 Δt 形状进行参数化, 同时也避免了任何的 Punzi 偏差。最终通过极小化伪似然函数 Lp 实对 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的拟合, 其表达式为,

$$Lp = - \sum_{i=0}^6 \sum_{q=\pm 1} \sum_{j=0}^{N_i^q} sW^j \log(N_{\text{sig},i}^q f_{\text{obs}}(\Delta t^j, \sigma_{\Delta t}^j, q)), \quad (5-16)$$

其中, N_i^q 和 $N_{\text{sig},i}^q$ 分别是第 i 个 $|q\tau|$ 区间内且标记侧 B^0 味道是 q 的总事例数和信号事例数。sW^j 是每个事例的权重 (是纵向极化信号的概率)。 $N_{\text{sig},i}^{+1}$ 和 $N_{\text{sig},i}^{-1}$ 是不独立的, 它们由第 i 个 $|q\tau|$ 区间内总信号事例数 $N_{\text{sig},i}$ 关联起来,

$$N_{\text{sig},i}^q = \frac{1}{2} \cdot N_{\text{sig},i}([1 - q\Delta w + q\mu(1 - 2w)] + \frac{[q(1 - 2w) + \mu(1 - q\Delta w)]\mathcal{A}_{CP}}{1 + \Delta m_d^2 \tau_{B^0}^2}). \quad (5-17)$$

为了验证整个拟合过程, 我们从 1.4 ab^{-1} 的通用 MCrd 中有放回地随机抽取事例并进行拟合, 抽取的数据统计量对应于 1 ab^{-1} , 其中一次拟合结果如图5-25所示。表5-13展示了参数的拟合结果, 所有参数拟合值均在 2σ 范围内和输入值一致。由于在计算 sWeight 时, 不同成分之间不能存在强相关性, 因此我们不再固定纵向极化信号的 $\pi^+\pi^-$ SCF 与横向极化信号的 SCF 相对于各自正确重建信号事例的比例。由于我们是对带有权重的分布拟合, 并且信号纯度较低, 很多

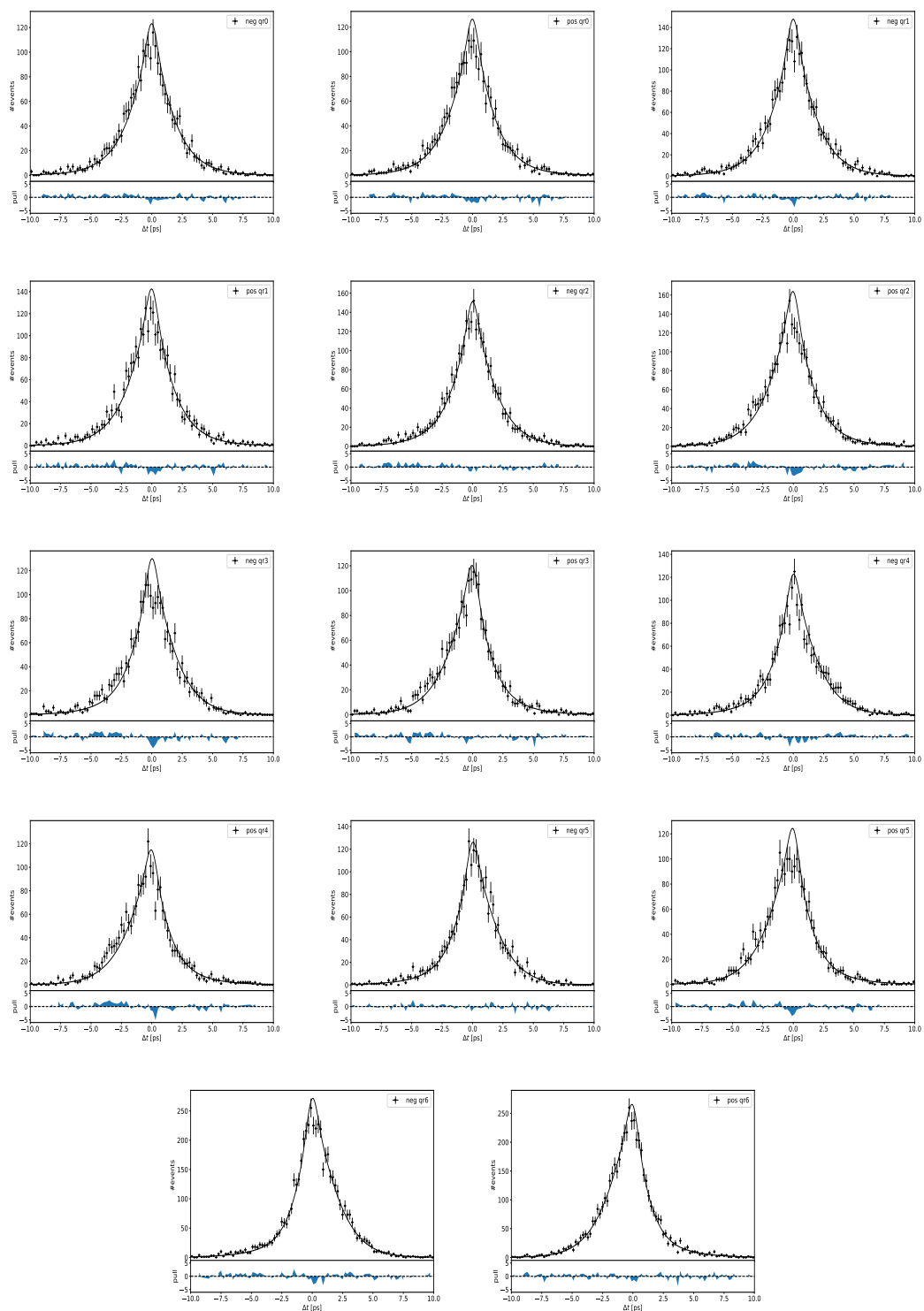

 图 5-24 信号 MC 事例 Δt 拟合结果。

 Figure 5-24 Δt fitting results of signal MC events.

事例的权重是负的，这会导致 TMINUT 扫描 likelihood 曲线得到的参数误差会被低估^[249]。因此我们只保留拟合返回的中心值，使用高斯函数对 bootstrap 返回的拟合中心值分布进行拟合，得到的 σ 作为参数的误差，这种方法始终是参数的正确估计^[250]。

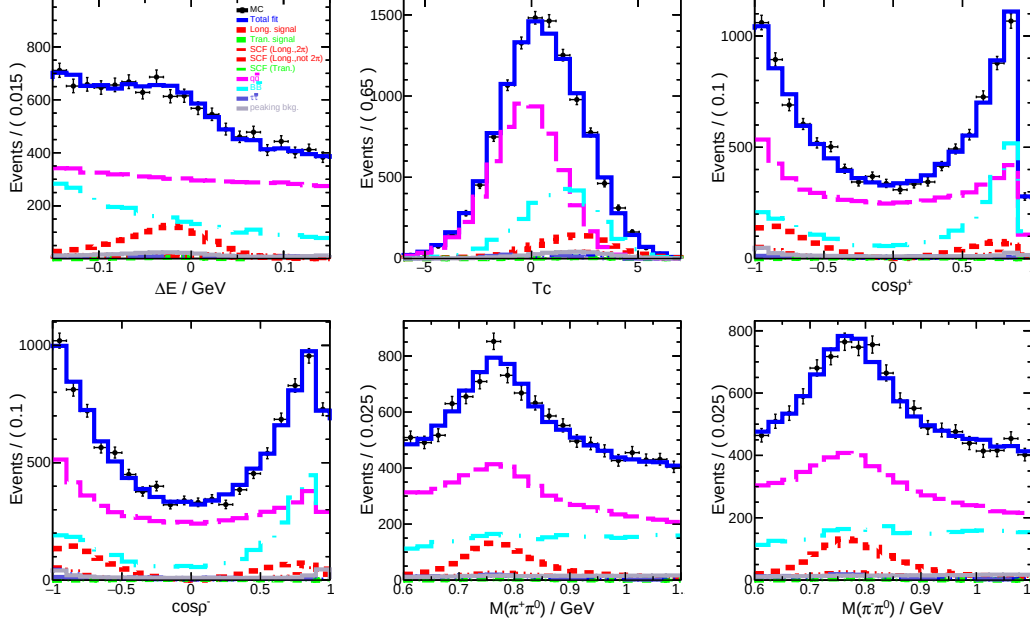


图 5-25 1 ab^{-1} 通用 MC 样本的拟合结果。带误差棒的黑点表示总的通用 MC 样本；蓝色实线表示总的拟合结果；红色和绿色粗虚线分别表示纵向和横向计划信号；红色和绿色细虚线分别表示纵向和横向极化信号的 SCF；粉色虚线表示连续过程本底；青色点划线表示 $B\bar{B}$ 本底；浅蓝色虚线表示 $\tau^+\tau^-$ 本底；灰色实线表示峰状本底。

Figure 5-25 The fitting results of 1 ab^{-1} generic MC sample. The black dots with error bars represent the total generic MC samples; the solid blue line represents the total fitting result; the thick red and green dashed lines represent the longitudinal and transverse signal, respectively; the thin red and green dashed lines represent the SCF of the longitudinal and transverse polarization signal; the pink dashed line represents the continuum background; the cyan dash-dotted line represents the $B\bar{B}$ background; the light blue dashed line represents the $\tau^+\tau^-$ background and the gray solid line represents the peaking background.

5.5.5.2 拟合带权重的通用 MC

图5-26展示了对 1 ab^{-1} 带信号事例权重的通用 MC 样本 Δt 分布的拟合结果。得到的 CP 破坏参数为，

$$\mathcal{A}_{CP} = -0.05 \pm 0.08, \quad S_{CP} = -0.40 \pm 0.11, \quad (5-18)$$

在误差范围内与输入值一致，

$$\mathcal{A}_{CP} = 0.0, \quad S_{CP} = -0.39. \quad (5-19)$$

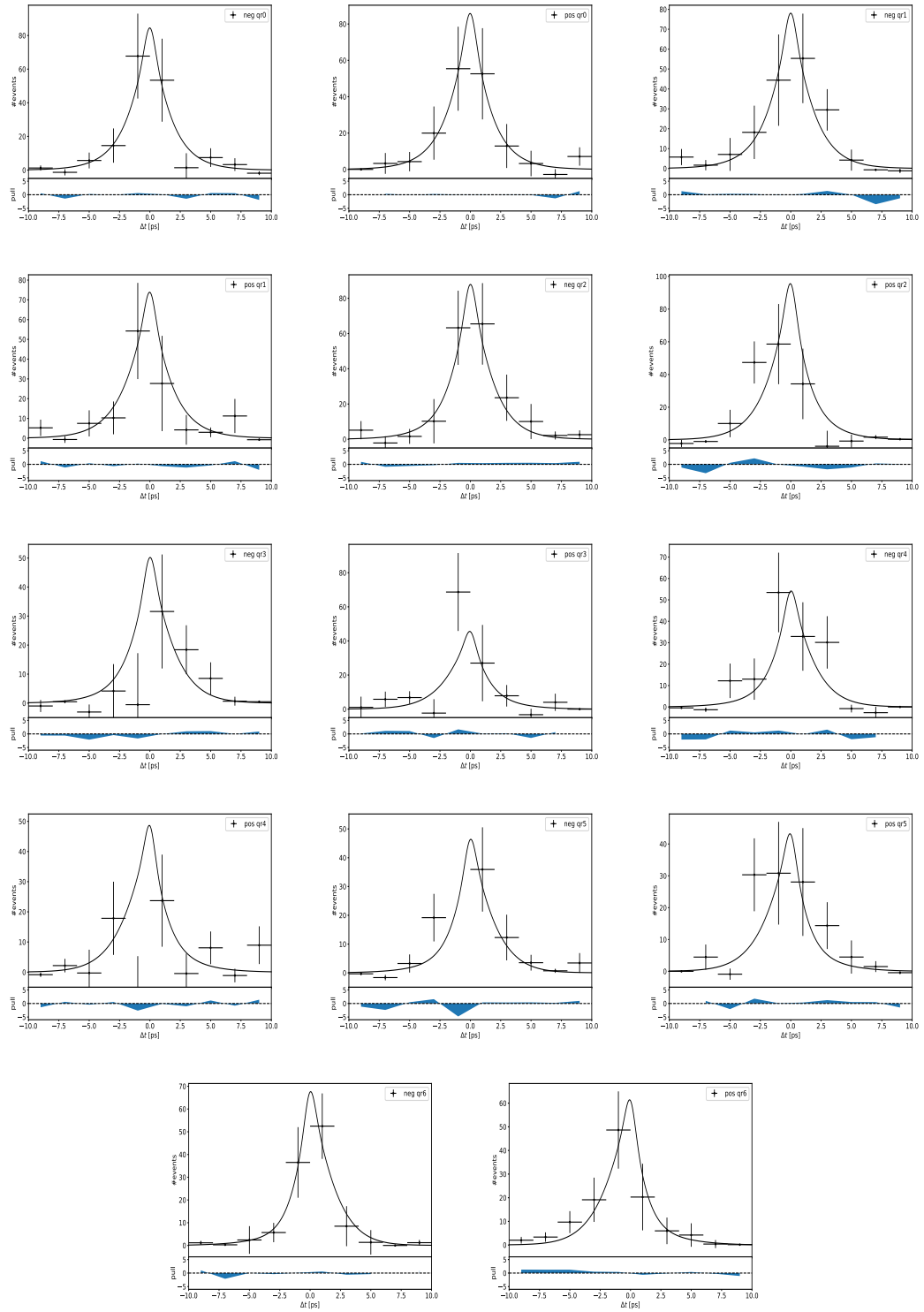

 图 5-26 1 ab^{-1} 带权重的通用 MC Δt 的拟合结果。

 Figure 5-26 Fitting results of the Δt distribution for 1 ab^{-1} generic MC sample with sWeights.

表 5-13 1 ab^{-1} 通用 MC 的参数拟合结果。

 Table 5-13 Parameters fitting result of 1 ab^{-1} generic MC samples.

参数	拟合输出值	输入值
N_L^{sig}	1025.0 ± 72.0	1098
$N_L^{\text{SCF}\pi^+\pi^-}$	336.3 ± 104.3	373
$N_L^{\text{SCFnot}\pi^+\pi^-}$	144.3 ± 89.3	33
N_T^{sig}	49.3 ± 35.8	19
N_T^{SCF}	5.7 ± 77.2	1
$N_{q\bar{q}}$	6065.6 ± 114.0	6056
$N_{B\bar{B}}$	3015.8 ± 152.6	2940
$N_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}$	195.2 ± 78.6	22
$N_{\rho^+\pi^-\pi^0}$	-34.6 ± 116.1	63
$N_{a_1^0\pi^0}$	83.1 ± 69.4	85
$N_{\pi^+\pi^-\pi^0}$	70.4 ± 25.5	22
$N_{a_1^0\rho^+}$	18.6 ± 120.5	11
N_{rare}	-37.3 ± 49.0	104.9

5.5.5.3 基于重抽样的拟合检验

为了验证拟合结果是无偏的, 使用 bootstrap 抽取了 200 个伪数据集^[245]。使用的原始样本和抽样方法与第 5.4.5 节中相同, 但样本大小增加到 1 ab^{-1} 。使用 bootstrap 而不是 toy MC 是因为 bootstrap 能够估计由于拟合模型不完美导致的拟合偏差, 例如忽略了某些拟合变量之间的关联性。对于每个伪数据集, 都按照前文的描述的步骤提取 CP 破坏参数 (ΔE 、 $M(\pi^\pm\pi^0)$ 、 $\cos\rho^\pm$ 和 T_c 的 6 维拟合, 计算事例的 sWeight, 拟合带 sWeight 的通用 MC 样本的 Δt 分布)。

图 5-27 展示 bootstrap 给出的结果, 拟合值与输入值在 2σ 范围内一致。虽然 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 在误差范围内和输入值一致, 但是多次平均的中心值还是与输入值有一定偏差, 见表 5-14。因此, 之后拟合数据的时候会根据 bootstrap 得到的偏差对数据中得到的 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的中心值进行修正, 修正值如表 5-14 所示。

 表 5-14 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的拟合偏差。

 Table 5-14 Fitter bias of $\mathcal{A}_{CP}$ and S_{CP} .

参数	bootstrap 的均值	输入值	偏差 (修正因子)
S_{CP}	-0.41 ± 0.01	-0.39	0.02
$\mathcal{A}_{CP}$	-0.09 ± 0.01	0.0	0.09

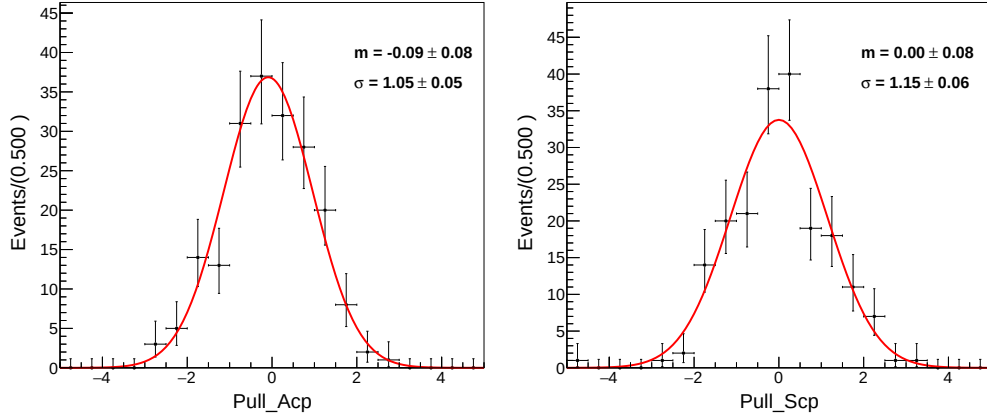


图 5-27 Bootstrap 得到的 CP 破坏参数 A_{CP} (左图) 和 S_{CP} (右图) 的 pull 分布。

Figure 5-27 The Pull distributions of the bootstrap study of CP violation parameters A_{CP} and S_{CP} .

5.6 系统误差

5.6.1 径迹重建效率

带电径迹重建的不确定性为每条径迹 0.3%^[251], 因此 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变中两条带电径迹的总不确定性为 0.6%。

5.6.2 π^0 重建效率

利用 $\tau \rightarrow h\pi^0\nu$ 衰变系统的研究了数据和 MC 模拟中 π^0 的重建效率差异^[252]。再加了和我们信号过程类似的光子和 π^0 选择条件之后, 得到了如表 5-15 所示的依赖动量和角度的 π^0 的数据和 MC 效率比值。对我们的信号 MC 应用上述效率修正表修正后, 比值的中心值得到的修正因子用来修正信号 MC 效率 $\epsilon = \epsilon \times f$ ($f = 0.956$)。同时考虑比值的误差重新计算效率比值再次计算修正因子, 并把修正因子与的 f 的最大差异作为系统误差, 每个 π^0 的系统误差估计为 1.60%。

表 5-15 动量和角度依赖的且包含系统误差的 π^0 效率修正因子^[252]。

Table 5-15 Momentum and angle dependent π^0 efficiency correction with systematic uncertainties^[252].

$P(\pi^0)$ GeV	$\cos \theta$						
	$[-1, -0.6]$	$[-0.6, -0.3]$	$[-0.3, 0]$	$[0, 0.3]$	$[0.3, 0.6]$	$[0.6, 0.8]$	$[0.8, 1]$
0 – 0.5	0.625 ± 0.113	0.813 ± 0.027	0.945 ± 0.018	0.949 ± 0.012	0.951 ± 0.012	0.904 ± 0.014	0.852 ± 0.080
0.5 – 1	0.651 ± 0.019	0.913 ± 0.016	0.994 ± 0.008	0.976 ± 0.011	0.975 ± 0.008	0.939 ± 0.010	0.886 ± 0.017
1 – 1.5	0.648 ± 0.009	0.922 ± 0.018	0.986 ± 0.008	0.998 ± 0.007	0.986 ± 0.008	0.950 ± 0.018	0.883 ± 0.017
1.5 – 2	0.670 ± 0.015	0.949 ± 0.008	0.988 ± 0.013	0.980 ± 0.017	0.985 ± 0.009	0.972 ± 0.009	0.895 ± 0.011
2 – 2.5	0.677 ± 0.021	0.955 ± 0.010	0.980 ± 0.014	0.985 ± 0.014	0.969 ± 0.027	0.972 ± 0.008	0.886 ± 0.009
2.5 – 3	0.680 ± 0.017	0.956 ± 0.014	0.988 ± 0.009	0.986 ± 0.013	0.984 ± 0.009	0.968 ± 0.008	0.877 ± 0.022
≥ 3	0.652 ± 0.030	0.982 ± 0.011	0.995 ± 0.009	0.997 ± 0.008	0.984 ± 0.010	0.967 ± 0.013	0.910 ± 0.011

5.6.3 粒子鉴别效率

使用“Systematic Corrections Framework”工具来估计 PID 选择的系统不确定性。加了 $\pi^\pm$ 的二元 PID cut 后, 得到了依赖于 $\pi^\pm$ 动量和 $\cos\theta$ 的数据与 MC 效率比值分布, 如图5-28所示。我们使用数据与 MC 的效率比值对信号 MC 的二维分布加权, 加权后得到信号 MC 的效率修正因子 $f = 0.993$, 修正之后的信号 MC 效率为 $\epsilon = \epsilon \times f$ 。同时考虑效率比值的误差, 分别加减 1σ 对信号 MC 重新加权, 得到新的效率修正因子与 f 的最大差异被估计为 PID 的系统不确定性, 每个带电 π 是 0.1%。

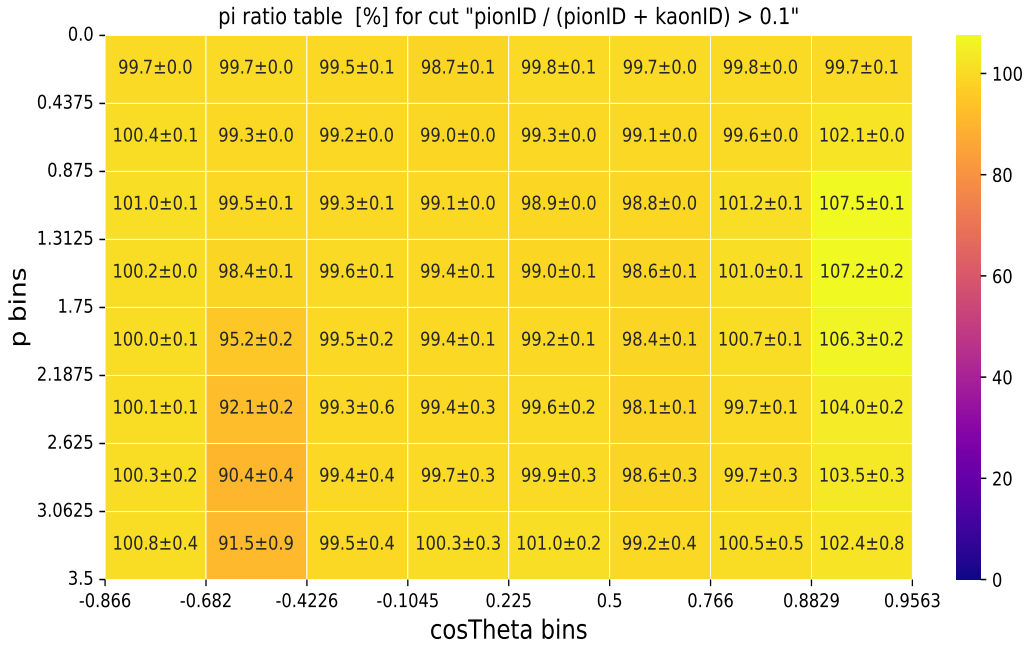


图 5-28 $\pi^\pm$ 的 PID 的数据与 MC 效率比。横轴和纵轴分别为实验室系中的 $\cos\theta$ 和 $\pi^\pm$ 动量。
Figure 5-28 The data/MC efficiency ratio of PID for $\pi^\pm$. The x axis and y axis are $\cos\theta$ and momentum in the Lab. frame, respectively.

5.6.4 $B\bar{B}$ 总数

Run 1 所有 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上数据的 $B\bar{B}$ 总数 ($N_{B\bar{B}}$) 为 $(387.1 \pm 5.6) \times 10^6$ ^[240], 所以 $N_{B\bar{B}}$ 的系统不确定性为 1.45%。

5.6.5 $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ 的分支比

计算分支比引用的 $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ 的分支比为 $(0.486 \pm 0.6)\%$ ^[34]。因此, 引用该分支比的系统不确定性为 1.2%。

5.6.6 连续过程本底压低

为了研究 CSMVA 引入的系统误差, 我们使用 $B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+ (\pi^0)) \rho^-$ 作为控制道, 控制道的具体选择条件列在表5-16中。对控制道加相同的 CSMVA

cut, 把数据和 MC 样本分别分成 $\text{CSMVA} > 0.96$ 和 $\text{CSMVA} < 0.96$ 的两个子样本, 则可以通过下式计算 $\text{CSMVA} > 0.96$ 的效率,

$$\epsilon_{\text{data/MC}} = \frac{N_1}{N_1 + N_2}, \quad (5-20)$$

其中 N_1, N_2 分别 $\text{CSMVA} > 0.96$ 和 $\text{CSMVA} < 0.96$ 的两个样本的信号事例数。

定义效率修正因子为,

$$f = \frac{\epsilon_{\text{data}}}{\epsilon_{\text{MC}}}. \quad (5-21)$$

通过拟合控制道的 ΔE 得到 $\epsilon_{\text{data}} = 0.293 \pm 0.005$, $\epsilon_{\text{MC}} = 0.270 \pm 0.001$, 计算得到 $f = 1.086 \pm 0.018$ 。我们使用 $\epsilon = \epsilon \times 1.086$ 修正信号 MC 效率, 并引用 1.8% 作为系统不确定性。控制道数据和 MC ΔE 拟合结果如图5-29和图5-30 所示。

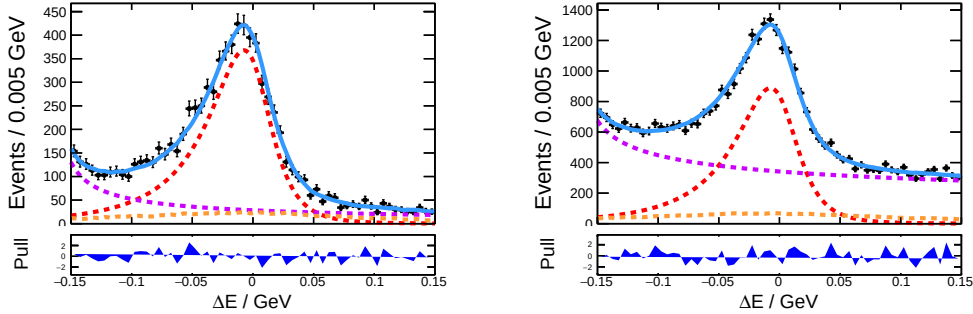


图 5-29 数据中 ΔE 拟合结果, $\text{CSMVA} > 0.96$ (左) 和 $\text{CSMVA} < 0.96$ (右)。青色实线是总拟合结果, 红色虚线代表信号, 橙色虚线是信号的 SCF, 紫色虚线代表本底。

Figure 5-29 The fitting results of ΔE in data with $\text{CSMVA} > 0.94$ (left) and $\text{CSMVA} \leq 0.94$ (right). The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple dashed lines represents backgrounds.

5.6.7 最佳候选者选择

为了估计最佳候选者选择引入的系统误差, 我们使用和信号过程类似的选择方法作用到控制道 $B^- \rightarrow D^0 \rho^-$ 中, 通过研究该选择对控制道中数据和 MC 选择效率的差异估计系统误差。我们选择了事例中 B^0 顶点拟合、 D^0 顶点拟合和 π^0 质量约束拟合返回的最小总约化卡方对应的候选者, 其定义如下,

$$\chi_{\text{reduced}}^2 = \frac{\chi_{B^0}^2}{\text{ndf}_{B^0}} + \frac{\chi_{D^0}^2}{\text{ndf}_{D^0}} + \frac{\chi_{\pi^0}^2}{\text{ndf}_{\pi^0}}, \quad (5-22)$$

加完所有选择条件后, 通过对做与不做最佳候选者选择得到的 ΔE 分布进行拟合, 得到该选择条件对数据, 信号 MC 的选择效率, $\epsilon_{\text{data}} = 0.913 \pm 0.004$, $\epsilon_{\text{MC}} = 0.900 \pm 0.001$, 从而得到 $f = 1.015 \pm 0.005$, 这里效率和 f 的计算和第5.6.6节中计算类似。我们使用 $\epsilon = \epsilon \times 1.015$ 修正 MC 的效率, 并引用 0.5% 作为

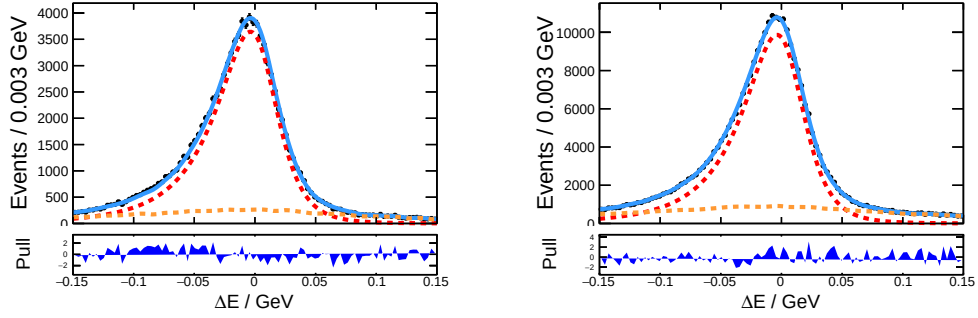


图 5-30 信号 MC 中 ΔE 拟合结果, CSMVA>0.96 (左) 和 CSMVA<0.96 (右)。青色实线是总拟合结果, 红色虚线代表信号, 橙色虚线是信号的 SCF, 紫色虚线代表本底。

Figure 5-30 The fitting results of ΔE in signal MC with CSMVA>0.96 (left) and CSMVA<0.96 (right). The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple dashed lines represents backgrounds.

表 5-16 控制道 $B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+ (\pi^0)) \rho^-$ 的事例选择条件总结。

Table 5-16 The summary of event selections of control channel $B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+ (\pi^0)) \rho^-$.

选择标准	
衰变道	$B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+) \rho^-$ $B^- \rightarrow (D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0) \rho^-$
γ	$E_{\text{forward}} > 50 \text{ MeV}, E_{\text{barrel}} > 60 \text{ MeV}, E_{\text{backward}} > 100 \text{ MeV}$ $N_{\text{ClusterHits}} > 1.5$ $ \text{clusterTiming} < 200 \text{ ns}$ $\text{PhotonMVA} > 0.1$
π^0	$ M_{\gamma\gamma} - 0.135 < 0.01 \text{ GeV}$ $p > 240 \text{ MeV}$
径迹	$dr < 0.5 \text{ cm}, dz < 3 \text{ cm}$ $\text{thetaInCDCAcceptance}, \text{Prob}(\chi^2) > 0$
K 的 PID	$\frac{L(K)}{L(K)+L(\pi)} > 0.2$
ρ^-	$0.6 \leq M(\pi^- \pi^0) \leq 0.9 \text{ GeV}$
D^0	$1.857 \leq M_{D^0} \leq 1.873 \text{ GeV}$ $P_{\text{c.m.}} > 2.02 \text{ GeV}$
B^-	$M_{\text{bc}} > 5.27 \text{ GeV}, \Delta E < 0.2 \text{ GeV}$

该选择条件的系统误差。数据和信号 MC 的 ΔE 拟合图分别如图 5-31 和图 5-32 所示。

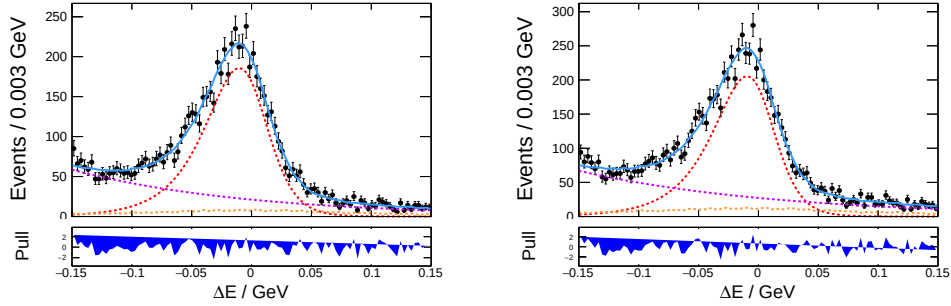


图 5-31 数据 ΔE 拟合结果, 做了最佳候选者选择 (左) 和没做最佳候选者选择 (右)。青色实线是总拟合结果, 红色虚线代表信号, 橙色虚线是信号的 SCF, 紫色虚线代表本底。
Figure 5-31 The fitting results of ΔE in data with (left) and without (right) the best candidate selection. The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple dashed lines represents backgrounds.

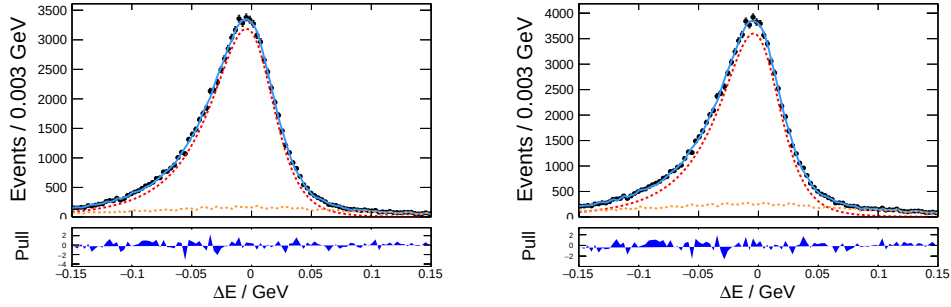


图 5-32 信号 MC ΔE 拟合结果, 做了最佳候选者选择 (左) 和没做最佳候选者选择 (右)。青色实线是总拟合结果, 红色虚线是信号, 橙色虚线是信号的 SCF, 紫色虚线是本底。
Figure 5-32 The fitting results of ΔE in signal MC with (left) and without (right) the best candidate selection. The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple dashed lines represents backgrounds.

5.6.8 信号的误组合

在 B 和 f_L 的测量中, 拟合信号产额的时候我们根据信号 MC 固定了信号 SCF 事例相对于正确重建事例的比例。为了估计固定该比例引入的系统不确定性, 我们放开 SCF 的比例并进行相同的拟合, 得到 B 和 f_L 的系统不确定性分别为 1.2% 和 0.1%。对于 CP 破坏的测量, 我们放开了 SCF 的比例, 因此不需要考虑这一项的系统不确定性。

5.6.9 $\tau^+\tau^-$ 本底数

在测量分支比和纵向极化率中，我们根据通用 MC 中 $\tau^+\tau^-$ 样本估计的本底数固定了 $\tau^+\tau^-$ 本底的产额。为了估计这一项的系统误差，我们把通用 MC 中 $\tau^+\tau^-$ 样本估计的本底数变动 $\pm 100\%$ ，重新拟合看分支比和纵向计划的变化，得到的对分支比和纵向计划的系统误差分别是 0.96% 和 0.20%。

5.6.10 峰状本底的分支比

在拟合中，我们根据 PDG^[34] 中的值固定了 $B^0 \rightarrow a_1^+\pi^-$ 、 $B^0 \rightarrow K^{*\pm}(892)\rho^\mp$ 和 $B^0 \rightarrow K_0^{*\pm}(1430)\rho^\mp$ 的分支比。为了估计这些峰状本底分支比的不确定性，我们在 PDG 给的分支比一倍误差范围内改变这些分支比并进行相同的拟合，拟合结果中的最大差异被估计为系统不确定性， B 和 f_L 的系统不确定性分别为 0.2% 和 0.1%。

5.6.11 信号形状和 $B\bar{B}$ 本底形状

信号形状：

我们使用控制道 $B^- \rightarrow D^0\rho^-$ 来研究数据与 MC 模拟在 ΔE 和 $M(\pi^\pm\pi^0)$ 质量分辨上的差异，以估计系统不确定性。通过将 ρ 的质量约束在信号区域 $0.6 < M(\pi^\pm\pi^0) < 0.9$ GeV，计算 ΔE 在信号区间 ($-0.15 < \Delta E < 0.15$ GeV) 和拟合区间 ($-0.25 < \Delta E < 0.3$ GeV) 中信号事例数的比值（该选择条件的效率），通过比较数据和信号 MC 选择效率差异估计系统误差。通过对 ΔE 拟合得到数据和 MC 的效率分别是， $\epsilon_{\text{data}} = 0.9923 \pm 0.0013$ ， $\epsilon_{\text{MC}} = 0.9863 \pm 0.0004$ ，从而得到 $f = 1.0062 \pm 0.0014$ 。使用 $\epsilon = \epsilon \times 1.0062$ 修正 MC 效率，并引用 0.14% 作为由信号中 ΔE 形状引起的系统不确定性。数据和 MC 的 ΔE 拟合如图 5-33 所示。

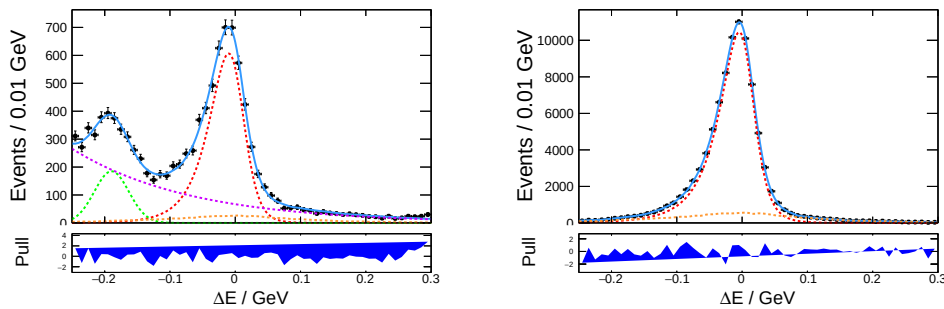


图 5-33 数据（左）和信号 MC（右）中 ΔE 拟合结果。青色实线是总拟合结果，红色虚线代表信号，橙色虚线是信号的 SCF，紫色和绿色虚线代表本底。

Figure 5-33 The fitting results of ΔE in data (left) and signal MC sample (right). The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple and green dashed lines represent backgrounds.

与上述研究类似, 我们将 ΔE 约束在信号区域 $-0.15 < \Delta E < 0.15$ GeV, 计算 $M(\pi^- \pi^0)$ 在信号区间 ($0.6 < M(\pi^- \pi^0) < 0.9$ GeV) 和拟合区间 ($0.47 < M(\pi^- \pi^0) < 1.2$ GeV) 中信号事例数的比值 (该选择条件的效率)。通过对 $M(\pi^- \pi^0)$ 拟合得到数据和 MC 的效率分别是, $\epsilon_{\text{data}} = 0.8160 \pm 0.0050$, $\epsilon_{\text{MC}} = 0.8380 \pm 0.0012$, 从而得到 $f = 0.9739 \pm 0.0061$ 。我们引用 0.61% 作为由信号中 ρ 形状引起的系统不确定性, 并使用 $\epsilon = \epsilon \times 0.9739$ 修正 MC 效率。数据和 MC 的 $M(\pi^- \pi^0)$ 拟合如图5-34所示。

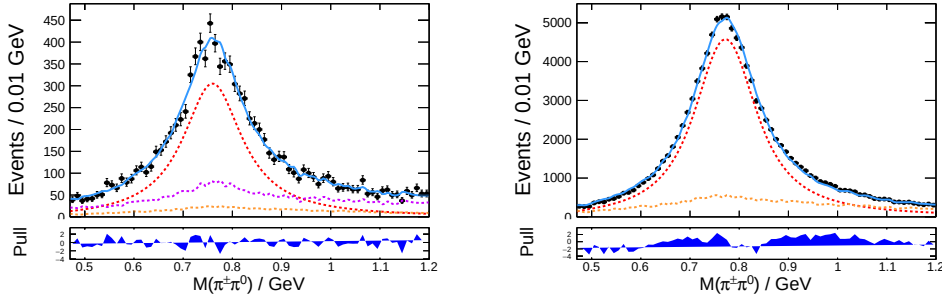


图 5-34 数据 (左) 和信号 MC (右) 中 $M(\pi^- \pi^0)$ 拟合结果。青色实线是总拟合结果, 红色虚线代表信号, 橙色虚线是信号的 SCF, 紫色虚线是从通用 MC 中抽取的用来描述峰状本底的 MC 形状。

Figure 5-34 The fitting results of ΔE in data (left) and signal MC sample (right). The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the orange dashed lines are SCF component of signal, the purple dashed line is the MC shape extracted from generic MC sample describing the (peaking) background.

数据拟合时 ρ 的形状参数化采用 GS 参数化, 定义如下^[253],

$$F_{\rho}^{GS} = \frac{m_{\rho}^2(1 + c \cdot \Gamma_{\rho}/m_{\rho})}{m_{\rho}^2 - m^2 + f(m^2) - im_{\rho}\Gamma_{\rho}(m)}, \quad (5-23)$$

其中,

$$f(m^2) = \Gamma_{\rho} \frac{m_{\rho}^2}{q_{\pi}^3(m_{\rho}^2)} \left[q_{\pi}^2(m^2) \cdot (h(m^2) - h(m_{\rho}^2)) + (m_{\rho}^2 - m^2) \cdot q_{\pi}^2(m_{\rho}^2) \cdot \frac{dh}{dm^2} \Big|_{m^2=m_{\rho}^2} \right], \quad (5-24)$$

$$h(m^2) = \frac{2}{\pi} \frac{q_{\pi}(m^2)}{m} \ln \frac{m + 2q_{\pi}(m^2)}{2m_{\pi}}, \quad (5-25)$$

$$dh/dm^2 \Big|_{m_{\rho}^2} = h(m_{\rho}^2) [(8q_{\pi}^2(m_{\rho}^2))^{-1} - (2m_{\rho}^2)^{-1}] + (2\pi m_{\rho}^2)^{-1} \cdot c \quad (5-26)$$

$$= \frac{3}{\pi} \frac{m_{\pi}^2}{q_{\pi}^2(m_{\rho}^2)} \ln \frac{m_{\rho} + 2q_{\pi}(m_{\rho}^2)}{2m_{\pi}} + \frac{m_{\rho}}{2\pi q_{\pi}(m_{\rho}^2)} - \frac{m_{\pi}^2 m_{\rho}}{\pi q_{\pi}^3(m_{\rho}^2)}. \quad (5-27)$$

c 是依赖 ρ 质量的常数, $m = m_{\pi^+\pi^-}$, $q_\pi(m^2) = \sqrt{m^2/4 - m_\pi^2}$ 是 $\pi^+\pi^-$ 静止参考系中的 π 动量, $q_\pi(m_\rho^2) = \sqrt{m_\rho^2/4 - m_\pi^2}$ 是 $m = m_\rho$ 时 $\pi^+\pi^-$ 静止参考系中的 π 动量, $\Gamma_\rho(m) = \Gamma_\rho \left(\frac{q_\pi(m^2)}{q_\pi(m_\rho^2)} \right)^3 \left(\frac{m_\rho}{m} \right)$ 。

信号 MC 产生的时候 ρ 的形状用的是相对论性 BW 函数, 为了保持一致, 拟合信号 MC $M(\pi^-\pi^0)$ 分布时用相同的参数化, 定义如下^[34],

$$A(m) = \frac{p_{\rho^- \rightarrow \pi^- \pi^0}}{m^2 - m_0^2 + im_0\Gamma(m)} \frac{B(p_{\rho^- \rightarrow \pi^- \pi^0})}{B(p'_{\rho^- \rightarrow \pi^- \pi^0})}, \quad (5-28)$$

其中 m_0 是 ρ 的质量, p 是 $\rho^\pm$ 在 B 介子质心系中的动量。 p' 是 $m = m_0$ 时 ρ 的动量。 $\Gamma(m)$ 定义为,

$$\Gamma(m) = \left(\frac{p}{p'} \right)^3 \left(\frac{m_0}{m} \right) \Gamma_0 \left[\frac{B(p)}{B(p')} \right]^2, \quad (5-29)$$

其中 Γ_0 是 ρ 的宽度, $B(\rho)$ 是 Blatt-Weisskopf 势垒因子,

$$B(p) = \frac{1}{\sqrt{1 + (R \cdot p)^2}}, \quad (5-30)$$

其中 R 为 3 GeV^{-1} 。

$B\bar{B}$ 形状:

通过将 ρ 的质量约束在边带区间 $0.47 < M(\pi^\pm\pi^0) < 0.57 \cup 0.97 < M(\pi^\pm\pi^0) < 1.2 \text{ GeV}$, 计算 ΔE 在信号区间 ($-0.15 < \Delta E < 0.15 \text{ GeV}$) 和拟合区间 ($-0.25 < \Delta E < 0.25 \text{ GeV}$) 中 $B\bar{B}$ 事例数的比例。通过比较数据和信号 MC 中 $B\bar{B}$ 事例数的比例差异估计系统误差。通过对 ΔE 拟合得到数据和 MC 的 $B\bar{B}$ 事例数的比值分别是, $\epsilon_{\text{data}} = 0.5401 \pm 0.0114$, $\epsilon_{\text{MC}} = 0.5464 \pm 0.0062$, 从而得到 $f = 0.9884 \pm 0.0236$ 。使用 $\epsilon = \epsilon \times 0.9884$ 修正 MC 效率, 并引用 2.36% 作为 $B\bar{B}$ MC 样本在 ΔE 信号区间 MC 模拟引入的系统不确定性。数据和 MC 的 ΔE 拟合如图5-35所示。

与上述研究类似, 我们将 ΔE 约束在边带区域 $-0.4 < \Delta E < -0.2 \cup 0.2 < \Delta E < 0.4 \text{ GeV}$, 计算 $M(\pi^-\pi^0)$ 在信号区间 ($0.6 < M(\pi^-\pi^0) < 0.9 \text{ GeV}$) 和拟合区间 ($0.47 < M(\pi^-\pi^0) < 1.2 \text{ GeV}$) 中 $B\bar{B}$ 事例数的比值。通过对 $M(\pi^-\pi^0)$ 拟合得到数据和 MC 的 $B\bar{B}$ 事例数比例分别是, $\epsilon_{\text{data}} = 0.5968 \pm 0.0062$, $\epsilon_{\text{MC}} = 0.6065 \pm 0.0035$, 从而得到 $f = 0.9839 \pm 0.0116$ 。我们引用 1.16% 作为 $B\bar{B}$ MC 样本在 ρ 信号区间 MC 模拟引入的系统不确定性, 并使用 $\epsilon = \epsilon \times 0.9839$ 修正 MC 效率。数据和 MC 的 $M(\pi^-\pi^0)$ 拟合如图5-36所示。

5.6.12 信号 MC 统计量

信号效率的统计不确定性由信号 MC 样本的统计量决定, 由以下公式计算,

$$\sqrt{\frac{1 - \epsilon}{N \times \epsilon}}. \quad (5-31)$$

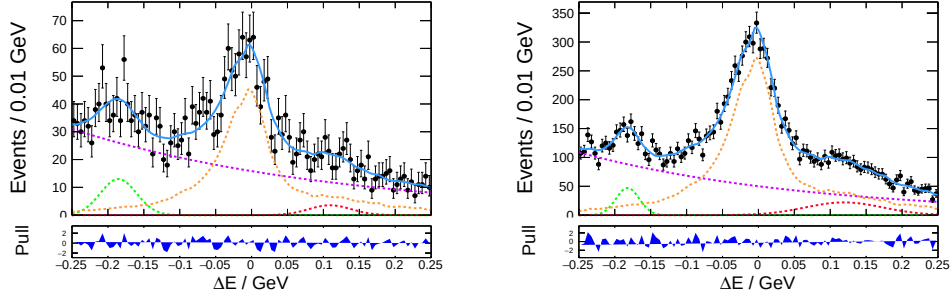


图 5-35 数据（左）和信号 MC（右）在 ρ 的边带区域中 ΔE 拟合结果。青色实线是总拟合结果，橙色虚线代表信号，紫色虚线表示 $B\bar{B}$ 本底，红色和绿色虚线代表其它本底。

Figure 5-35 The fitting results of ΔE in data (left) and MC sample (right) in the ρ sideband region. The solid blue line represents the total fitting result, the orange dashed line represents the signal, the purple dashed line indicates the $B\bar{B}$ background, and the red and green dashed lines represent other background.

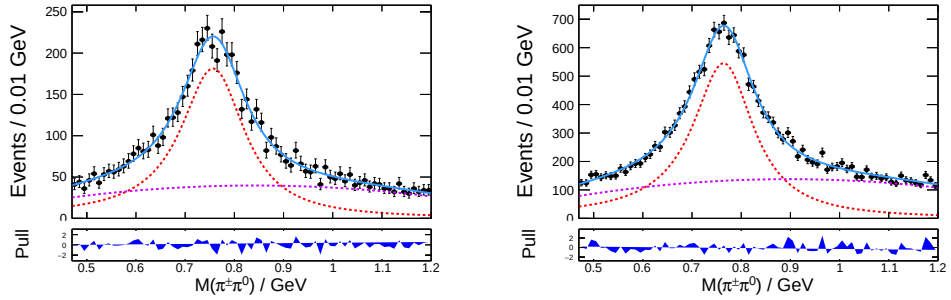


图 5-36 数据（左）和信号 MC（右）在 ΔE 边带区域中 $M(\pi^{\pm}\pi^0)$ 拟合结果。青色实线是总拟合结果，红色虚线代表信号，紫色虚线代表 $B\bar{B}$ 本底。

Figure 5-36 The fitting results of ΔE in data (left) and signal MC sample (right). The cyan solid lines represents total fitting, the red dashed lines represents signal, the purple dashed line represents $B\bar{B}$ background.

分析中使用的纵向和横向极化信号 MC 的事例数都是 1000 万，纵向和横向极化信号 MC 的效率分别为 3.98% 和 6.81%（这里使用不做修正的效率估计系统误差）。由 MC 样本统计量引起的信号效率的系统不确定性对纵向极化信号是 0.16%，横向极化信号是 0.12%。利用误差传递可以得到 B 和 f_L 的系统不确定性均为 0.16%。

5.6.13 拟合偏差

在拟合中由于与峰状本底之间的产额存在一定相关性以及通用 MC 样本的有限统计量，拟合得到的物理参数存在一定偏差。利用 bootstrap 给出的多次拟合结果计算物理参数的平均值，拟合数据的时候根据偏差修正参数，并将偏差的统计不确定性当做系统不确定性，具体结果如表5-17所示。

表 5-17 拟合偏差造成的系统误差。

Table 5-17 Systematic uncertainties due to the fit bias.

参数	bootstrap 的均值	输入值	偏差	修正值	系统误差
$B(\times 10^{-5})$	2.83 ± 0.01	2.77	0.06 ± 0.01	-0.06	0.01
f_L	0.974 ± 0.002	0.99	0.016 ± 0.002	+0.016	0.002
S_{CP}	-0.41 ± 0.01	-0.39	0.02 ± 0.01	+0.02	0.01
$\mathcal{A}_{CP}$	-0.09 ± 0.01	0.0	0.09 ± 0.01	+0.09	0.01

5.6.14 分辨函数

分辨函数的参数化能够很好地拟合信号 MC。然而，由于包含了过多的参数，当拟合数据中的 Δt 分布时，如果所有参数都浮动，拟合会变得不稳定。因此，分辨函数中的所有参数都被固定为基于信号 MC 得到的值。为了估计由于参数固定引入的系统不确定性，我们选择 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$, ($D^{*-} \rightarrow \bar{D}^0\pi_s^-, \bar{D}^0 \rightarrow K^+\pi^-(\pi^0), K^+\pi^+\pi^-\pi^-$ 或 $K_S^0\pi^+\pi^-$) 作为控制道。控制道的事例选择条件列在表5-18，参考了文献^[246]。顶点相关变量的要求与表5-6中的要求一致。

我们对 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$ 信号 MC 样本进行了相同的 Δt 残差拟合以提取分辨函数的参数。图5-37和表5-19分别展示了 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$ 的分辨函数拟合图以及对应的拟合参数。随后，我们对 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$ 数据样本 Δt 分布进行拟合以提取 CP 破坏参数，拟合中使用的 PDF 定义如公式 (5-32) 所示。我们首先拟合 ΔE 分布以获得信号成分的 sWeight，拟合结果如图5-38所示。与参考文献^[246] 中的选择条件相比，我们使用了更严格的要求（包括要求 $CSMVA > 0.2$ ），因此可以忽略 $q\bar{q}$ 过程的本底。信号形状由 MC 形状描述，同时考虑 MC 模拟与数据之间可能的分辨差异，使用 MC 形状与高斯函数卷积来替代原始 MC 形状。SCF 相对于正确重建信号的比例在拟合中固定为 MC truth 得到的比例。 $B\bar{B}$ 本底通过指数函数描述。峰状本底主要是 $B^0 \rightarrow D^{*-}K^+$ 过程，使用对应的 MC 形状描述。

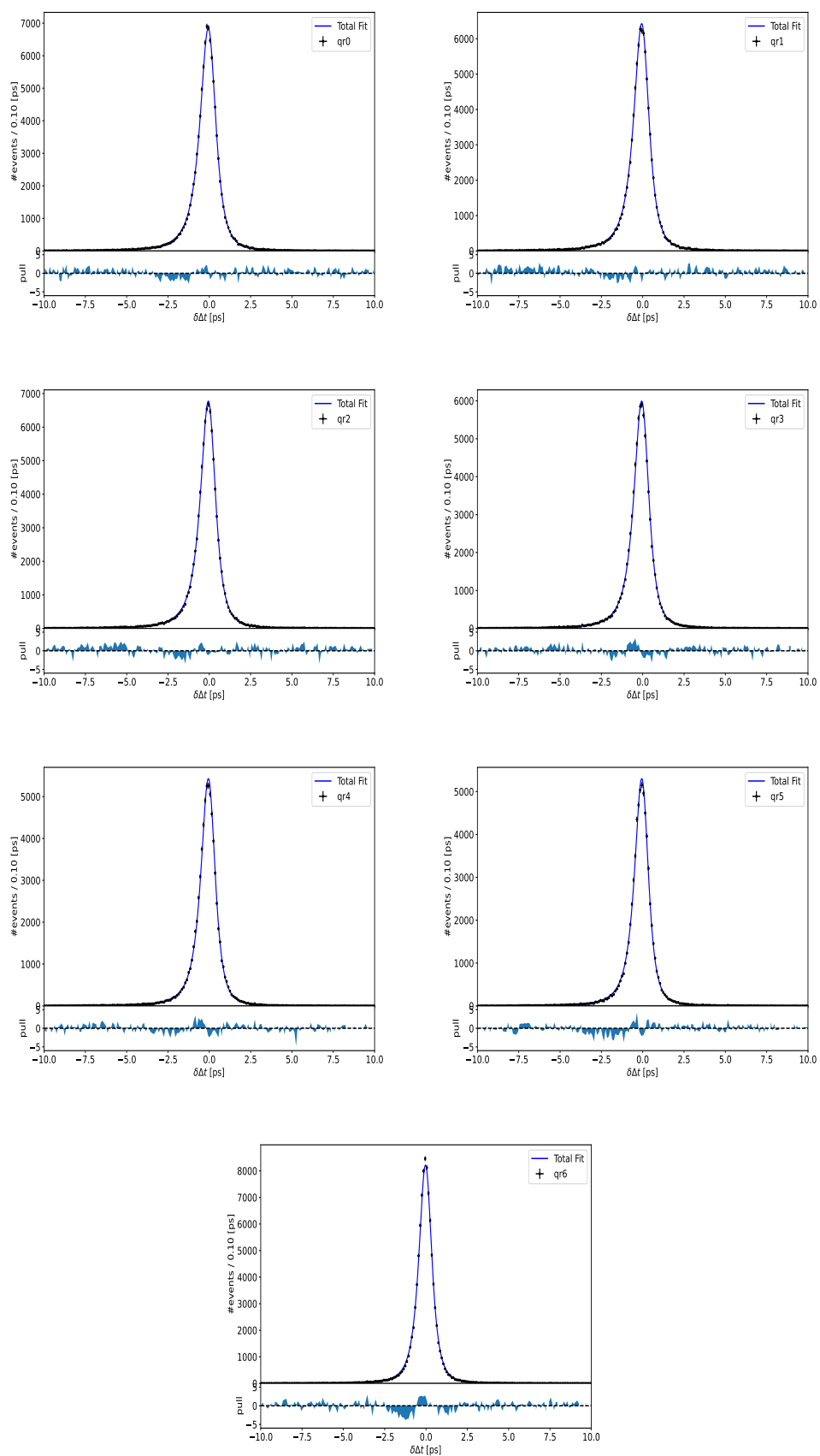

 图 5-37 不同 $|qr|$ 区间控制道信号 MC 样本的分辨函数拟合。

 Figure 5-37 $|qr|$ bin dependence of the resolution function fit to the signal MC of control channel.

表 5-18 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$ 控制道的事例选择条件总结。

 Table 5-18 Summary of the selection criteria for control channel $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi_f^+$.

	要求
γ	$E_{\text{forward}} > 60 \text{ MeV}, E_{\text{barrel}} > 50 \text{ MeV}, E_{\text{backward}} > 100 \text{ MeV}$ $\text{NClusterHits} > 1.5$ $ \text{clusterTiming} < 200 \text{ ns}$
π^0	$ M_{\gamma\gamma} - 0.135 < 0.01 \text{ GeV}$
径迹	$dr < 0.5 \text{ cm}, dz < 3 \text{ cm}$ $\text{thetaInCDCAcceptance}, \text{Prob}(\chi^2) > 0$
PID for π_f	$\frac{L(\pi)}{L(K)+L(\pi)} > 0.1$
PID for K	$\frac{L(K)}{L(K)+L(\pi)} > 0.1$
π_s	$p < 0.3 \text{ GeV}$
$\bar{D}^0$	$1.845 \leq M_{\bar{D}^0} \leq 1.885 \text{ GeV}$
$D^{*-} \rightarrow \bar{D}^0 \pi_s^-$	$0.144 \leq M_{D^{*-}} - M_{\bar{D}^0} \leq 0.147 \text{ GeV}$
B^0	$M_{\text{bc}} > 5.27 \text{ GeV}, -0.10 < \Delta E < 0.15 \text{ GeV}$
CSMVA	CSMVA > 0.2

$$f_{\text{obs}}(\Delta t, \sigma_{\Delta t}, q) = \int d \cos \theta^* \frac{3}{4} (1 - \cos^2 \theta^*) \int e^{-\Sigma t' / \tau_{B^0}} \frac{1}{2\tau_{B^0}^2} d\Sigma t' \int d\Delta t' R(\Delta t - \Delta t', \sigma_{\Delta t})$$

$$([1 - q\Delta w + q\mu(1 - 2w)] + [q(1 - 2w) + \mu(1 - q\Delta w)][S^\zeta \sin(\Delta m_d \Delta t') + C\eta \cos(\Delta m_d \Delta t')]).$$

(5-32)

当 $\eta = +1(-1)$ 且 $\zeta = +(-)$ 对应于 B_{sig}^0 的末态 $D^{*+}\pi^-(D^{*-}\pi^+)$ 时, 参数 C 和 S^ζ 由以下公式给出,

$$C \equiv \frac{1 - r^{*2}}{1 + r^{*2}}, \quad S^\pm \equiv -\frac{2r^*}{1 + r^{*2}} \sin(2\beta + \gamma \pm \delta^*),$$

其中 r^* 是 Double-Cabibbo-Suppress (DCS) 振幅与 Cabibbo-favor (CF) 振幅的比, δ^* 是 DCS 和 CF 振幅之间的强相位差。 r^* 的理论预测值较小, 约为 0.02^[254], 这表明 C 非常接近 1。但为了验证我们的拟合, 我们没有固定 C 。由于 B_{sig}^0 是通过味道特定的末态重建的, 结合味道标记提供的 B_{tag}^0 的味道信息, 所有 $B_{\text{sig}}^0 B_{\text{tag}}^0$ 对可以分为两类: 相反味道 (OF, 即没有 B^0 发生混合或混合发生了偶数次; 相同味道 (SF), 即一个 B^0 发生了奇数次混合。

最后, 对加了权重的 Δt 拟合, 拟合结果如图5-39和5-40 所示。得到的 CP 破坏参数为,

$$C = 0.993 \pm 0.009, S^+ = 0.100 \pm 0.020, S^- = 0.041 \pm 0.021, \quad (5-33)$$

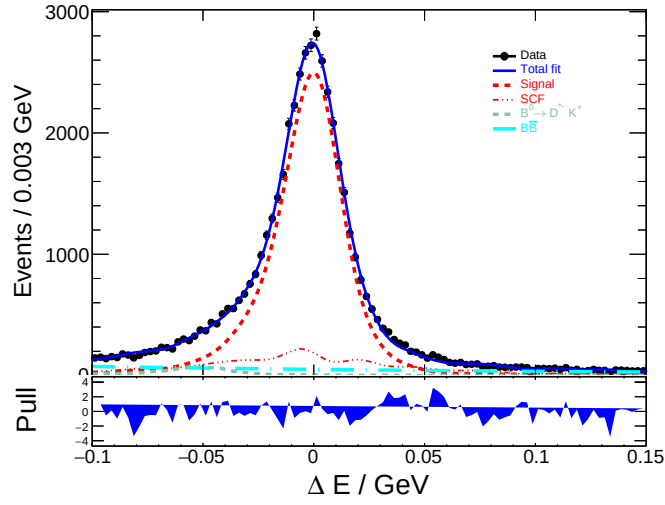

 图 5-38 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 数据样本的 ΔE 拟合。

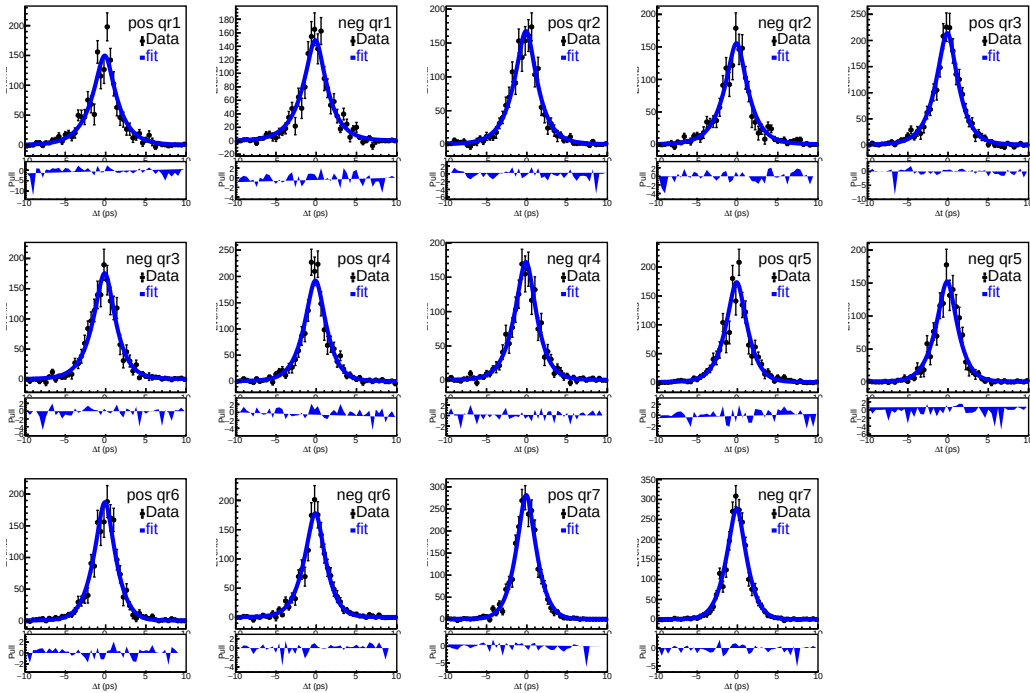
 Figure 5-38 ΔE fit to $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ data sample.

 图 5-39 $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ 数据中加了权重的 Δt 分布中相反味道事例的拟合。

 Figure 5-39 Fit to the sWeighted Δt distribution for OF events from the $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+$ data sample.

表 5-19 控制道信号 MC 样本的分辨函数拟合结果。

Table 5-19 Fit result of the resolution function to signal MC samples of control channel.

参数	中心值	误差
c	3.15	0.04
c^6	3.21	0.09
f_{OL}	5.96×10^{-3}	0.37×10^{-3}
σ_{OL}	4.79	0.09
f_R	0.24	0.01
f_R^6	0.28	0.01
f_{exp}	0.25	0.01
f_{exp}^6	0.15	0.01
μ_{main}	-0.12	0.01
μ_{main}^6	-0.08	0.01
μ_{tail}	-0.48	0.01
μ_{tail}^6	-0.23	0.02
σ_{main}	1.12	0.01
σ_{tail}	1.70	0.01
f_{max}	0.10	0.01
f_μ	0.25	0.02
$f_{\sigma R}$	0.40	0.02
$f_{\sigma L}$	0.09	0.04
C_{tail}	0.37	0.01

C 与理论预期 ($\simeq 1.0$) 一致, 我们的结果在误差范围内也与 Belle 的结果一致 ($S^+ = 0.061 \pm 0.018, S^- = 0.031 \pm 0.019$)。把分辨函数参数中心值在 1σ 范围内变动, 重复上述拟合得到相应的 CP 破坏参数。最后通过比较上述拟合结果与标称拟合结果的差异, 估计了由分辨函数参数固定引入的系统不确定性, 结果如表5-20所示。

5.6.15 物理参数 $\Delta m_d, \tau_{B^0}$ 的不确定性

在拟合中, Δm_d 和 τ_{B^0} 被固定为 PDG 中心值^[34]。为了考虑固定它们引入的系统不确定性, 在各自的误差范围内同时变动固定的中心值 ($\tau_{B^0} = 1.519 \pm 0.004$ ps, $\Delta m_d = 0.5065 \pm 0.0019$ ps⁻¹^[34]), 重复对信号 MC 样本拟合提取 CP 破坏参数。得到的 S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的系统不确定性如表5-21所示。

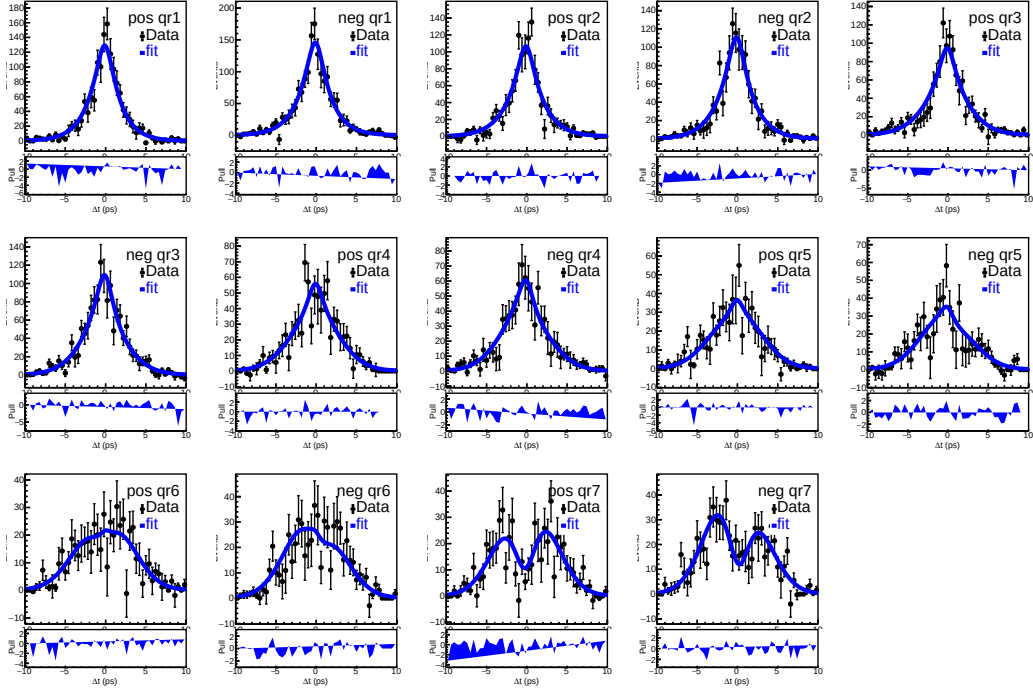

 图 5-40 对 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 数据中加了权重的 Δt 分布中相同味道事例的拟合。

 Figure 5-40 Fit to the sWeighted Δt distribution for SF events from the $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ data sample.

表 5-20 分辨函数引入的系统误差。

Table 5-20 Systematic uncertainties due to the resolution function.

参数来源	C	$S_{CP}((S^+ + S^-)/2)$
$B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ MC (标称值)	0.993 ± 0.009	0.071 ± 0.015
$B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ MC (+1 σ)	0.995 ± 0.009	0.071 ± 0.015
$B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ MC (-1 σ)	0.990 ± 0.009	0.070 ± 0.015
不确定性	± 0.003	± 0.001

 表 5-21 参数 Δm_d , τ_{B^0} 引入的系统不确定性。

 Table 5-21 Systematic uncertainties due to the parameters Δm_d and τ_{B^0} .

	$\mathcal{A}_{CP}$	S_{CP}
中心值	0.003 ± 0.010	-0.394 ± 0.015
中心值 + 1 σ	0.003 ± 0.011	-0.394 ± 0.015
中心值 - 1 σ	0.004 ± 0.011	-0.395 ± 0.015
不确定性	± 0.001	± 0.001

5.6.16 味道错误标记的比例

在 CP 破坏参数测量中, 味道错误标记相关参数通过 MC truth 从 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 信号 MC 样本中提取。为了估计系统不确定性, 使用 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 分析中从数

据中提取的味道错误标记参数拟合我们的信号 MC 看 CP 破坏参数的变化。我们引用的参数如表5-22所示。得到的 S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的不确定性如表5-23所示。

表 5-22 每个 $|qr|$ 区间内味道错误标记的参数^[247]。

Table 5-22 Wrong tag parameters in each $|qr|$ bin^[247].

$ qr $ 区间	μ [%]	ω [%]	$\Delta\omega$ [%]
0	$-1.72 \pm 1.47 \pm 1.32$	$48.29 \pm 0.78 \pm 0.75$	$0.78 \pm 1.16 \pm 0.71$
1	$-0.94 \pm 1.36 \pm 1.45$	$42.07 \pm 0.72 \pm 0.32$	$-1.41 \pm 1.06 \pm 0.92$
2	$-0.28 \pm 1.28 \pm 1.46$	$34.63 \pm 0.61 \pm 0.61$	$-0.04 \pm 0.97 \pm 1.28$
3	$3.21 \pm 1.44 \pm 1.50$	$24.17 \pm 0.68 \pm 0.36$	$1.64 \pm 1.13 \pm 0.52$
4	$1.17 \pm 1.58 \pm 1.47$	$16.98 \pm 0.68 \pm 0.92$	$1.36 \pm 1.15 \pm 0.72$
5	$-1.13 \pm 1.30 \pm 1.55$	$11.50 \pm 0.53 \pm 0.39$	$-0.26 \pm 0.92 \pm 0.71$
6	$-0.18 \pm 0.91 \pm 1.30$	$2.62 \pm 0.27 \pm 0.14$	$0.75 \pm 0.53 \pm 0.60$

表 5-23 味道错误标记参数引入的系统误差。

Table 5-23 Systematic uncertainties due to the wrong tag fraction parameters.

参数来源	$\mathcal{A}_{CP}$	S_{CP}
$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$	0.003 ± 0.010	-0.394 ± 0.015
$B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+ (+1\sigma)$	0.002 ± 0.011	-0.411 ± 0.015
$B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+ (-1\sigma)$	0.003 ± 0.011	-0.401 ± 0.015
不确定性	± 0.001	± 0.017

5.6.17 标记侧干涉

标记侧干涉引入的系统不确定性参考了 Belle 的最新分析^[255]，具体值为，

$$\sigma(S_{CP}) = \pm 0.0020, \quad \sigma(\mathcal{A}_{CP}) = {}^{+0.038}_{-0.000}. \quad (5-34)$$

5.6.18 系统误差总结

分支比、纵向极化率测量以及 CP 破坏参数测量中总的系统误差列在表5-24。

表 5-24 B 、 f_L 、 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 测量中的系统误差总结。

 Table 5-24 Summary of the systematic uncertainties of B , f_L , $\mathcal{A}_{CP}$ and S_{CP} measurements.

来源	$B(\%)$	$f_L(\%)$	$\mathcal{A}_{CP}(10^{-1})$	$S_{CP}(10^{-1})$
径迹效率	0.60	-	-	-
π^0 效率	3.20	-	-	-
PID 效率	0.20	-	-	-
$N_{B\bar{B}}$	1.45	-	-	-
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ 分支比	1.20	-	-	-
连续本底压低	1.80	-	-	-
最佳候选者选择	0.50	-	-	-
SCF 比例	1.20	0.10	-	-
$\tau^+ \tau^-$ 本底数	0.96	0.20	-	-
峰状本底分支比	0.20	0.10	-	-
信号模型	0.63	-	-	-
$B\bar{B}$ 模型	2.87	-	-	-
信号 MC 统计量	0.16	0.16	-	-
拟合偏差	0.36	0.20	± 0.10	± 0.10
分辨函数	-	-	± 0.03	± 0.01
物理参数	-	-	± 0.01	± 0.01
味道误标记比例	-	-	± 0.01	± 0.17
标记侧干涉	-	-	$^{+0.38}_{-0.00}$	± 0.02
Total	± 5.37	± 0.35	$^{+0.39}_{-0.11}$	± 0.20

5.7 结果和讨论

基于 1 ab^{-1} 通用 MCrd 样本，我们完成了对 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变分支比、纵向极化率以及 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的灵敏度研究，得到分支比，

$$B(B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-) = (\times \times \pm 0.14 \pm 0.15) \times 10^{-5},$$

纵向极化率，

$$f_L = \times \times \pm 0.016 \pm 0.003,$$

和 CP 破坏参数，

$$\mathcal{A}_{CP} = \times \times \pm 0.08 \pm_{-0.01}^{+0.04}, S_{CP} = \times \times \pm 0.11 \pm 0.02.$$

其中第一项误差是统计误差，第二项是系统误差。

表5-25展示了我们的测量结果和其它测量（包括 Belle、BABAR和 Belle II 最新的测量）以及实世界平均值的对比。Belle 的测量使用的数据亮度大约是 725 fb^{-1} ($N_{B\bar{B}} = 772 \times 10^6$)，为了方便对比我们把 Belle 的统计误差利用数据亮

度归一化到 Belle II 亮度对应的值, (归一化因子是 $\sqrt{725/365}$), 归一化之后的结果列在表5-25中。相比 Belle 的分析, 本文的研究使用了机器学习方法进一步压低了连续过程的本底以及更严格的事例选择, 所以分支比和纵向极化率的误差都略大于 Belle 亮度归一化后的结果。由于本底更低, 我们得到的 CP 破坏参数 S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的精度相比 Belle 亮度归一化之后的结果分别提升了 14% 和 7%。和 $BABAR$ 的结果相比也是类似, 分支比的统计误差也略大于它的结果, S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的精度分别提升 10% 和 13% (只考虑统计误差)。

Belle II 最新的结果使用了 Run 1 取数期间在 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上采集的总计 365 fb^{-1} 数据样本。由于 Belle II 测量所使用的数据样本仅为 Belle 先前测量的一半, 得到的 CP 破坏参数的统计误差明显大于 Belle 的测量结果, 因此基本不能提升 ϕ_2 的精度。我们的研究是为了未来 Belle II 更大的数据样本准备的。基于 Belle 的测量结果, 我们期望利用未来 Belle II 更大的数据样本能把 CP 破坏参数的精度进一步提升至少 20%。本文的灵敏度研究表明使用 Belle II 1 ab^{-1} 的数据样本基本可以满足我们的要求, $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的统计误差分别从 0.10、0.15 降低至 0.08 (提升 20%)、0.11 (提升 27%)。

表 5-25 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 衰变的分支比、纵向极化比例以及 CP 破坏参数的测量结果和其它测量以及世界平均值的对比。

Table 5-25 Measurement results for the branching fraction, longitudinal polarization fraction and CP violation parameters of $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ decays and their comparisons with other measurements and the world average values.

	$N_{B\bar{B}}(\times 10^6)$	$B(10^{-5})$	f_L	S_{CP}	$\mathcal{A}_{CP}$
My results	1060	$\times \pm 0.14 \pm 0.15$	$\times \pm 0.016 \pm 0.003$	$\times \pm 0.11 \pm 0.02$	$\times \pm 0.08 \pm_{-0.01}^{+0.04}$
My results	387	$\times \pm 0.23 \pm 0.15$	$\times \pm 0.026 \pm 0.003$	$\times \pm 0.18 \pm 0.02$	$\times \pm 0.13 \pm_{-0.01}^{+0.04}$
Belle II ^[244]	387	$2.88_{-0.22-0.27}^{+0.23+0.29}$	$0.921_{-0.025-0.015}^{+0.024+0.017}$	$-0.26 \pm 0.19 \pm 0.08$	$-0.02 \pm 0.12_{-0.05}^{+0.06}$
Belle ^[234]	387	$2.83 \pm 0.21 \pm 0.15$	$0.988 \pm 0.017 \pm 0.023$	$-0.13 \pm 0.21 \pm 0.05$	$0.00 \pm 0.14 \pm 0.06$
Belle ^[234]	772	$2.83 \pm 0.15 \pm 0.15$	$0.988 \pm 0.012 \pm 0.023$	$-0.13 \pm 0.15 \pm 0.05$	$0.00 \pm 0.10 \pm 0.06$
$BABAR$ ^[235]	384	$2.55 \pm 0.21_{-0.39}^{+0.36}$	$0.992 \pm 0.024_{-0.013}^{+0.026}$	$-0.17 \pm 0.20_{-0.06}^{+0.05}$	$0.01 \pm 0.15 \pm 0.06$
PDG ^[34]	-	2.77 ± 0.19	$0.990_{-0.019}^{+0.021}$	-0.14 ± 0.13	0.00 ± 0.09

第6章 总结和展望

6.1 通过 $\psi(3770)$ 辐射衰变寻找 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$

$X(3872)$ 由于其质量非常接近 $D^{*0}\bar{D}^0$ 阈值且宽度非常窄, 自 2003 年发现之初就引起了广泛关注, 一直到现在都是强子谱学中的研究重点^[51]。强子分子态模型认为 $X(3872)$ 在重夸克极限下存在量子数为 0^{++} 的重夸克自旋对称性伙伴, 其结构主要是 $D\bar{D}$ 分子态, 质量在 3720 MeV 附近^[140,142,143]。尽管许多不同的模型对 $X(3700)$ 进行了预测^[140,141,143,144], 但尚未有任何实验确认其存在。根据手征么正理论的预测, $X(3700)$ 主要衰变道是 $\eta\eta'$, 预言的分支比为 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta') = (1.74 \pm 0.68) \times 10^{-5}$ ^[151]。所以实验上对 $X(3700)$ 的寻找对于检验手征么正理论的预测以及基于重夸克自旋对称性的计算间接帮助我们理解 $X(3872)$ 的性质具有重要物理意义。

本文利用 BESIII 实验在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 下积累的 2.93 fb^{-1} 数据样本, 首次通过 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\eta\eta'$ 过程寻找 $X(3872)$ 的标量伙伴 $X(3700)$, 但未观测到明显信号事例。我们在 90% C.L. 下考虑不同的 $X(3700)$ 质量假设, 报道了 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 的上限, 从 0.9 到 $1.9(\times 10^{-5})$ 。对于大多数可能的 $X(3700)$ 质量, 实验结果都低于手征么正理论的预期 $(1.74 \pm 0.68) \times 10^{-5}$ ^[151]。由于实验给出的分支比上限比理论预期更低, 利用实验测量结果可以对手征么正理论计算分宽度使用的耦合常数 $|g_{\eta\eta'}|$ 的参数空间提供进一步约束。考虑理论预言的分支比误差, 分支比可以从 1.06 到 $2.42(\times 10^{-5})$ 。假设手征么正理论计算的 $|g_{X,D^+D^-}|$ 和 $|g_{X,D_s^+D_s^-}|$ 是可靠的, 相比手征么正理论计算的 $|g_{\eta\eta'}| = 1720 \text{ MeV}$ ^[154], 本文的测量要求 $|g_{\eta\eta'}| < 1611$ 或者 1066 MeV (使用 $X(3700)$ 质量在 3720 MeV 处得到的分支比上限值 0.93×10^{-5})。如果我们认为理论计算的 $|g_{X,D^+D^-}|$ 和 $|g_{X,D_s^+D_s^-}|$ 可能并不可靠, 实验测量结果可以对 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}|$ 乘积的参数空间提供进一步限制, 相比文章中使用的 $2.09 \times 10^7 \text{ MeV}^2$ ^[154], 我们要求 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}| < 1.96$ 或者 $1.30(\times 10^7) \text{ MeV}^2$ 。

本文还寻找了 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 过程, 但未发现明显的 $X(3700)$ 信号。在 90% C.L. 下, 我们得到的 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)$ 的上限值从 0.9 到 $3.4(\times 10^{-5})$, 对应 $X(3700)$ 质量从 3710 到 3740 MeV。作为 $X(3872)$ 的标量伙伴, $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 可能具有与 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 相似的同位旋破坏效应^[155]。实验的测量结果可以为后续 $X(3700)$ 性质和衰变的相关理论计算提供参考, 例如考虑到 $X(3700)$ 作为 $X(3872)$ 的自旋伙伴以及类似的同位旋破坏效应, 理论上可以利用 $X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比预测 $X(3700) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ 的分支比。

BESIII 实验在 2021-2024 年在 $\sqrt{s} = 3.773$ GeV 采集了约 17 fb^{-1} 的数据样本, 现在总计拥有 20 fb^{-1} 的数据样本^[87]。假设分支比上限正比于数据样本大小开根号, 则 20 fb^{-1} 下对 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 的探测灵敏

度可以达到 $0.3 - 0.7(\times 10^{-5})$ 。实验上可以进一步提高对 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}|$ 乘积的参数空间限制, 要求 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}| < 1.30$ 或者 $0.85(\times 10^7) \text{ MeV}^2$ (假设此时 $X(3700)$ 质量在 3720 MeV 处得到的分支比上限值为 0.4×10^{-5})。此外, 计划在 2035 年建成的超级陶粲工厂 (Super Tau-Charm Factory, STCF) 的瞬时亮度将比 BEPCII 提升 50 倍 ($0.5 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$)^[256], 会在 $2-7 \text{ GeV}$ 能区采集更大的数据样本。利用这些海量的数据样本可以进一步提升寻找超出夸克模型之外新粒子的灵敏度 (例如我们寻找的 $X(3872)$ 标量伙伴 $X(3700)$)。假设 STCF 最后在 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 采集了约 1 ab^{-1} 的数据样本, 则对 $B(\psi(3770) \rightarrow \gamma X(3700)) \cdot B(X(3700) \rightarrow \eta\eta')$ 的探测灵敏度可以达到 $0.5 - 1.0(\times 10^{-6})$ 。 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}|$ 乘积的参数空间进一步压缩至 $|g_{\eta\eta'}||g_{X,D^+D^-+D_s^+D_s^-}| < 0.50$ 或者 $0.33(\times 10^7) \text{ MeV}^2$ (假设此时 $X(3700)$ 质量在 3720 MeV 处得到的分支比上限值为 0.6×10^{-6})。当然, 随着统计量的显著增加, 如果 $X(3700)$ 真的存在, 实验上在 10^{-6} 分支比的量级上很有可能发现 $X(3700)$ 存在的迹象。

随着未来实验数据统计量的不断增大, 我们将对 (类) 粲偶素的结构和衰变性质有更深入的理解。同时, 这也将推动相关理论计算, 例如手征么正理论、LQCD 等迈向更高的精度, 从而不断加深我们对物质结构和相互作用的认识。

6.2 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面的测量和 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 衰变的寻找

本文还利用 BESIII 在 $3.508 - 4.951 \text{ GeV}$ 能区采集的丰富数据样本, 研究了正负电子湮灭成轻强子过程。 e^+e^- 湮灭成轻强子的研究对于理解轻强子的产生机制以及揭示轻夸克强相互作用的基本特性至关重要^[179]。在手征微扰理论的框架下, NJL 模型预测了 $\sqrt{s}=3.5$ 到 5.0 GeV 能区范围内 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的截面约为 $45 - 75 \text{ pb}$, 截面随质心系能量的变化遵循 $\sigma \propto s^{-n/2}$ 的渐近幂律行为, 其中 $n = 3.5 \pm 0.9$ 。然而, 这些预测尚未通过高精度实验数据验证。

利用 BESIII 实验采集的大统计量数据样本, 本文精确测量了 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的截面以验证 NJL 模型的预言。截面值范围从 $0.71 \pm 0.20 \text{ pb}$ 到 $7.46 \pm 0.95 \text{ pb}$, 远低于 NJL 模型预测的 $45 - 75 \text{ pb}$ ^[185]。通过对截面进行拟合, 得到的描述截面随质心系能量变化的幂参数 $n = 4.35 \pm 0.14$, 与 NJL 模型的预测值 $n = 3.5 \pm 0.9$ ^[185] 在误差范围内符合。非局域的 NJL 模型在计算 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 截面时没有引入描述夸克和介子相互作用的形状因子, 只考虑 η' 的味道单态和八重态的混合。在三角圈图振幅中忽略了可能的虚部贡献, 导致模型计算的 $e^+e^- \rightarrow \text{VP}$ 过程截面的精度仅为 $(20 - 30)\%$ ^[185]。但是当介子的动量较大时, 形状因子的选择十分重要, 它与振幅直接关联。本文提供的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 过程的高精度测量结果, 要求理论学家用 NJL 模型计算 $e^+e^- \rightarrow \text{VP}$ 过程截面时考虑形状因子, 并且在振幅中考虑虚部的贡献得到更完善的理论模型, 从而提升 NJL 模型在该能区对 $e^+e^- \rightarrow \text{VP}$ 过程截面的计算精度。

利用这些数据样本除了可以提升实验上对 $e^+e^- \rightarrow$ 轻强子末态截面的测量, 同时还可以从截面随质心系能量的变化中寻找的粲偶素和类粲偶素, 例

如 $\psi(3770)$ 。通过对测量的 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 的 Dressed 截面进行拟合, 本文寻找了 $\psi(3770)$ 无粲衰变 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$, 其显著性低于 2σ 。 $\psi(3770)$ 分支比 $B_{\phi\eta'}$ 的 90% C.L. 下的上限为 2.3×10^{-5} , 这与 S 波和 D 波混合模型预测的 0.5 到 $3.5(\times 10^{-5})$ [204,205] 不矛盾。表明 S 波和 D 波混合机制可能在解释 J/ψ 、 $\psi(2S)$ 和 $\psi(3770)$ 衰变中的“ $\rho\pi$ 疑难”中起重要作用 [202,203]。这也与理论根据 $\psi(3770)$ 较大的轻子宽度 (0.262 ± 0.018) keV 预言它不是纯的 $c\bar{c}$ 系统的 1^3D_1 态, 而是 D 波与 S 波态的混合不矛盾 [50,201]。

值得注意的是, 我们测量的分支比上限值远低于 Y. J. Zhang 等人在有效场论框架下, 考虑了中间 D, D^* 介子 s 道和 t 道的重散射以及单 OZI 压低的跃迁振幅, 计算得到的分支比 $B_{\phi\eta'} = 3.78 \times 10^{-4}$ [207]。在计算中他们利用实验测量的 $\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi, \phi\eta$ 的分支比和 $\rho\pi$ 的分支比上限值固定了模型中部分参数。由于文章中使用的 $B(\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi) = (9 \pm 4) \times 10^{-4}$, $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta) = (3.1 \pm 0.7) \times 10^{-4}$ [34], 分支比的精度都较低, 可能造成固定的参数中心值与真实值存在明显差异, 导致理论预期的分支比较大。由于 CLEO 之前在测量 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta)$ 的时候没有考虑共振振幅和连续过程振幅之间的干涉, 得到的分支比很可能是有问题的。在 BESIII 实验上, 我们在多个过程都看了共振振幅和连续振幅会有较强的干涉, 考不考虑干涉对分支比的结果影响很大。因此, 我们不建议理论上把 CLEO 测量的 $B(\psi(3770) \rightarrow \phi\eta)$ 作为输入去固定模型参数。目前 BESIII 已经利用更大的数据样本开展了 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta$ 的研究, 之后会考虑干涉从而得到该过程更准确的分支比测量结果。后续使用 BESIII 实验最新测量的 $B(\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi) = (8.7 \pm 1.2) \times 10^{-4}$ [257], 以及新观测到的 $\psi(3770) \rightarrow K_S^0 K_L^0$, $B(\psi(3770) \rightarrow K_S^0 K_L^0) = (2.6^{+1.4+0.3}_{-1.6-0.2}) \times 10^{-5}$ [200], 作为理论输入预期可以进一步提高理论计算的精度, 减少理论预期与实验测量的差异。

本文得到的 $B_{\phi\eta'}$ 的上限在 10^{-5} 量级, 依旧不能解释单举测量得到的 $\psi(3770)$ 较大的 non- $D\bar{D}$ 衰变分支比。除了实验的测量, 理论上关于 $\psi(3770)$ non- $D\bar{D}$ 衰变也有一些新的研究成果。Christoph Hanhart 等人使用耦合道的 K 矩阵方法系统的分析了 BES, BESII 和 BESIII 实验在 3.70 – 3.83 GeV 范围内测量的强子截面 [206]。他们发现不需要额外引入较大的 non- $D\bar{D}$ 分支比, 模型已经可以很好地描述实验数据。文中通过引入一个单道 P 波描述 non- $D\bar{D}$ 贡献, 在 90% C.L. 下得到 $B(\psi(3770) \rightarrow \text{non-}D\bar{D}) < 6\%$ 。结合理论和实验上遍举测量的结果, 似乎说明了 BES 实验单举测量得到的 non- $D\bar{D}$ 衰变分支比可能偏大。

要完全理解 $\psi(3770)$ 的结构和衰变性质, 还需要进一步开展实验和理论相关研究。前面我们提到由于在 $\psi(3770)$ 共振峰附近缺少统计量相对较大的数据样本, 导致实验上很难在考虑共振与连续过程的干涉情况下测量 $\psi(3770)$ non- $D\bar{D}$ 衰变的分支比。因此, 我们想在共振峰附近找到对干涉之后线性约束最强的能量点, 即在某个或几个能量点取数会使得 $\psi(3770)$ non- $D\bar{D}$ 衰变分支比测量的统计误差最小。我们采用和文献中类似的数值模拟方法 [258], 通过数值模最终确定在 $\psi(3770)$ 共振峰左右各取一个能量点 (3.768, 3.780 GeV), 能达到我们对分支

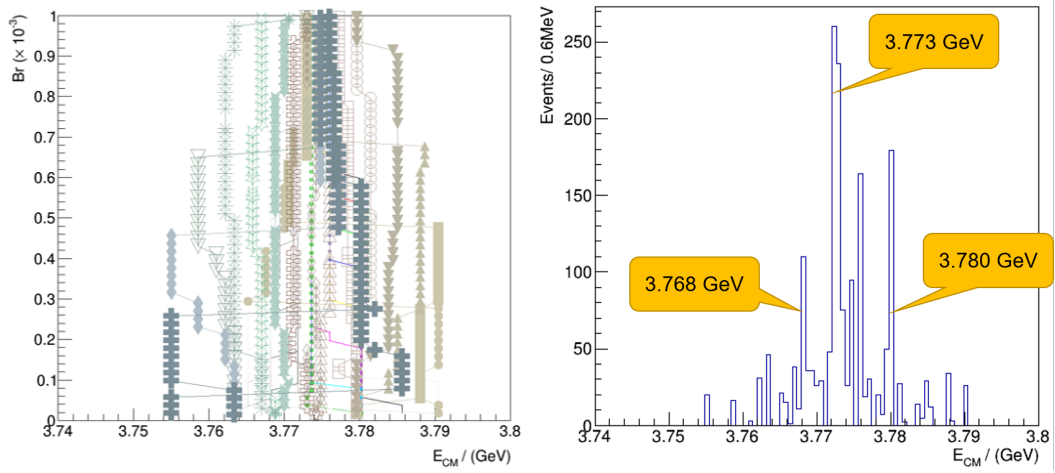


图 6-1 不同分支比和相角下最佳取数能量点的分布。左图是二维分布，图中不同颜色的线表示共振振幅和连续振幅不同的相对相角，右图是左图的投影。

Figure 6-1 The distribution of the optimal data taking energy points for different branching fractions and phase angles. The left plot shows a two-dimensional distribution, where lines of different colors represent varying relative phase angles between the resonance amplitude and the continuum amplitude. The right plot is a projection of the left plot.

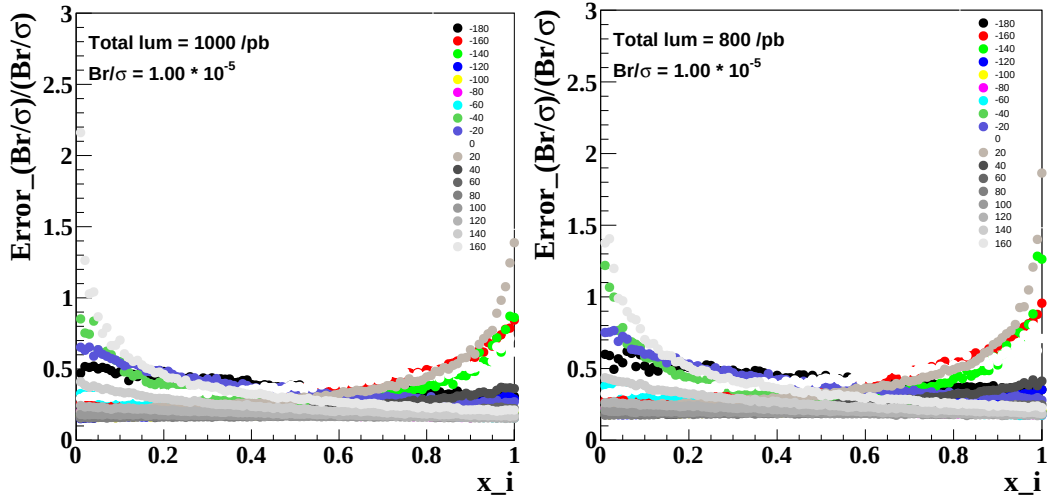


图 6-2 两个取数能量点不同亮度分配下分支比的相对误差分布。左图表示总亮度是 1000 pb^{-1} ，右图是 800 pb^{-1} 。

Figure 6-2 The distribution of relative uncertainties in branching fractions under different luminosity allocations at two energy points of data taking. The left plot represents a total luminosity of 1000 pb^{-1} , while the right plot corresponds to 800 pb^{-1} .

比统计误差的要求^[259]。图6-1展示了我们通过数值模拟得到的最佳取数能量点的分布，左图不同颜色的线表示共振振幅和连续振幅不同的相对相角，纵坐标表示了 $\psi(3770)$ 衰变到某一轻强子末态的分支比。由于我们不知道 $\psi(3770)$ 振幅和连续振幅之间的相角以及 $\psi(3770)$ 衰变到轻强子末态的分支比，只能在所有参数可能的范围进行参数扫描，把不同情况下得到的取数最佳能量点画在图6-1左图中。图6-1中右图是左图的投影，我们想知道不论相角和分支比是多少对线性约束最强的能量点在哪里。从图中可以看到除了共振峰上的点，左右两侧各有一个对线性约束较强的能量点。为了提高 $\psi(3770) \text{ non} - D\bar{D}$ 衰变分支比测量精度，最终决定同时在 3.768 和 3.780 GeV 两个能量点采集数据。

此外还需要确定每个能量点取多少数据能满足我们的要求。假设要求分支比的相对误差控制在 20% 以内，通过尝试不同亮度下得到的分支比误差分布，确定两个能量点总共需要采集 800 pb^{-1} 的数据样本。有了总的积分亮度还需要确定亮度的分配，两个能量点亮度平均分配还是一个多一个少对降低分支比误差更有利？为此我们引入一个亮度分配比例 x_i ，总积分亮度可以写成 $\text{Lum}_t = \text{Lum}_{3768} + \text{Lum}_{3780} = \text{Lum}_t x_i + \text{Lum}_t (1 - x_i)$ 。在 0-1 范围内扫描 x_i 的取值得到不同亮度分配下分支比的相对误差分布，如图6-2所示。对于大多数相角下， x_i 都趋向于 0.5 使得分支比的相对误差最小，所以最后两个能量点各采集 400 pb^{-1} 的数据样本。

有了这些数据之后，合作组内越来越多的研究人员加入了 $\psi(3770) \text{ non} - D\bar{D}$ 衰变的研究。寻找更多 $\psi(3770) \text{ non} - D\bar{D}$ 衰变同时降低实验测量分支比的误差对我们理解 $\psi(3770)$ 的 $\text{non} - D\bar{D}$ 衰变性质非常重要。 $\psi(3770) \text{ non} - D\bar{D}$ 衰变分支比的大小直接关系着人们如何理解粲偶素的衰变机制以及量子色动力学本身，如果实验上证实该分支比能够达到 10% 的量级，那么如何解释这一现象将成为理论上的巨大挑战。前面提到计划在 2035 年建成的 STCF 会在 2 – 7 GeV 能区采集更大的数据样本^[256]。同样假设 STCF 最后在 $\sqrt{s} = 3.773 \text{ GeV}$ 采集了约 1 ab^{-1} 的数据样本，则对 $\psi(3770)$ 无粲衰变 $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ 的灵敏度可以从目前的 2.3×10^{-5} 提升至 1.2×10^{-6} 。由于实验寻找灵敏度提升了约一个数量级，我们很有可能在分支比为 10^{-6} 量级上发现该过程以及其它类似的过程。因此，实验上后续对大量遍举过程的寻找和高精度测量具有非常重要的物理意义。利用这些海量的数据样本可以帮助我们理解 $\psi(3770) \text{ non} - D\bar{D}$ 衰变分支比单举测量和遍举测量的不一致，进一步加深我们对粲偶素以及类粲偶素性质的了解。

6.3 $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ 过程时间依赖的 CP 破坏参数的灵敏度研究

本文另一个研究内容是测量中性 B 介子衰变中的 CP 破坏以提取 CKM 幺正三角形的 ϕ_2 角。对 ϕ_2 角的高精度测量，可以对 CKM 幺正三角形的幺正性进行检验，间接寻找超出标准模型的新物理。尽管目前三个角的测量结果在误差范围内满足幺正性的要求，但是受限于实验的测量精度，在 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的振幅中允许存在大约 $\mathcal{O}(10\%)$ 新物理的贡献^[225–227]。因此，实验上进一步提升 CKM

么正三角形三个角的测量精度，可以对新物理存在的参数空间提供更强的约束。在么正三角形的六个可观测量中 ϕ_2 , $\phi_2 = (84.1^{+4.5}_{-3.8})^\circ$ [34], 是继 LHCb 发布 ϕ_3 最新测量结果之后 [228], 不确定性最大的一个观测量。

实验上可以通过对 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程进行时间依赖的 CP 对称性测量提取 ϕ_2 。考虑到 $b \rightarrow u\bar{u}d$ 过程中圈图的贡献会导致 ϕ_2 产生一个偏移, 所以我们选用圈图贡献最小的 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 过程提取 ϕ_2 。利用 Belle II 实验产生的 1 ab^{-1} 通用 MCrd 样本, 我们完成了对 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 衰变分支比、纵向极化率以及 CP 破坏参数 $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的灵敏度研究。得到分支比,

$$B(B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-) = (\times \times \pm 0.14 \pm 0.15) \times 10^{-5},$$

纵向极化率,

$$f_L = \times \times \pm 0.016 \pm 0.003,$$

和 CP 破坏参数,

$$\mathcal{A}_{CP} = \times \times \pm 0.08^{+0.04}_{-0.01}, S_{CP} = \times \times \pm 0.11 \pm 0.02.$$

其中第一项误差是统计误差, 第二项是系统误差。分支比测量的系统误差主要来自 π^0 重建效率数据和 MC 模拟的差异, 纵向极化率的系统误差主要来自拟合模型导致的偏差以及 $\tau^+\tau^-$ 本底数固定引入的误差, CP 破坏参数的主要系统误差贡献是拟合偏差以及标记侧的干涉。

表5-25展示了我们的测量结果和其它测量以及实世界平均值的对比。为了方便对比我们把不同实验的测量根据数据亮度归一化, 归一化之后的结果列在表5-25中。相比 Belle 的分析, 本文的研究使用了机器学习方法进一步压低了连续过程的本底以及更严格的事例选择, 所以分支比和纵向极化率的误差都略大于 Belle 亮度归一化后的结果。由于本底更低, 我们得到的 CP 破坏参数 S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的精度相比 Belle 亮度归一化之后的结果分别提升了 14% 和 7%。和 BABAR 的结果相比也是类似, 分支比的统计误差也略大于它的结果, S_{CP} 和 $\mathcal{A}_{CP}$ 的精度分别提升 10% 和 13%。

Belle II 最新的结果使用了 Run 1 取数期间在 $\Upsilon(4S)$ 共振峰上采集的总计 365 fb^{-1} 数据样本。由于 Belle II 测量所使用的数据样本仅为 Belle 先前测量的一半, 得到的 CP 破坏参数的统计误差明显大于 Belle 的测量结果。基于 Belle 的测量结果, 我们期望利用未来 Belle II 更大的数据样本能把 CP 破坏参数的精度进一步提升至少 20%。本文的灵敏度研究表明使用 Belle II 1 ab^{-1} 的数据样本基本可以满足我们的要求, $\mathcal{A}_{CP}$ 和 S_{CP} 的统计精度分别提升 20% 和 27%。

此外我们的研究还进一步降低了所有物理参数的系统误差。对于系统误差的估计, 我们基本都是用高纯度和统计量的控制道研究系统误差, 对信号的效率进行了多次修正。对于分辨函数引入的系统误差, 我们通过对高统计量和高

纯度的控制道 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 进行 CP 破坏参数的测量，估计了数据和 MC 模拟的 Δt 分辨差异对 CP 破坏参数的影响，把系统误差控制在较低的水平（相对误差 $< 1\%$ ）。对于分支比的系统误差，本文使用最新的 τ 样本提供的 π^0 重建数据和 MC 的效率修正，把 π^0 重建的系统误差降低了 58%，显著降低了 π^0 的系统误差。由于这一项是主导项，因此总的分支比测量的系统误差相比之前 Belle II 测量的系统误差有了显著降低。

利用 $B \rightarrow \rho\rho$ 系统进行同位旋分析提取 ϕ_2 的精度主要受限于 $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ 和 $B^0 \rightarrow \rho^0\rho^0$ 过程 S_{CP} 测量精度，进一步降低 S_{CP} 测量误差对提升 ϕ_2 的精度至关重要。Belle II 实验作为 Belle 实验的升级，SuperKEKEB 的设计峰值瞬时亮度达到 $6.5 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ [123]。Belle II 实验从 2019 年开始数据，预期的积分亮度以及瞬时亮度随时间的变化如图6-3所示。假设最后 Belle II 总计采集了 50 ab^{-1} 的数据，我们可以根据本文的灵敏度研究、Belle 以及 BABAR 已发表的测量结果预期 50 ab^{-1} 下 Belle II 能达到的对 $B \rightarrow \rho\rho$ 衰变相关参数的测量精度，列在表6-1中。

利用表6-1中的所有实验测量值，结合第1.2.2.4节中介绍的同位旋分析通过扫描 χ^2 （见公式（1-46））可以得到 ϕ_2 在不同置信水平下的分布，如图6-4所示，这里我们直接引用文献 [73] 中的结果。利用 Belle 的测量结果得到 ϕ_2 的物理解为， $\phi_2 = (93.7 \pm 10.6)^\circ$ ，Belle II 50 ab^{-1} 统计量下不考虑 $S^{\rho^0\rho^0}$ 的约束，预期的 ϕ_2 测量精度约是 1° 。通过加不加 $S^{\rho^0\rho^0}$ 的约束，扫描得到两个近似相同的 ϕ_2 分布，可以估计 $S^{\rho^0\rho^0}$ 的中心值，约是 -0.14 。最后加上 $S^{\rho^0\rho^0} = -0.14 \pm 0.07 \pm 0.01$ 的约束， ϕ_2 的精度可以达到约 0.7° 。基于未来 Belle II 对 ϕ_2 角的高精度测量结果，CKM 幺正三角形的幺正性能得到更好地检验。如果幺正性存在破坏，将会为我们提供新物理存在的迹象，会是粒子物理学的重大发现；如果幺正性没有破坏，新物理存在的参数空间也将被大大压缩，这也将是我们对自然规律最好的理解。

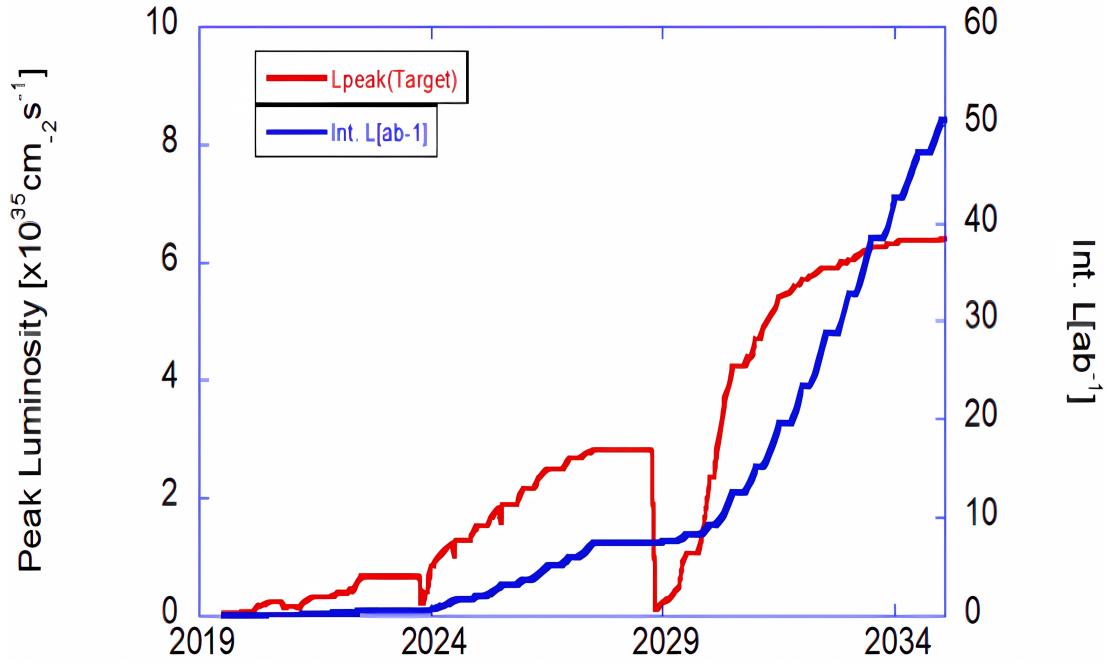


图 6-3 Belle II 取数计划。蓝色实线表示积分亮度，红色虚线表示预期的瞬时峰值亮度^[123]。

Figure 6-3 The data taking plan of Belle II. The solid blue line represents the integrated luminosity, and the red dashed line indicates the expected instantaneous peak luminosity^[123].

表 6-1 $B \rightarrow \rho\rho$ 系统同位旋分析测量 ϕ_2 用到的实验输入量。Belle 的测量使用的数据量包括 0.08 和 0.8 ab^{-1} ， $BABAR$ 的测量使用的数据量是 0.5 ab^{-1} ，本文灵敏度研究使用的通用 MC 统计量为 1 ab^{-1} 以及 Belle II 在 50 ab^{-1} 下的预期精度。

Table 6-1 The experimental inputs used for the ϕ_2 measurement in the isospin analysis of the $B \rightarrow \rho\rho$ system. The data used in Belle's measurements include 0.08 and 0.8 ab^{-1} , while $BABAR$'s measurement utilizes 0.5 ab^{-1} , and this sensitivity study employs a generic MC statistic of 1 ab^{-1} , along with the expected precision of Belle II at 50 ab^{-1} .

参数	中心值	误差 ($0.08/0.5/0.8/1.0 \text{ ab}^{-1}$)	误差 (50 ab^{-1})
$B^{+0} (10^{-6})$	31.7	$\pm 7.1 \pm 5.3(0.08 \text{ ab}^{-1})$ ^[236]	$\pm 0.30 \pm 0.50$ ^[73]
$B^{00} (10^{-6})$	1.02	$\pm 0.30 \pm 0.15(0.8 \text{ ab}^{-1})$ ^[238]	$\pm 0.04 \pm 0.02$ ^[73]
$B^{+-} (10^{-6})$	± 28.3	$\pm 1.5 \pm 1.5(0.8 \text{ ab}^{-1})$ ^[234]	$\pm 0.19 \pm 0.40$ ^[73]
$\mathcal{A}^{+-}$	0.00	$\pm 0.10 \pm 0.06(0.8 \text{ ab}^{-1})$ ^[234]	$\pm 0.013 \pm 0.008$
S^{+-}	-0.13	$\pm 0.15 \pm 0.05(0.8 \text{ ab}^{-1})$ ^[234]	$\pm 0.019 \pm 0.006$
$B^{+-} (10^{-6})$	-	$\pm 1.4 \pm 1.5(1 \text{ ab}^{-1})$	$\pm 0.20 \pm 0.40$
$\mathcal{A}^{+-}$	-	$\pm 0.08^{+0.04}_{-0.01}(1 \text{ ab}^{-1})$	$\pm 0.011^{+0.006}_{-0.001}$
S^{+-}	-	$\pm 0.11 \pm 0.02(1 \text{ ab}^{-1})$	$\pm 0.016 \pm 0.003$
$\mathcal{A}^{00}$	-0.2	$\pm 0.8 \pm 0.3(0.5 \text{ ab}^{-1})$ ^[237]	$\pm 0.08 \pm 0.01$ ^[73]
S^{00}	0.3	$\pm 0.7 \pm 0.2(0.5 \text{ ab}^{-1})$ ^[237]	$\pm 0.07 \pm 0.01$ ^[73]

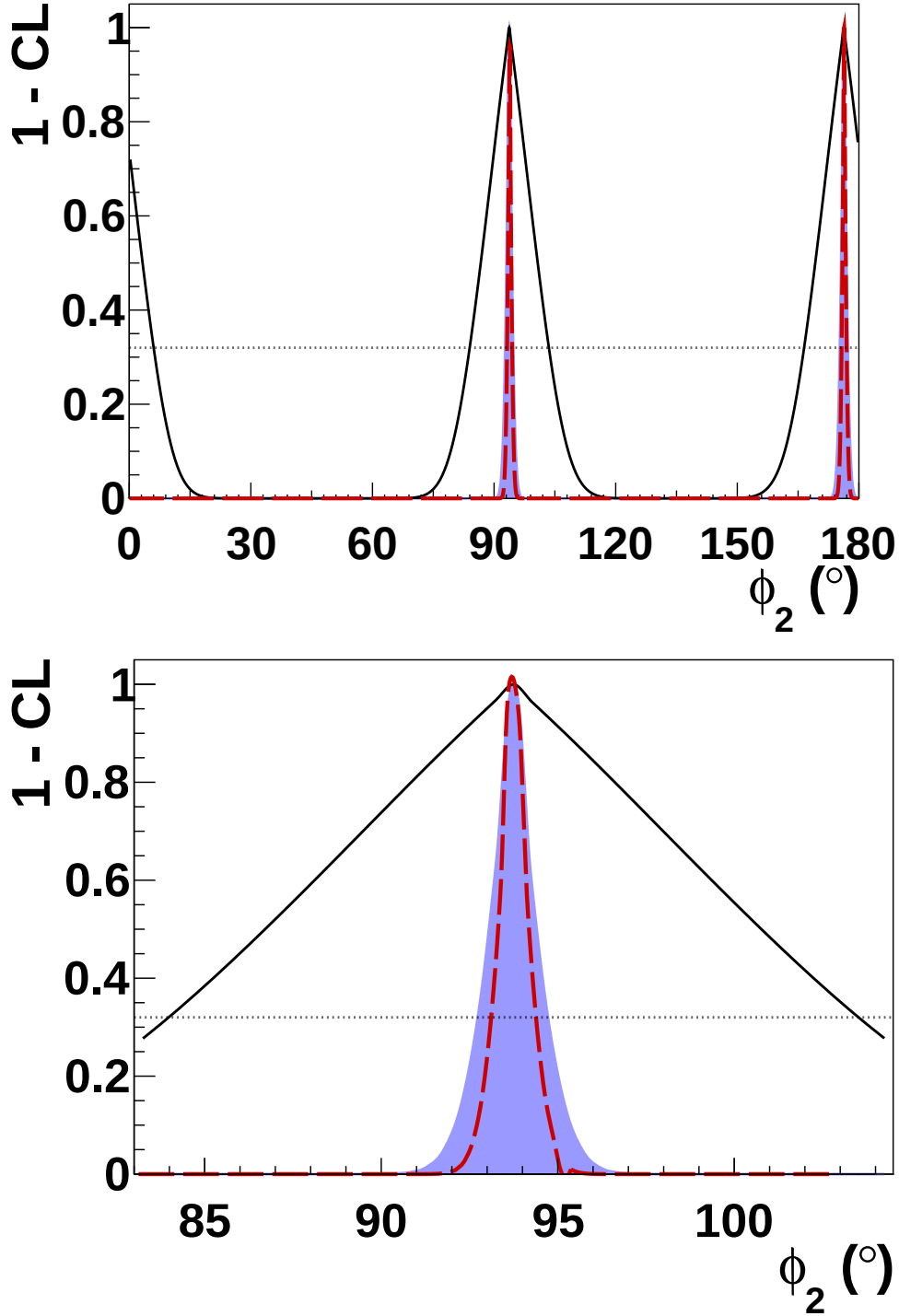


图 6-4 利用 $B \rightarrow \rho\rho$ 系统进行同位旋分析扫描 ϕ_2 在不同置信水平下的分布。黑色实线表示使用 Belle 的测量结果，蓝色阴影区域表示使用 Belle II 预期的测量进度并且不考虑 $S^{\rho^0\rho^0}$ 的约束，红色虚线表示加上 $S^{\rho^0\rho^0} = -0.14 \pm 0.07 \pm 0.01$ 的约束。上图是全区间，下图对 $[83, 104^\circ]$ 区间放大。水平点划线表示 68% 的置信水平^[73]。

Figure 6-4 Scan of the confidence level of ϕ_2 performing isospin analysis of the $B \rightarrow \rho\rho$ system. The black solid line shows the result of the scan using data from Belle measurements. The blue shaded area shows the projection for Belle II without the $S^{\rho^0\rho^0}$ constraint. The red dashed line shows the result adding the constraint $S^{\rho^0\rho^0} = -0.14 \pm 0.07 \pm 0.01$. The full region (top), and the range $[83, 104^\circ]$ is zoomed (bottom). The dotted horizontal lines correspond to a C.L. of 68%^[73].

参考文献

- [1] Thomson J J. Cathode rays [J/OL]. Phil. Mag. Ser. 5, 1897, 44: 293-316. DOI: [10.1080/14786449708621070](https://doi.org/10.1080/14786449708621070).
- [2] Rutherford E. The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom [J/OL]. Phil. Mag. Ser. 6, 1911, 21: 669-688. DOI: [10.1080/14786440508637080](https://doi.org/10.1080/14786440508637080).
- [3] Bohr N. On the Constitution of Atoms and Molecules. 2. Systems containing only a Single Nucleus [J/OL]. Phil. Mag. Ser. 6, 1913, 26: 476. DOI: [10.1080/14786441308634993](https://doi.org/10.1080/14786441308634993).
- [4] Rutherford E. LIV. Collision of α particles with light atoms. IV. An anomalous effect in nitrogen [J/OL]. Phil. Mag. Ser. 6, 1919, 37(222): 581-587. DOI: [10.1080/14786440608635919](https://doi.org/10.1080/14786440608635919).
- [5] Chadwick J. The Existence of a Neutron [J/OL]. Proc. Roy. Soc. Lond. A, 1932, 136(830): 692-708. DOI: [10.1098/rspa.1932.0112](https://doi.org/10.1098/rspa.1932.0112).
- [6] Yukawa H. On the Interaction of Elementary Particles I [J/OL]. Proc. Phys. Math. Soc. Jap., 1935, 17: 48-57. DOI: [10.1143/PTPS.1.1](https://doi.org/10.1143/PTPS.1.1).
- [7] Anderson C D, Neddermeyer S H. Cloud Chamber Observations of Cosmic Rays at 4300 Meters Elevation and Near Sea-Level [J/OL]. Phys. Rev., 1936, 50: 263-271. DOI: [10.1103/PhysRev.50.263](https://doi.org/10.1103/PhysRev.50.263).
- [8] Lattes C M G, Occhialini G P S, Powell C F. Observations on the Tracks of Slow Mesons in Photographic Emulsions. 1 [J/OL]. Nature, 1947, 160: 453-456. DOI: [10.1038/160453a0](https://doi.org/10.1038/160453a0).
- [9] Lattes C M G, Occhialini G P S, Powell C F. Observations on the Tracks of Slow Mesons in Photographic Emulsions. 2 [J/OL]. Nature, 1947, 160: 486-492. DOI: [10.1038/160486a0](https://doi.org/10.1038/160486a0).
- [10] Rochester G D, Butler C C. Evidence for the Existence of New Unstable Elementary Particles [J/OL]. Nature, 1947, 160: 855-857. DOI: [10.1038/160855a0](https://doi.org/10.1038/160855a0).
- [11] Gell-Mann M. Isotopic Spin and New Unstable Particles [J/OL]. Phys. Rev., 1953, 92: 833-834. DOI: [10.1103/PhysRev.92.833](https://doi.org/10.1103/PhysRev.92.833).
- [12] Gell-Mann M. The Eightfold Way: A Theory of strong interaction symmetry [J/OL]. 1961. DOI: [10.2172/4008239](https://doi.org/10.2172/4008239).
- [13] Neeman Y. GAUGES, GROUPS AND AN INVARIANT THEORY OF THE STRONG INTERACTIONS [J]. 1961.
- [14] Gell-Mann M. A Schematic Model of Baryons and Mesons [J/OL]. Phys. Lett., 1964, 8: 214-215. DOI: [10.1016/S0031-9163\(64\)92001-3](https://doi.org/10.1016/S0031-9163(64)92001-3).
- [15] Zweig G. An SU_3 model for strong interaction symmetry and its breaking; Version 2 [J/OL]. 1964. [<https://cds.cern.ch/record/570209>]. DOI: [10.17181/CERN-TH-412](https://doi.org/10.17181/CERN-TH-412).
- [16] Barnes V E, et al. Confirmation of the existence of the Ω^- hyperon [J/OL]. Phys. Lett., 1964, 12: 134-136. DOI: [10.1016/0031-9163\(64\)91137-0](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91137-0).
- [17] Greenberg O W. Spin and Unitary Spin Independence in a Paraquark Model of Baryons and Mesons [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 598-602. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.598](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.598).
- [18] Glashow S L, Iliopoulos J, Maiani L. Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry [J/OL]. Phys. Rev. D, 1970, 2: 1285-1292. DOI: [10.1103/PhysRevD.2.1285](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.2.1285).
- [19] Kobayashi M, Maskawa T. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction [J/OL]. Prog. Theor. Phys., 1973, 49: 652-657. DOI: [10.1143/PTP.49.652](https://doi.org/10.1143/PTP.49.652).
- [20] Aubert J J, et al. Experimental Observation of a Heavy Particle J [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1974, 33: 1404-1406. DOI: [10.1103/PhysRevLett.33.1404](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.33.1404).

- [21] Augustin J E, et al. Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1974, 33: 1406-1408. DOI: [10.1103/PhysRevLett.33.1406](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.33.1406).
- [22] Herb S W, et al. Observation of a Dimuon Resonance at 9.5 GeV in 400 GeV Proton-Nucleus Collisions [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1977, 39: 252-255. DOI: [10.1103/PhysRevLett.39.252](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.39.252).
- [23] Abe F, et al. Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2626-2631. DOI: [10.1103/PhysRevLett.74.2626](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2626).
- [24] Abachi S, et al. Observation of the top quark [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 2632-2637. DOI: [10.1103/PhysRevLett.74.2632](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2632).
- [25] Yang C N, Mills R L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance [J/OL]. Phys. Rev., 1954, 96: 191-195. DOI: [10.1103/PhysRev.96.191](https://doi.org/10.1103/PhysRev.96.191).
- [26] Glashow S L. Partial Symmetries of Weak Interactions [J/OL]. Nucl. Phys., 1961, 22: 579-588. DOI: [10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2).
- [27] Higgs P W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields [J/OL]. Phys. Lett., 1964, 12: 132-133. DOI: [10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9).
- [28] Higgs P W. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 508-509. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.508](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.508).
- [29] Higgs P W. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons [J/OL]. Phys. Rev., 1966, 145: 1156-1163. DOI: [10.1103/PhysRev.145.1156](https://doi.org/10.1103/PhysRev.145.1156).
- [30] Weinberg S. A Model of Leptons [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1967, 19: 1264-1266. DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264).
- [31] Salam A. Weak and Electromagnetic Interactions [J/OL]. Conf. Proc. C, 1968, 680519: 367-377. DOI: [10.1142/9789812795915_0034](https://doi.org/10.1142/9789812795915_0034).
- [32] Arnison G, et al. Experimental Observation of Lepton Pairs of Invariant Mass Around 95 GeV/ c^2 at the CERN SPS Collider [J/OL]. Phys. Lett. B, 1983, 126: 398-410. DOI: [10.1016/0370-2693\(83\)90188-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90188-0).
- [33] Bagnaia P, et al. Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN $\bar{p}p$ Collider [J/OL]. Phys. Lett. B, 1983, 129: 130-140. DOI: [10.1016/0370-2693\(83\)90744-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90744-X).
- [34] Zyla P A, et al. Review of Particle Physics [J/OL]. PTEP, 2020, 2020(8): 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104).
- [35] Wikipedia contributors. Standard model — Wikipedia, the free encyclopedia [EB/OL]. 2024. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Standard_Model&oldid=1212800291.
- [36] Aad G, et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC [J/OL]. Phys. Lett. B, 2012, 716: 1-29. DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.020).
- [37] Chatrchyan S, et al. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC [J/OL]. Phys. Lett. B, 2012, 716: 30-61. DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021).
- [38] 肖振军, 吕才典. 粒子物理学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [39] Grinin A, Matveev A, Yost D C, et al. Two-photon frequency comb spectroscopy of atomic hydrogen [J/OL]. Science, 2020, 370(6520): abc7776. DOI: [10.1126/science.abc7776](https://doi.org/10.1126/science.abc7776).
- [40] 杜东升, 杨茂志. 粒子物理学导论 (第二版) [M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [41] Englert F, Brout R. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 321-323. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.321](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.321).
- [42] Gross D J, Wilczek F. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1973, 30: 1343-1346. DOI: [10.1103/PhysRevLett.30.1343](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1343).

- [43] Politzer H D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1973, 30: 1346-1349. DOI: [10.1103/PhysRevLett.30.1346](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.30.1346).
- [44] Francener R, Goncalves V P, Martins D E. Investigating the exclusive toponium production at the LHC and FCC [J]. 2025.
- [45] Fu J H, Li Y J, Yang H M, et al. Toponium: the smallest bound state and simplest hadron in quantum mechanics [J]. 2024.
- [46] Aubert B, et al. The BaBar detector [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2002, 479: 1-116. DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)02012-5](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02012-5).
- [47] Abashian A, et al. The Belle Detector [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2002, 479: 117-232. DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)02013-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02013-7).
- [48] Abrams G S, et al. The Discovery of a Second Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1974, 33: 1453-1455. DOI: [10.1103/PhysRevLett.33.1453](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.33.1453).
- [49] Appelquist T, De Rujula A, Politzer H D, et al. Charmonium Spectroscopy [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34: 365. DOI: [10.1103/PhysRevLett.34.365](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.365).
- [50] Eichten E, Gottfried K, Kinoshita T, et al. Charmonium: The Model [J/OL]. Phys. Rev. D, 1978, 17: 3090. DOI: [10.1103/PhysRevD.17.3090](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.17.3090).
- [51] Choi S K, et al. Observation of a narrow charmonium-like state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 262001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.262001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.262001).
- [52] Ablikim M, et al. Coupled-Channel Analysis of the $\chi_{c1}(3872)$ Line Shape with BESIII Data [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2024, 132(15): 151903. DOI: [10.1103/PhysRevLett.132.151903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.132.151903).
- [53] Aubert B, et al. Observation of a broad structure in the $\pi^+ \pi^- J/\psi$ mass spectrum around 4.26-GeV/ c^2 [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 142001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.95.142001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.142001).
- [54] Ablikim M, et al. Precise measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ cross section at center-of-mass energies from 3.77 to 4.60 GeV [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 118(9): 092001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.118.092001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.092001).
- [55] Ablikim M, et al. Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ at $\sqrt{s}=4.26$ GeV [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.252001).
- [56] Liu Z Q, et al. Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.252002).
- [57] Xiao T, Dobbs S, Tomaradze A, et al. Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV [J/OL]. Phys. Lett. B, 2013, 727: 366-370. DOI: [10.1016/j.physletb.2013.10.041](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.10.041).
- [58] Ablikim M, et al. Observation of $Z_c(3900)^0$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^0 \pi^0 J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(11): 112003. DOI: [10.1103/PhysRevLett.115.112003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.112003).
- [59] Godfrey S, Isgur N. Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics [J/OL]. Phys. Rev. D, 1985, 32: 189-231. DOI: [10.1103/PhysRevD.32.189](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.32.189).
- [60] Ai X, et al. Flavor Physics at CEPC: a General Perspective [J]. 2024.
- [61] Okubo S. Phi meson and unitary symmetry model [J/OL]. Phys. Lett., 1963, 5: 165-168. DOI: [10.1016/S0375-9601\(63\)92548-9](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(63)92548-9).
- [62] Iizuka J, Okada K, Shito O. Systematics and phenomenology of boson mass levels. iii [J/OL]. Progress of Theoretical Physics, 1966, 35(6): 1061-1073. <https://doi.org/10.1143/PTP.35.1061>.

- [63] Noether E. Invariant Variation Problems [J/OL]. Gott. Nachr., 1918, 1918: 235-257. DOI: [10.1080/00411457108231446](https://doi.org/10.1080/00411457108231446).
- [64] Lee T D, Yang C N. Question of Parity Conservation in Weak Interactions [J/OL]. Phys. Rev., 1956, 104: 254-258. DOI: [10.1103/PhysRev.104.254](https://doi.org/10.1103/PhysRev.104.254).
- [65] Wu C S, Ambler E, Hayward R W, et al. Experimental Test of Parity Conservation in β Decay [J/OL]. Phys. Rev., 1957, 105: 1413-1414. DOI: [10.1103/PhysRev.105.1413](https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1413).
- [66] Angelopoulos A, et al. First direct observation of time reversal noninvariance in the neutral kaon system [J/OL]. Phys. Lett. B, 1998, 444: 43-51. DOI: [10.1016/S0370-2693\(98\)01356-2](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)01356-2).
- [67] Christenson J H, Cronin J W, Fitch V L, et al. Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1964, 13: 138-140. DOI: [10.1103/PhysRevLett.13.138](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.138).
- [68] Bigi I I Y, Sanda A I. CP Violation in Heavy Flavor Decays: Predictions and Search Strategies [J/OL]. Nucl. Phys. B, 1987, 281: 41-71. DOI: [10.1016/0550-3213\(87\)90246-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(87)90246-X).
- [69] Luders G. On the Equivalence of Invariance under Time Reversal and under Particle-Antiparticle Conjugation for Relativistic Field Theories [J]. Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med., 1954, 28N5(5): 1-17.
- [70] Bevan A J, et al. The Physics of the B Factories [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2014, 74: 3026. DOI: [10.1140/epjc/s10052-014-3026-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3026-9).
- [71] Cabibbo N. Unitary Symmetry and Leptonic Decays [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1963, 10: 531-533. DOI: [10.1103/PhysRevLett.10.531](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.10.531).
- [72] Barbaro-Galtieri A, Derenzo S E, Price L R, et al. Review of particle properties [J/OL]. Rev. Mod. Phys., 1970, 42: 87-200. DOI: [10.1103/RevModPhys.42.87](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.42.87).
- [73] Abudinén F. Development of a B^0 flavor tagger and performance study of a novel time-dependent CP analysis of the decay $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ at Belle II [D/OL]. Munich, Max Planck Inst., 2018. DOI: [10.5282/edoc.23003](https://doi.org/10.5282/edoc.23003).
- [74] Chau L L, Keung W Y. Comments on the Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1984, 53: 1802. DOI: [10.1103/PhysRevLett.53.1802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.53.1802).
- [75] Wolfenstein L. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1983, 51: 1945. DOI: [10.1103/PhysRevLett.51.1945](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.1945).
- [76] Amhis Y, et al. Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of summer 2016 [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(12): 895. DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5058-4](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5058-4).
- [77] Beneke M, Buchalla G, Dunietz I. Mixing induced CP asymmetries in inclusive B decays [J/OL]. Phys. Lett. B, 1997, 393: 132-142. DOI: [10.1016/S0370-2693\(96\)01648-6](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(96)01648-6).
- [78] Hagelin J S. Mass Mixing and CP Violation in the $B^0 - \bar{B}^0$ system [J/OL]. Nucl. Phys. B, 1981, 193: 123-149. DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90521-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90521-6).
- [79] Gronau M, London D. Isospin analysis of CP asymmetries in B decays [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1990, 65: 3381-3384. DOI: [10.1103/PhysRevLett.65.3381](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.3381).
- [80] Aaij R, et al. Observation of CP violation in two-body $B_{(s)}^0$ meson decays to charged pions and kaons [J/OL]. JHEP, 2021, 03: 075. DOI: [10.1007/JHEP03\(2021\)075](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2021)075).
- [81] Charles J, Deschamps O, Descotes-Genon S, et al. Isospin analysis of charmless B meson decays [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2017, 77(8): 574. DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5126-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5126-9).
- [82] Lipkin H J, Nir Y, Quinn H R, et al. Penguin trapping with isospin analysis and CP asymmetries in B decays [J/OL]. Phys. Rev. D, 1991, 44: 1454-1460. DOI: [10.1103/PhysRevD.44.1454](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.44.1454).

- [83] Pivk M, Le Diberder F R. Isospin constraints from on $B \rightarrow \pi\pi$ [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2005, 39: 397-409. DOI: [10.1140/epjc/s2005-02119-y](https://doi.org/10.1140/epjc/s2005-02119-y).
- [84] Bai J, Bian Q, Chen G, et al. The BES detector [J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1994, 344(2): 319-334. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0168900294900817>. DOI: [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(94\)90081-7](https://doi.org/10.1016/0168-9002(94)90081-7).
- [85] Ablikim M, et al. Number of J/ψ events at BESIII [J/OL]. Chin. Phys. C, 2022, 46(7): 074001. DOI: [10.1088/1674-1137/ac5c2e](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ac5c2e).
- [86] Ablikim M, et al. Determination of the number of $\psi(3686)$ events taken at BESIII [J/OL]. Chin. Phys. C, 2024, 48(9): 093001. DOI: [10.1088/1674-1137/ad595b](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ad595b).
- [87] Ablikim M, et al. Measurement of integrated luminosity of data collected at 3.773 GeV by BESIII from 2021 to 2024 [J/OL]. Chin. Phys. C, 2024, 48(12): 123001. DOI: [10.1088/1674-1137/ad70a0](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ad70a0).
- [88] Kurokawa S, Kikutani E. Overview of the KEKB accelerators [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 499: 1-7. DOI: [10.1016/S0168-9002\(02\)01771-0](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01771-0).
- [89] Nobelprize.org. The nobel prize in physics 2008 [EB/OL]. 2008. <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2008/summary/>, note=" [Online; accessed 10-February-2025]".
- [90] Yu C, Zhang Y, Qin Q, et al. Bepcii performance and beam dynamics studies on luminosity [C/OL]//2016. DOI: [10.18429/JACoW-IPAC2016-TUYA01](https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2016-TUYA01).
- [91] Ablikim M, et al. Design and Construction of the BESIII Detector [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2010, 614: 345-399. DOI: [10.1016/j.nima.2009.12.050](https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.12.050).
- [92] 刘建北. BESIII 漂移室性能的实验研究 [D]. 中国科学院高能物理研究所, 2005.
- [93] 刘勇. BESIII 飞行时间探测器的模拟与五夸克态的寻找 [D]. 中国科学院高能物理研究所, 2011.
- [94] 郭迎晓. BESIII 多气隙电阻板室飞行时间探测器刻度方法的研究 [Z]. 中国科学院高能物理研究所, 2017.
- [95] Li X, et al. Study of MRPC technology for BESIII endcap-TOF upgrade [J/OL]. Radiat. Detect. Technol. Methods, 2017, 1: 13. DOI: [10.1007/s41605-017-0014-2](https://doi.org/10.1007/s41605-017-0014-2).
- [96] Kubota Y, et al. The CLEO-II detector [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 1992, 320: 66-113. DOI: [10.1016/0168-9002\(92\)90770-5](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90770-5).
- [97] Aker E, et al. The Crystal Barrel spectrometer at LEAR [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 1992, 321: 69-108. DOI: [10.1016/0168-9002\(92\)90379-I](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90379-I).
- [98] Aulchenko V M, Baibusinov B O, Bondar A E, et al. CMD-2 barrel calorimeter [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 1993, 336: 53-58. DOI: [10.1016/0168-9002\(93\)91079-3](https://doi.org/10.1016/0168-9002(93)91079-3).
- [99] 董明义. BESIII 电磁量能器的研制 [D]. 中国科学院高能物理研究所, 2008.
- [100] GAUDI [EB/OL]. <https://gaudi.web.cern.ch/welcome.html>.
- [101] Li W, Liu H, Deng Z, et al. The offline software for the BESIII experiment [C/OL]//2006. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:221378819>.
- [102] Jadach S, Ward B F L, Was Z. Coherent exclusive exponentiation for precision Monte Carlo calculations [J/OL]. Phys. Rev. D, 2001, 63: 113009. DOI: [10.1103/PhysRevD.63.113009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.63.113009).
- [103] Carloni Calame C M, Montagna G, Nicrosini O, et al. The BABAYAGA event generator [J/OL]. Nucl. Phys. B Proc. Suppl., 2004, 131: 48-55. DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2004.02.008).

- [104] Campanario F, Czyż H, Gluza J, et al. Standard model radiative corrections in the pion form factor measurements do not explain the a_μ anomaly [J/OL]. Phys. Rev. D, 2019, 100: 076004. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.076004>.
- [105] Zi-Yan D, et al. Object-oriented BESIII detector simulation system [J/OL]. Chinese Physics C, 2006, 30(5): 371-377. <http://hepnp.ihep.ac.cn/en/article/id/283d17c0-e8fa-4ad7-bfe3-%92095466def1>. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.076004.
- [106] Agostinelli S, et al. GEANT4 - A Simulation Toolkit [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 506: 250-303. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [107] KEK. KEKB B-Factory Design Report [R/OL]. KEK Report 95-7, 1995. <https://lib-extopc.kek.jp/preprints/PDF/1995/9524/9524007.pdf>.
- [108] Abe T, et al. Achievements of KEKB [J/OL]. PTEP, 2013, 2013: 03A001. DOI: 10.1093/ptep/pts102.
- [109] Akai K, Furukawa K, Koiso H. SuperKEKB Collider [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2018, 907: 188-199. DOI: 10.1016/j.nima.2018.08.017.
- [110] Abe T, et al. Belle II Technical Design Report [J]. 2010.
- [111] Nakamura K R, et al. The Belle II SVD detector [J/OL]. PoS, 2017, Vertex2016: 012. DOI: 10.22323/1.287.0012.
- [112] Adamczyk K, et al. The design, construction, operation and performance of the Belle II silicon vertex detector [J/OL]. JINST, 2022, 17(11): P11042. DOI: 10.1088/1748-0221/17/11/P11042.
- [113] Baur A, et al. The Belle II Pixel Vertex Detector [J/OL]. PoS, 2024, VERTEX2023: 009. DOI: 10.22323/1.448.0009.
- [114] Kemmer J, Lutz G. NEW DETECTOR CONCEPTS [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 1987, 253: 365-377. DOI: 10.1016/0168-9002(87)90518-3.
- [115] Richter R H, et al. Design and technology of DEPFET pixel sensors for linear collider applications [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 511: 250-256. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01802-3.
- [116] Richter R H, et al. Design and technology of DEPFET pixel sensors for linear collider applications [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2003, 511: 250-256. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01802-3.
- [117] Taniguchi N. Central Drift Chamber for Belle II [J/OL]. JINST, 2017, 12(06): C06014. DOI: 10.1088/1748-0221/12/06/C06014.
- [118] Maeda Y. Status of installation and commissioning for the Belle II time-of-propagation counter [J/OL]. JINST, 2017, 12(08): C08005. DOI: 10.1088/1748-0221/12/08/C08005.
- [119] Nishida S. Operation and Performance of Belle II Aerogel RICH Counter [J/OL]. J. Phys. Conf. Ser., 2022, 2374(1): 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/2374/1/012001.
- [120] Miyabayashi K, et al. Upgrade of the Belle II Electromagnetic Calorimeter [J/OL]. JINST, 2014, 9(09): P09011. DOI: 10.1088/1748-0221/9/09/P09011.
- [121] Adachi I, Browder T E, Križan P, et al. Detectors for extreme luminosity: Belle II [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2018, 907: 46-59. DOI: 10.1016/j.nima.2018.03.068.
- [122] Aushev T, et al. A scintillator based endcap K_L and muon detector for the Belle II experiment [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2015, 789: 134-142. DOI: 10.1016/j.nima.2015.03.060.
- [123] Altmannshofer W, et al. The Belle II Physics Book [J/OL]. PTEP, 2019, 2019(12): 123C01. DOI: 10.1093/ptep/ptz106.

- [124] Nakao M, Higuchi T, Itoh R, et al. Data acquisition system for Belle II [J/OL]. JINST, 2010, 5: C12004. DOI: [10.1088/1748-0221/5/12/C12004](https://doi.org/10.1088/1748-0221/5/12/C12004).
- [125] Suzuki S Y, Yamada S, Itoh R, et al. The Three-Level Event Building System for the Belle II Experiment [J/OL]. IEEE Trans. Nucl. Sci., 2015, 62(3): 1162-1168. DOI: [10.1109/TNS.2015.2422376](https://doi.org/10.1109/TNS.2015.2422376).
- [126] Jadach S, Was Z, Decker R, et al. The τ decay library TAUOLA: Version 2.4 [J/OL]. Comput. Phys. Commun., 1993, 76: 361-380. DOI: [10.1016/0010-4655\(93\)90061-G](https://doi.org/10.1016/0010-4655(93)90061-G).
- [127] Lange D J. The EvtGen particle decay simulation package [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2001, 462: 152-155. DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)00089-4](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)00089-4).
- [128] Tsaregorodtsev A, et al. DIRAC: A community grid solution [J/OL]. J. Phys. Conf. Ser., 2008, 119: 062048. DOI: [10.1088/1742-6596/119/6/062048](https://doi.org/10.1088/1742-6596/119/6/062048).
- [129] Bevan A J, et al. The Physics of the B Factories [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2014, 74: 3026. DOI: [10.1140/epjc/s10052-014-3026-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3026-9).
- [130] Needham M. Recent results on hadronic spectroscopy at LHCb [J/OL]. EPJ Web Conf., 2019, 218: 08001. DOI: [10.1051/epjconf/201921808001](https://doi.org/10.1051/epjconf/201921808001).
- [131] Aaij R, et al. Determination of the $X(3872)$ meson quantum numbers [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 222001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.222001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.222001).
- [132] Yuan C Z. Charmonium and charmoniumlike states at the BESIII experiment [J/OL]. Natl. Sci. Rev., 2021, 8(11): nwab182. DOI: [10.1093/nsr/nwab182](https://doi.org/10.1093/nsr/nwab182).
- [133] Deng W J, Liu H, Gui L C, et al. Charmonium spectrum and their electromagnetic transitions with higher multipole contributions [J/OL]. Phys. Rev. D, 2017, 95(3): 034026. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.034026](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.034026).
- [134] Brambilla N, et al. Heavy Quarkonium: Progress, Puzzles, and Opportunities [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2011, 71: 1534. DOI: [10.1140/epjc/s10052-010-1534-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1534-9).
- [135] Brodsky S J, Hwang D S, Lebed R F. Dynamical Picture for the Formation and Decay of the Exotic XYZ Mesons [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113(11): 112001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.113.112001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.112001).
- [136] Chen H X, Chen W, Liu X, et al. The hidden-charm pentaquark and tetraquark states [J/OL]. Phys. Rept., 2016, 639: 1-121. DOI: [10.1016/j.physrep.2016.05.004](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2016.05.004).
- [137] Olsen S L, Skwarnicki T, Zieminska D. Nonstandard heavy mesons and baryons: Experimental evidence [J/OL]. Rev. Mod. Phys., 2018, 90(1): 015003. DOI: [10.1103/RevModPhys.90.015003](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.90.015003).
- [138] Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, et al. Hadronic molecules [J/OL]. Rev. Mod. Phys., 2018, 90(1): 015004. DOI: [10.1103/RevModPhys.90.015004](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.90.015004).
- [139] Brambilla N, Eidelman S, Hanhart C, et al. The XYZ states: experimental and theoretical status and perspectives [J/OL]. Phys. Rept., 2020, 873: 1-154. DOI: [10.1016/j.physrep.2020.05.001](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.05.001).
- [140] Nieves J, Valderrama M P. The Heavy Quark Spin Symmetry Partners of the $X(3872)$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2012, 86: 056004. DOI: [10.1103/PhysRevD.86.056004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.056004).
- [141] Prelovsek S, Collins S, Mohler D, et al. Charmonium-like resonances with $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}$ in coupled $D\bar{D}, D_s\bar{D}_s$ scattering on the lattice [J/OL]. JHEP, 2021, 06: 035. DOI: [10.1007/JHEP06\(2021\)035](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2021)035).
- [142] Colangelo P, De Fazio F, Nicotri S. $X(3872) \rightarrow D\bar{D}\gamma$ decays and the structure of $X(3872)$ [J/OL]. Phys. Lett. B, 2007, 650: 166-171. DOI: [10.1016/j.physletb.2007.05.012](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.05.012).

- [143] Hidalgo-Duque C, Nieves J, Valderrama M P. Light flavor and heavy quark spin symmetry in heavy meson molecules [J/OL]. Phys. Rev. D, 2013, 87(7): 076006. DOI: [10.1103/PhysRevD.87.076006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.076006).
- [144] Gamermann D, Oset E, Strottman D, et al. Dynamically generated open and hidden charm meson systems [J/OL]. Phys. Rev. D, 2007, 76: 074016. DOI: [10.1103/PhysRevD.76.074016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.074016).
- [145] Aubert B, et al. Observation of the $\chi_{c2}(2P)$ Meson in the Reaction $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ at BaBar [J/OL]. Phys. Rev. D, 2010, 81: 092003. DOI: [10.1103/PhysRevD.81.092003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.092003).
- [146] Uehara S, et al. Observation of a $\chi_{c2}(2P)$ candidate in $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ production at BELLE [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 082003. DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.082003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.082003).
- [147] Gamermann D, Oset E. Hidden charm dynamically generated resonances and the $e^+e^- \rightarrow J/\psi D\bar{D}, J/\psi D\bar{D}^*$ reactions [J/OL]. Eur. Phys. J. A, 2008, 36: 189-194. DOI: [10.1140/epja/i2007-10580-5](https://doi.org/10.1140/epja/i2007-10580-5).
- [148] Wang E, Liang W H, Oset E. Analysis of the $e^+e^- \rightarrow J/\psi D\bar{D}$ reaction close to the threshold concerning claims of a $\chi_{c0}(2P)$ state [J/OL]. Eur. Phys. J. A, 2021, 57: 38. DOI: [10.1140/epja/s10050-021-00351-9](https://doi.org/10.1140/epja/s10050-021-00351-9).
- [149] Pakhlov P, et al. Production of New Charmoniumlike States in $e^+e^- \rightarrow J/\psi D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ at $\sqrt{s}\sim 10$ GeV [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 202001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.100.202001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.202001).
- [150] Wang E, Li H S, Liang W H, et al. Analysis of the $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$ reaction and the $D\bar{D}$ bound state [J/OL]. Phys. Rev. D, 2021, 103(5): 054008. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.054008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.054008).
- [151] Xiao C W, Oset E. Three methods to detect the predicted $D\bar{D}$ scalar meson X(3700) [J/OL]. Eur. Phys. J. A, 2013, 49: 52. DOI: [10.1140/epja/i2013-13052-5](https://doi.org/10.1140/epja/i2013-13052-5).
- [152] Dai L, Toledo G, Oset E. Searching for a $D\bar{D}$ bound state with the $\psi(3770) \rightarrow \gamma D^0 \bar{D}^0$ decay [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2020, 80(6): 510. DOI: [10.1140/epjc/s10052-020-8058-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8058-8).
- [153] Dai L R, Xie J J, Oset E. $B^0 \rightarrow D^0 \bar{D}^0 K^0$, $B^+ \rightarrow D^0 \bar{D}^0 K^+$, and the scalar $D\bar{D}$ bound state [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2016, 76(3): 121. DOI: [10.1140/epjc/s10052-016-3946-7](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-3946-7).
- [154] Gamermann D, Oset E, Zou B S. The Radiative decay of $\psi(3770)$ into the predicted scalar state X(3700) [J/OL]. Eur. Phys. J. A, 2009, 41: 85-91. DOI: [10.1140/epja/i2009-10767-8](https://doi.org/10.1140/epja/i2009-10767-8).
- [155] Tornqvist N A. Isospin breaking of the narrow charmonium state of Belle at 3872 MeV as a deuson [J/OL]. Phys. Lett. B, 2004, 590: 209-215. DOI: [10.1016/j.physletb.2004.03.077](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.03.077).
- [156] Ablikim M. Measurement of the integrated luminosities of the data taken by BESIII at $\sqrt{s} = 3.650$ and 3.773 GeV [J/OL]. Chin. Phys. C, 2013, 37: 123001. DOI: [10.1088/1674-1137/37/12/123001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/37/12/123001).
- [157] Ablikim M, et al. Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section between 600 and 900 MeV using initial state radiation [J/OL]. Phys. Lett. B, 2016, 753: 629-638. DOI: [10.1016/j.physletb.2015.11.043](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.11.043).
- [158] Richter-Was E. QED bremsstrahlung in semileptonic B and leptonic τ decays [J/OL]. Phys. Lett. B, 1993, 303: 163-169. DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)90062-M](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)90062-M).
- [159] Chen J C, Huang G S, Qi X R, et al. Event generator for J/ψ and $\psi(2S)$ decay [J/OL]. Phys. Rev. D, 2000, 62: 034003. DOI: [10.1103/PhysRevD.62.034003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.034003).
- [160] Yang R L, Ping R G, Chen H. Tuning and Validation of the Lundcharm Model with J/ψ Decays [J/OL]. Chin. Phys. Lett., 2014, 31: 061301. DOI: [10.1088/0256-307X/31/6/061301](https://doi.org/10.1088/0256-307X/31/6/061301).
- [161] Sjöstrand T, Ask S, Christiansen J R, et al. An introduction to PYTHIA 8.2 [J/OL]. Comput. Phys. Commun., 2015, 191: 159-177. DOI: [10.1016/j.cpc.2015.01.024](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.01.024).
- [162] Ablikim M, et al. Observation of $e^+e^- \rightarrow \gamma X(3872)$ at BESIII [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2014, 112(9): 092001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.092001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.092001).

- [163] Ablikim M, et al. Observation of $\psi(3686) \rightarrow e^+e^- \chi_{cJ}$ and $\chi_{cJ} \rightarrow e^+e^- J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 118(22): 221802. DOI: [10.1103/PhysRevLett.118.221802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.221802).
- [164] Besiii charm group webpage [EB/OL]. https://docbes3.ihep.ac.cn/~charmgroup/index.php/MC_Samples,.
- [165] Ablikim M, et al. Study of the resonance structures in the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2022, 106(7): 072001. DOI: [10.1103/PhysRevD.106.072001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.072001).
- [166] Ablikim M, et al. Observation of an Isoscalar Resonance with Exotic $J^{PC} = 1^{-+}$ Quantum Numbers in $J/\psi \rightarrow \gamma \eta \eta'$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2022, 129(19): 192002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.129.192002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.129.192002).
- [167] Ablikim M, et al. Precision measurements of $B(\psi(3686) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)$ and $B(J/\psi \rightarrow l^+l^-)$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2013, 88(3): 032007. DOI: [10.1103/PhysRevD.88.032007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.032007).
- [168] Ablikim M, et al. Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ at $\sqrt{s}=4.26$ GeV [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110: 252001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.252001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.252001).
- [169] Ablikim M, et al. Measurements of the observed cross sections for $e^+e^- \rightarrow$ light hadrons at $\sqrt{s} = 3.773$ GeV and 3.650 GeV [J/OL]. Phys. Lett. B, 2007, 650: 111-118. DOI: [10.1016/j.physletb.2007.05.011](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.05.011).
- [170] Ablikim M, et al. Measurements of the branching fractions for $\psi(3770) \rightarrow D^0 \bar{D}^0, D^+ D^-, D \bar{D}$ and the resonance parameters of $\psi(3770)$ and $\psi(2S)$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 97: 121801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.97.121801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.121801).
- [171] Ablikim M, et al. Precision measurements of the mass, the widths of $\psi(3770)$ resonance and the cross section $\sigma(e^+e^- \rightarrow \psi(3770))$ at $E_{\text{cm}} = 3.7724$ GeV [J/OL]. Phys. Lett. B, 2007, 652: 238-244. DOI: [10.1016/j.physletb.2007.06.074](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.06.074).
- [172] Ablikim M, et al. Measurement of the proton form factor by studying $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2015, 91(11): 112004. DOI: [10.1103/PhysRevD.91.112004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.112004).
- [173] Ablikim M, et al. Observation of $D_s^+ \rightarrow p\bar{n}$ and confirmation of its large branching fraction [J/OL]. Phys. Rev. D, 2019, 99(3): 031101. DOI: [10.1103/PhysRevD.99.031101](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.031101).
- [174] Ablikim M, et al. Measurement of the Matrix Element for the Decay $\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 012003. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.012003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.012003).
- [175] Ablikim M, et al. First Observation of the Decays $\chi_{cJ} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2011, 83: 012006. DOI: [10.1103/PhysRevD.83.012006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.012006).
- [176] Ablikim M, et al. Search for hadronic transition $\chi_{cJ} \rightarrow \eta_c \pi^+ \pi^-$ and observation of $\chi_{cJ} \rightarrow K \bar{K} \pi \pi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2013, 87(1): 012002. DOI: [10.1103/PhysRevD.87.012002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.012002).
- [177] Zhu Y S. Bayesian credible interval construction for Poisson statistics [J/OL]. Chin. Phys. C, 2008, 32: 363. DOI: [10.1088/1674-1137/32/5/007](https://doi.org/10.1088/1674-1137/32/5/007).
- [178] Ablikim M, et al. Search for the production of deuterons and antideuterons in e^+e^- annihilation at center-of-mass energies between 4.13 and 4.70 GeV [J/OL]. Phys. Rev. D, 2024, 109(9): 092013. DOI: [10.1103/PhysRevD.109.092013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.092013).
- [179] Davier M. Low-Energy e^+e^- Hadronic Annihilation Cross Sections [J/OL]. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 2013, 63: 407-434. DOI: [10.1146/annurev-nucl-102212-170554](https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102212-170554).
- [180] Nambu Y, Jona-Lasinio G. Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. 1. [J/OL]. Phys. Rev., 1961, 122: 345-358. DOI: [10.1103/PhysRev.122.345](https://doi.org/10.1103/PhysRev.122.345).
- [181] Volkov M K. Low-energy Meson Physics in the Quark Model of Superconductivity Type. (In Russian) [J]. Sov. J. Part. Nucl., 1986, 17: 186.

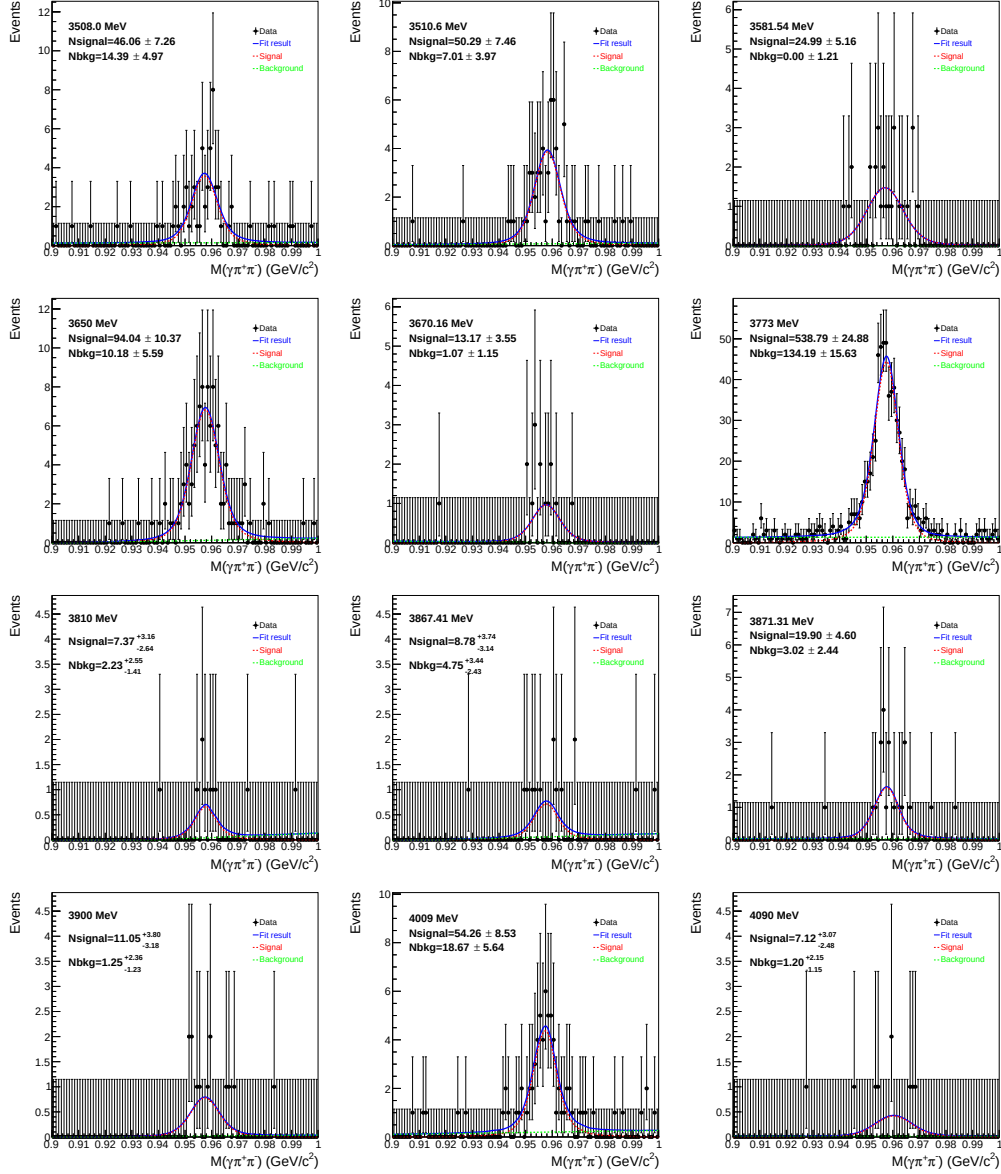
- [182] Volkov M K, Radzhabov A E. The Nambu-Jona-Lasinio model and its development [J/OL]. Phys. Usp., 2006, 49: 551-561. DOI: [10.1070/PU2006v049n06ABEH005905](https://doi.org/10.1070/PU2006v049n06ABEH005905).
- [183] Prades J. Massive spin 1 field chiral Lagrangian from an extended Nambu-Jona-Lasinio model of QCD [J/OL]. Z. Phys. C, 1994, 63: 491-506. DOI: [10.1007/BF01580330](https://doi.org/10.1007/BF01580330).
- [184] Aubert B, et al. The $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\pi^0, 2(\pi^+\pi^-)\eta, K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$ and $K^+K^-\pi^+\pi^-\eta$ Cross Sections Measured with Initial-State Radiation [J/OL]. Phys. Rev. D, 2007, 76: 092005. DOI: [10.1103/PhysRevD.76.092005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.092005).
- [185] Bystritskiy Y M, Kuraev E A, Secansky M, et al. Radiative decays of pseudoscalar (P) and vector (V) mesons and the processes $e^+e^- \rightarrow \eta\rho(\omega)$ and $e^+e^- \rightarrow \phi\eta(\eta')$ [J/OL]. Int. J. Mod. Phys. A, 2009, 24: 2629-2638. DOI: [10.1142/S0217751X09044632](https://doi.org/10.1142/S0217751X09044632).
- [186] Rapidis P A, et al. Observation of a Resonance in e^+e^- Annihilation Just Above Charm Threshold [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1977, 39: 526. DOI: [10.1103/PhysRevLett.39.526](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.39.526).
- [187] Eichten E, Gottfried K, Kinoshita T, et al. The Spectrum of Charmonium [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34: 369-372. DOI: [10.1103/PhysRevLett.34.369](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.369).
- [188] Eichten E, Gottfried K, Kinoshita T, et al. Charmonium: Comparison with Experiment [J/OL]. Phys. Rev. D, 1980, 21: 203. DOI: [10.1103/PhysRevD.21.203](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.21.203).
- [189] Ablikim M, et al. Measurements of the cross sections for $e^+e^- \rightarrow$ hadrons at 3.650 GeV, 3.6648 GeV, 3.773 GeV and the branching fraction for $\psi(3770) \rightarrow \text{non} - D\bar{D}$ [J/OL]. Phys. Lett. B, 2006, 641: 145-155. DOI: [10.1016/j.physletb.2006.08.049](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.08.049).
- [190] Ablikim M, et al. Direct measurements of the non - $D\bar{D}$ cross section $\sigma_{\psi(3770) \rightarrow \text{non}-D\bar{D}}$ at $E_{\text{cm}} = 3.773$ GeV and the branching fraction for $\psi(3770) \rightarrow \text{non} - D\bar{D}$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2007, 76: 122002. DOI: [10.1103/PhysRevD.76.122002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.122002).
- [191] Ablikim M, et al. Direct measurements of the cross sections for $e^+e^- \rightarrow$ hadrons(non - $D\bar{D}$) in the range from 3.65 GeV to 3.87 GeV and the branching fraction for $\psi(3770) \rightarrow \text{non} - D\bar{D}$ [J/OL]. Phys. Lett. B, 2008, 659: 74-79. DOI: [10.1016/j.physletb.2007.11.078](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.11.078).
- [192] Besson D, et al. Measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow \text{hadrons})$ at $E_{\text{cm}} = 3773$ MeV [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 092002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.092002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.092002).
- [193] Adams G S, et al. Decay of the $\psi(3770)$ to light hadrons [J/OL]. Phys. Rev. D, 2006, 73: 012002. DOI: [10.1103/PhysRevD.73.012002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.012002).
- [194] Huang G S, et al. Search for exclusive multi-body non - $D\bar{D}$ decays at the $\psi(3770)$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 032003. DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.032003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.032003).
- [195] Bai J Z, et al. Evidence of $\psi(3770)$ non - $D\bar{D}$ decay to $J/\psi\pi^+\pi^-$ [J/OL]. Phys. Lett. B, 2005, 605: 63-71. DOI: [10.1016/j.physletb.2004.11.029](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.11.029).
- [196] Adam N E, et al. Observation of $\psi(3770) \rightarrow \pi\pi J/\psi$ and measurement of $\Gamma(ee)[\psi(2S)]$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 082004. DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.082004](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.082004).
- [197] Briere R A, et al. Observation of $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{c0}$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2006, 74: 031106. DOI: [10.1103/PhysRevD.74.031106](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.031106).
- [198] Coan T E, et al. First observation of $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_{c1} \rightarrow \gamma\gamma J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 182002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.182002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.182002).
- [199] Ablikim M, et al. Direct Measurement of the Branching Fractions $\mathcal{B}(\psi(3686) \rightarrow J/\psi X)$, and $\mathcal{B}(\psi(3770) \rightarrow J/\psi X)$ Observation of the State $\mathcal{R}(3760)$ in $e^+e^- \rightarrow J/\psi X$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2021, 127(8): 082002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.127.082002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.082002).
- [200] Ablikim M, et al. Observation of significant flavor-SU(3) breaking in the kaon wave function at $12 \text{ GeV}^2 < Q^2 < 25 \text{ GeV}^2$ and discovery of the charmless decay $\psi(3770) \rightarrow K_S^0 K_L^0$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2024, 132(13): 131901. DOI: [10.1103/PhysRevLett.132.131901](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.132.131901).

- [201] Kuang Y P, Yan T M. Hadronic Transitions of D Wave Quarkonium and $\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi \pi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 1990, 41: 155. DOI: [10.1103/PhysRevD.41.155](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.155).
- [202] Appelquist T, Politzer H D. Orthocharmonium and e^+e^- Annihilation [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34: 43. DOI: [10.1103/PhysRevLett.34.43](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.43).
- [203] De Rujula A, Glashow S L. Is Bound Charm Found? [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1975, 34: 46-49. DOI: [10.1103/PhysRevLett.34.46](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.46).
- [204] Wang P, Yuan C Z, Mo X H. Measuring $\psi(3770) \rightarrow \rho \pi$ in e^+e^- experiment [J/OL]. Phys. Lett. B, 2003, 574: 41-46. DOI: [10.1016/j.physletb.2003.08.068](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.08.068).
- [205] Wang P, Mo X H, Yuan C Z. Measuring $\psi(3770) \rightarrow K_S^0 K_L^0$ as a test of the S - and D -wave mixing of charmonia [J/OL]. Phys. Rev. D, 2004, 70: 077505. DOI: [10.1103/PhysRevD.70.077505](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.077505).
- [206] Hanhart C, Kürten S, Reboud M, et al. Analysis of the $\psi(3770)$ resonance in line with unitarity and analyticity constraints [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2024, 84(5): 483. DOI: [10.1140/epjc/s10052-024-12785-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-024-12785-8).
- [207] Zhang Y J, Li G, Zhao Q. Towards a dynamical understanding of the non- $D\bar{D}$ decay of $\psi(3770)$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2009, 102: 172001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.172001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.172001).
- [208] Ablikim M, et al. Measurement of the center-of-mass energies at BESIII via the di-muon process [J/OL]. Chin. Phys. C, 2016, 40(6): 063001. DOI: [10.1088/1674-1137/40/6/063001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/6/063001).
- [209] Ablikim M, et al. Precision measurement of the integrated luminosity of the data taken by BESIII at center of mass energies between 3.810 GeV and 4.600 GeV [J/OL]. Chin. Phys. C, 2015, 39(9): 093001. DOI: [10.1088/1674-1137/39/9/093001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/39/9/093001).
- [210] Ablikim M, et al. Luminosities and energies of e^+e^- collision data taken between 4.61 GeV and 4.95 GeV at BESIII [J/OL]. Chin. Phys. C, 2022, 46(11): 113003. DOI: [10.1088/1674-1137/ac84cc](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ac84cc).
- [211] Ablikim M, et al. Measurement of integrated luminosities at BESIII for data samples at center-of-mass energies between 4.0 and 4.6 GeV [J/OL]. Chin. Phys. C, 2022, 46(11): 113002. DOI: [10.1088/1674-1137/ac80b4](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ac80b4).
- [212] Qin N, Zhang Z Y, Fang S S, et al. Event generators for η/η' decays at BESIII [J/OL]. Chin. Phys. C, 2018, 42(1): 013001. DOI: [10.1088/1674-1137/42/1/013001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/42/1/013001).
- [213] Ablikim M, et al. Measurement of $e^+e^- \rightarrow \phi \eta'$ cross sections at center-of-mass energies between 3.508 and 4.600 GeV [J/OL]. Phys. Rev. D, 2023, 107(7): 072003. DOI: [10.1103/PhysRevD.107.072003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.072003).
- [214] Ablikim M, et al. Observation of χ_{c1} decays into vector meson pairs $\phi\phi$, $\omega\omega$, and $\omega\phi$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2011, 107: 092001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.107.092001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.092001).
- [215] Ablikim M, et al. Confirmation of the $X(1835)$ and observation of the resonances $X(2120)$ and $X(2370)$ in $J/\psi \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^- \eta'$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2011, 106: 072002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.072002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.072002).
- [216] Jacoboni C. W. T. Eadie, D. Dryard, F. E. James, M. Roos e B. Sadoulet — Statistical methods in experimental physics [J/OL]. Nuovo Cimento A Serie, 1977, 40(2): 235-235. DOI: [10.1007/BF02776791](https://doi.org/10.1007/BF02776791).
- [217] Kuraev E A, Fadin V S. On Radiative Corrections to e^+e^- Single Photon Annihilation at High-Energy [J]. Sov. J. Nucl. Phys., 1985, 41: 466-472.
- [218] Actis S, et al. Quest for precision in hadronic cross sections at low energy: Monte Carlo

- tools vs. experimental data [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2010, 66: 585-686. DOI: [10.1140/epjc/s10052-010-1251-4](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1251-4).
- [219] Ablikim M, et al. Determination of the $\psi(3770)$, $\psi(4040)$, $\psi(4160)$ and $\psi(4415)$ resonance parameters [J/OL]. eConf, 2007, C070805: 02. DOI: [10.1016/j.physletb.2007.11.100](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.11.100).
- [220] Sun W, Liu T, Jing M, et al. An iterative weighting method to apply ISR correction to e^+e^- hadronic cross-section measurements [J/OL]. Front. Phys. (Beijing), 2021, 16(6): 64501. DOI: [10.1007/s11467-021-1085-6](https://doi.org/10.1007/s11467-021-1085-6).
- [221] Zhu K, Mo X H, Yuan C Z, et al. A mathematical review on the multiple-solution problem [J/OL]. Int. J. Mod. Phys. A, 2011, 26: 4511-4520. DOI: [10.1142/S0217751X11054589](https://doi.org/10.1142/S0217751X11054589).
- [222] Ablikim M, et al. Measurement of the cross section for $e^+e^- \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$ and evidence of the decay $\psi(3770) \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2021, 104(9): L091104. DOI: [10.1103/PhysRevD.104.L091104](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.L091104).
- [223] Ablikim M, et al. Cross section measurements of the processes $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ and $\omega\eta$ at center-of-mass energies between 3.773 and 4.701 GeV [J/OL]. JHEP, 2022, 07: 064. DOI: [10.1007/JHEP07\(2022\)064](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2022)064).
- [224] Ablikim M, et al. Evidence for ψ' decays into $\gamma\pi^0$ and $\gamma\eta$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2010, 105: 261801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.105.261801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.261801).
- [225] Bona M, et al. Model-independent constraints on $\Delta F = 2$ operators and the scale of new physics [J/OL]. JHEP, 2008, 03: 049. DOI: [10.1088/1126-6708/2008/03/049](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2008/03/049).
- [226] Tanimoto M, Yamamoto K. Probing the high scale SUSY in CP violations of K , B^0 and B_s mesons [J/OL]. Phys. Lett. B, 2014, 735: 426-437. DOI: [10.1016/j.physletb.2014.06.067](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.06.067).
- [227] Charles J, Descotes-Genon S, Ligeti Z, et al. New physics in B meson mixing: future sensitivity and limitations [J/OL]. Phys. Rev. D, 2020, 102(5): 056023. DOI: [10.1103/PhysRevD.102.056023](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.056023).
- [228] Aaij R, et al. Simultaneous determination of CKM angle γ and charm mixing parameters [J/OL]. JHEP, 2021, 12: 141. DOI: [10.1007/JHEP12\(2021\)141](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2021)141).
- [229] Gaillard M K, Lee B W. $\Delta I = 1/2$ Rule for Nonleptonic Decays in Asymptotically Free Field Theories [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1974, 33: 108. DOI: [10.1103/PhysRevLett.33.108](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.33.108).
- [230] Altarelli G, Maiani L. Octet Enhancement of Nonleptonic Weak Interactions in Asymptotically Free Gauge Theories [J/OL]. Phys. Lett. B, 1974, 52: 351-354. DOI: [10.1016/0370-2693\(74\)90060-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(74)90060-4).
- [231] Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. Light Quarks and the Origin of the Delta I = 1/2 Rule in the Nonleptonic Decays of Strange Particles [J/OL]. Nucl. Phys. B, 1977, 120: 316-324. DOI: [10.1016/0550-3213\(77\)90046-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(77)90046-3).
- [232] Adachi I, et al. Measurement of the CP violation parameters in $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ decays [J/OL]. Phys. Rev. D, 2013, 88(9): 092003. DOI: [10.1103/PhysRevD.88.092003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.092003).
- [233] Lees J P, et al. Measurement of CP Asymmetries and Branching Fractions in Charmless Two-Body B -Meson Decays to Pions and Kaons [J/OL]. Phys. Rev. D, 2013, 87(5): 052009. DOI: [10.1103/PhysRevD.87.052009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.052009).
- [234] Vanhoefer P, et al. Study of $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ decays and implications for the CKM angle ϕ_2 [J/OL]. Phys. Rev. D, 2016, 93(3): 032010. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.032010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.032010).
- [235] Aubert B, et al. A Study of $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ Decays and Constraints on the CKM Angle α [J/OL]. Phys. Rev. D, 2007, 76: 052007. DOI: [10.1103/PhysRevD.76.052007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.052007).
- [236] Zhang J, et al. Observation of $B^+ \rightarrow \rho^+\rho^0$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2003, 91: 221801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.221801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.221801).

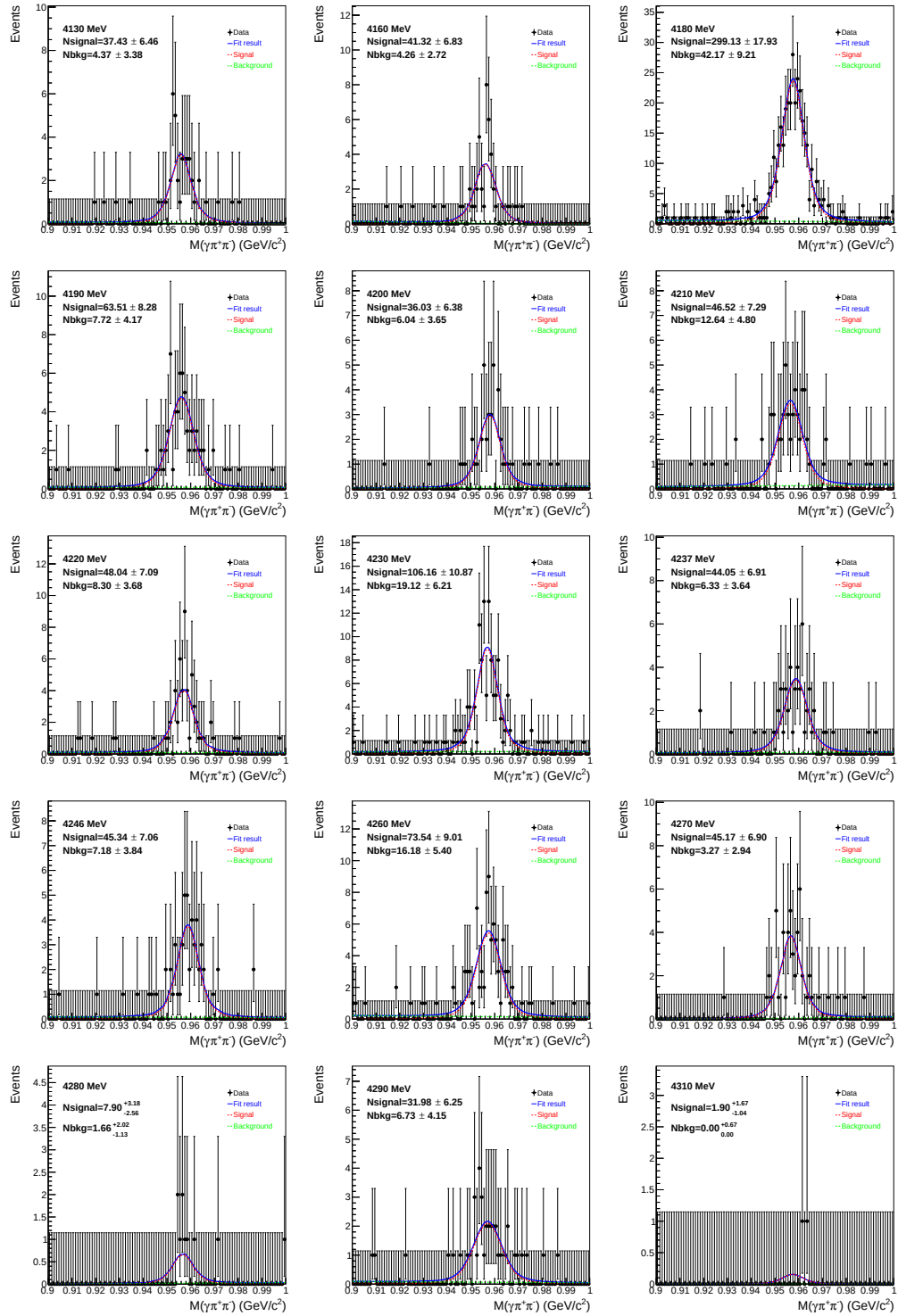
- [237] Aubert B, et al. Measurement of the Branching Fraction, Polarization, and CP Asymmetries in $B^0 \rightarrow \rho^0 \rho^0$ Decay, and Implications for the CKM Angle α [J/OL]. Phys. Rev. D, 2008, 78: 071104. DOI: [10.1103/PhysRevD.78.071104](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.071104).
- [238] Adachi I, et al. Study of $B^0 \rightarrow \rho^0 \rho^0$ decays, implications for the CKM angle ϕ_2 and search for other B^0 decay modes with a four-pion final state [J/OL]. Phys. Rev. D, 2014, 89(7): 072008. DOI: [10.1103/PhysRevD.89.072008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.072008).
- [239] Aaij R, et al. Observation of the $B^0 \rightarrow \rho^0 \rho^0$ decay from an amplitude analysis of $B^0 \rightarrow (\pi^+ \pi^-)(\pi^+ \pi^-)$ decays [J/OL]. Phys. Lett. B, 2015, 747: 468-478. DOI: [10.1016/j.physletb.2015.06.027](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.06.027).
- [240] Adachi I, et al. Measurement of the integrated luminosity of data samples collected during 2019-2022 by the Belle II experiment [J/OL]. Chin. Phys. C, 2025, 49(1): 013001. DOI: [10.1088/1674-1137/ad806c](https://doi.org/10.1088/1674-1137/ad806c).
- [241] Kakuno H, et al. Neutral B flavor tagging for the measurement of mixing induced CP violation at Belle [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2004, 533: 516-531. DOI: [10.1016/j.nima.2004.06.159](https://doi.org/10.1016/j.nima.2004.06.159).
- [242] Abudinén F, et al. B -flavor tagging at Belle II [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2022, 82(4): 283. DOI: [10.1140/epjc/s10052-022-10180-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10180-9).
- [243] Röhrken M. Time-Dependent CP Violation Measurements in Neutral B Meson to Double-Charm Decays at the Japanese Belle Experiment [D/OL]. KIT, Karlsruhe, Dept. Phys., 2012. DOI: [10.5445/IR/1000028856](https://doi.org/10.5445/IR/1000028856).
- [244] Adachi I, et al. Measurement of the branching fraction, polarization, and time-dependent CP asymmetry in $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ decays and constraint on the CKM angle ϕ_2 [J]. 2024.
- [245] Efron B. Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife [J/OL]. Annals Statist., 1979, 7 (1): 1-26. DOI: [10.1214/aos/1176344552](https://doi.org/10.1214/aos/1176344552).
- [246] Abudinén F, et al. Measurement of the B^0 lifetime and flavor-oscillation frequency using hadronic decays reconstructed in 2019–2021 Belle II data [J/OL]. Phys. Rev. D, 2023, 107 (9): L091102. DOI: [10.1103/PhysRevD.107.L091102](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.L091102).
- [247] Adachi I, et al. New graph-neural-network flavor tagger for Belle II and measurement of $\sin 2\phi_1$ in $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ decays [J/OL]. Phys. Rev. D, 2024, 110(1): 012001. DOI: [10.1103/PhysRevD.110.012001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.012001).
- [248] Pivk M, Le Diberder F R. SPlot: A Statistical tool to unfold data distributions [J/OL]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2005, 555: 356-369. DOI: [10.1016/j.nima.2005.08.106](https://doi.org/10.1016/j.nima.2005.08.106).
- [249] Eadie W, Drijard D, James F, et al. Statistical methods in experimental physics [J/OL]. Journal of the American Statistical Association, 2013. DOI: [10.2307/2284113](https://doi.org/10.2307/2284113).
- [250] Langenbruch C. Parameter uncertainties in weighted unbinned maximum likelihood fits [J/OL]. Eur. Phys. J. C, 2022, 82(5): 393. DOI: [10.1140/epjc/s10052-022-10254-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10254-8).
- [251] Adachi I, et al. Measurement of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ cross section in the energy range 0.62–3.50 GeV at Belle II [J/OL]. Phys. Rev. D, 2024, 110(11): 112005. DOI: [10.1103/PhysRevD.110.112005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.112005).
- [252] Li Q M, Yuan C Z, Pitzl D. Study of π^0 reconstruction efficiency in $\tau \rightarrow h \pi^0 \nu$ [J]. B2NOTE, 2024.
- [253] Gounaris G J, Sakurai J J. Finite width corrections to the vector meson dominance prediction for $\rho \rightarrow e^+ e^-$ [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 1968, 21: 244-247. DOI: [10.1103/PhysRevLett.21.244](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.21.244).

- [254] Suprun D A, Chiang C W, Rosner J L. Extraction of a weak phase from $B \rightarrow D^{(*)}\pi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2002, 65: 054025. DOI: [10.1103/PhysRevD.65.054025](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.054025).
- [255] Adachi I, et al. Precise measurement of the CP violation parameter $\sin 2\phi_1$ in $B^0 \rightarrow (c\bar{c})K^0$ decays [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 171802. DOI: [10.1103/PhysRevLett.108.171802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.171802).
- [256] Achasov M, et al. STCF conceptual design report (Volume 1): Physics & detector [J/OL]. Front. Phys. (Beijing), 2024, 19(1): 14701. DOI: [10.1007/s11467-023-1333-z](https://doi.org/10.1007/s11467-023-1333-z).
- [257] Ablikim M, et al. Observation of $\psi(3770) \rightarrow \eta J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2023, 107(9): L091101. DOI: [10.1103/PhysRevD.107.L091101](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.L091101).
- [258] Wang B Q, Mo X H, Yuan C Z, et al. Data taking strategy for the phase study in $\psi' \rightarrow K^+K^-$ [J/OL]. Int. J. Mod. Phys. A, 2012, 27: 1250150. DOI: [10.1142/S0217751X12501503](https://doi.org/10.1142/S0217751X12501503).
- [259] Li J X, Hou X T, Ma J L, et al. Data taking strategy for $\psi(3770)$ and $\Upsilon(4S)$ branching fraction measurements at e^+e^- colliders [J/OL]. Chin. Phys. C, 2025, 49(5): 053002. DOI: [10.1088/1674-1137/adb2f9](https://doi.org/10.1088/1674-1137/adb2f9).

附录一 $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $M(\gamma\pi^+\pi^-)$ 和 $M(\eta\pi^+\pi^-)$ 的拟合结果

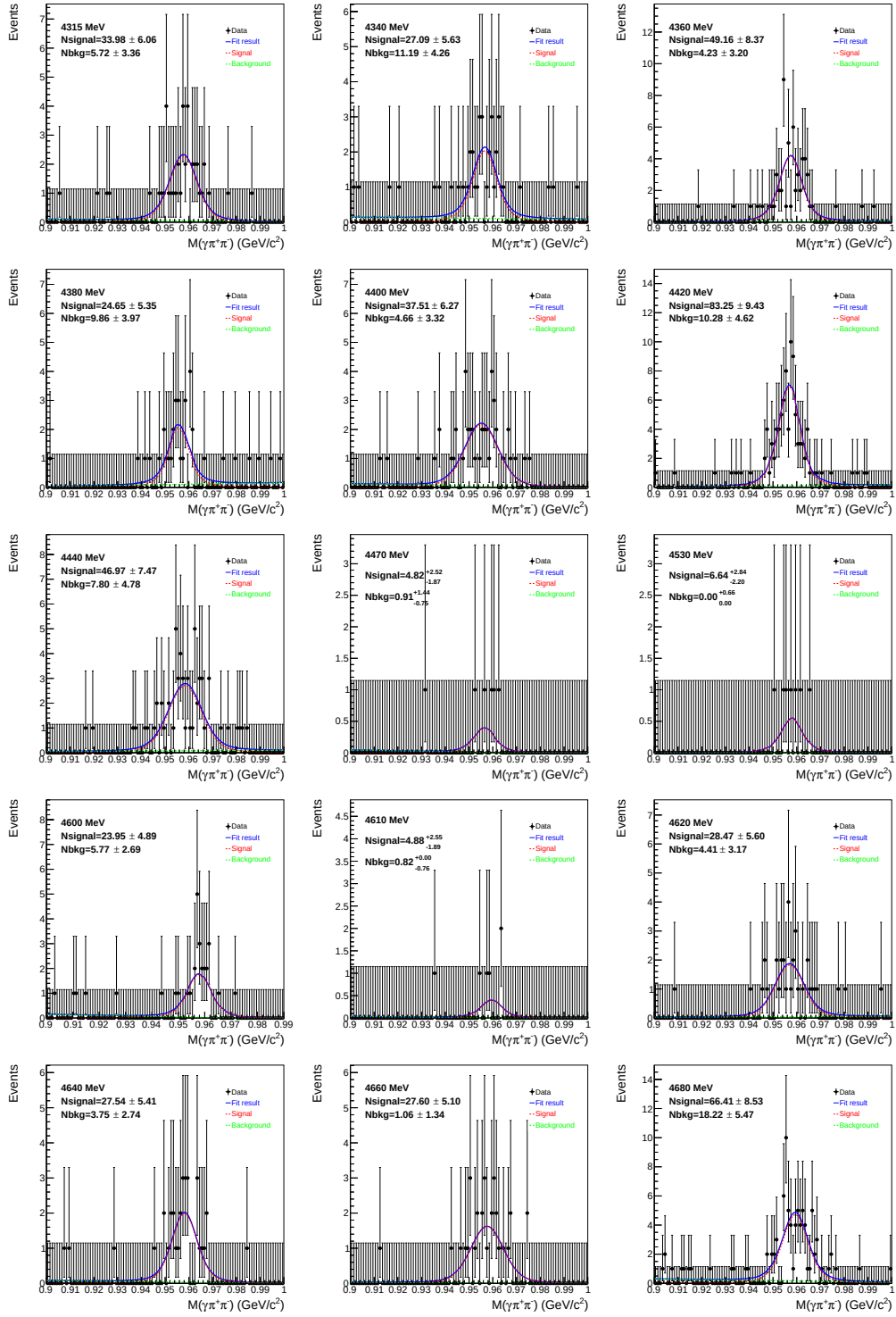
附图 1-1 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-1 Fitting results of invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



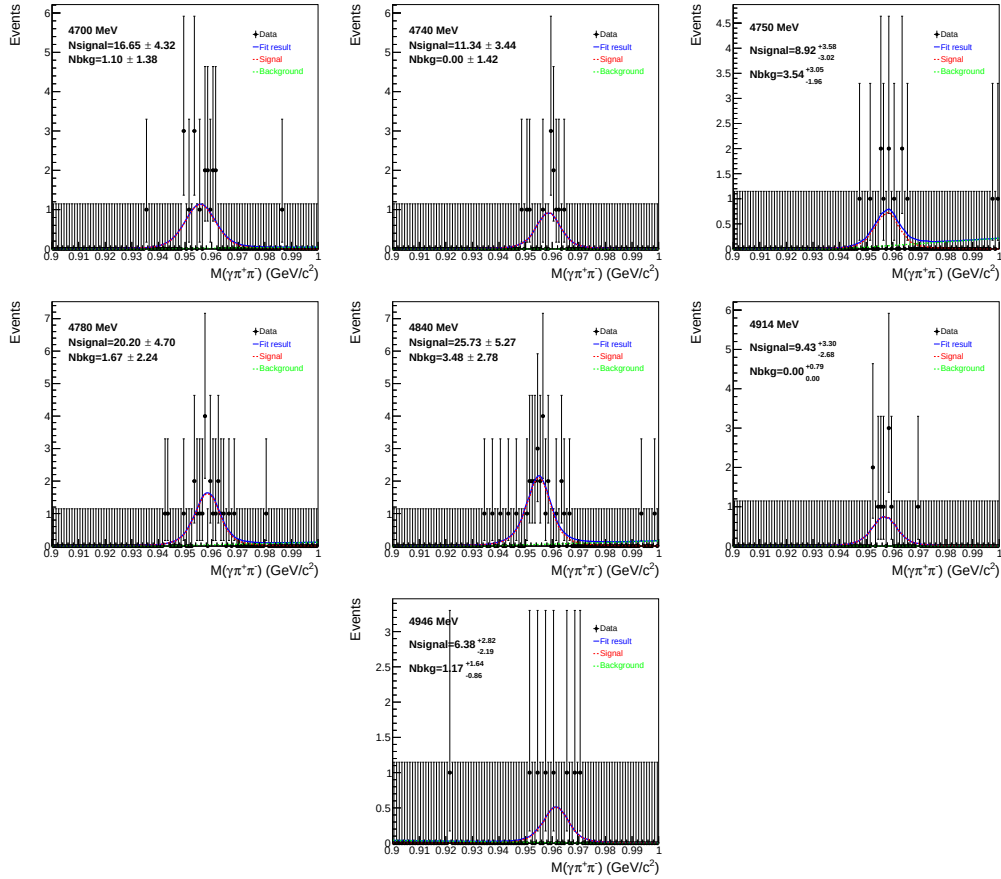
附图 1-2 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-2 Fitting results of invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



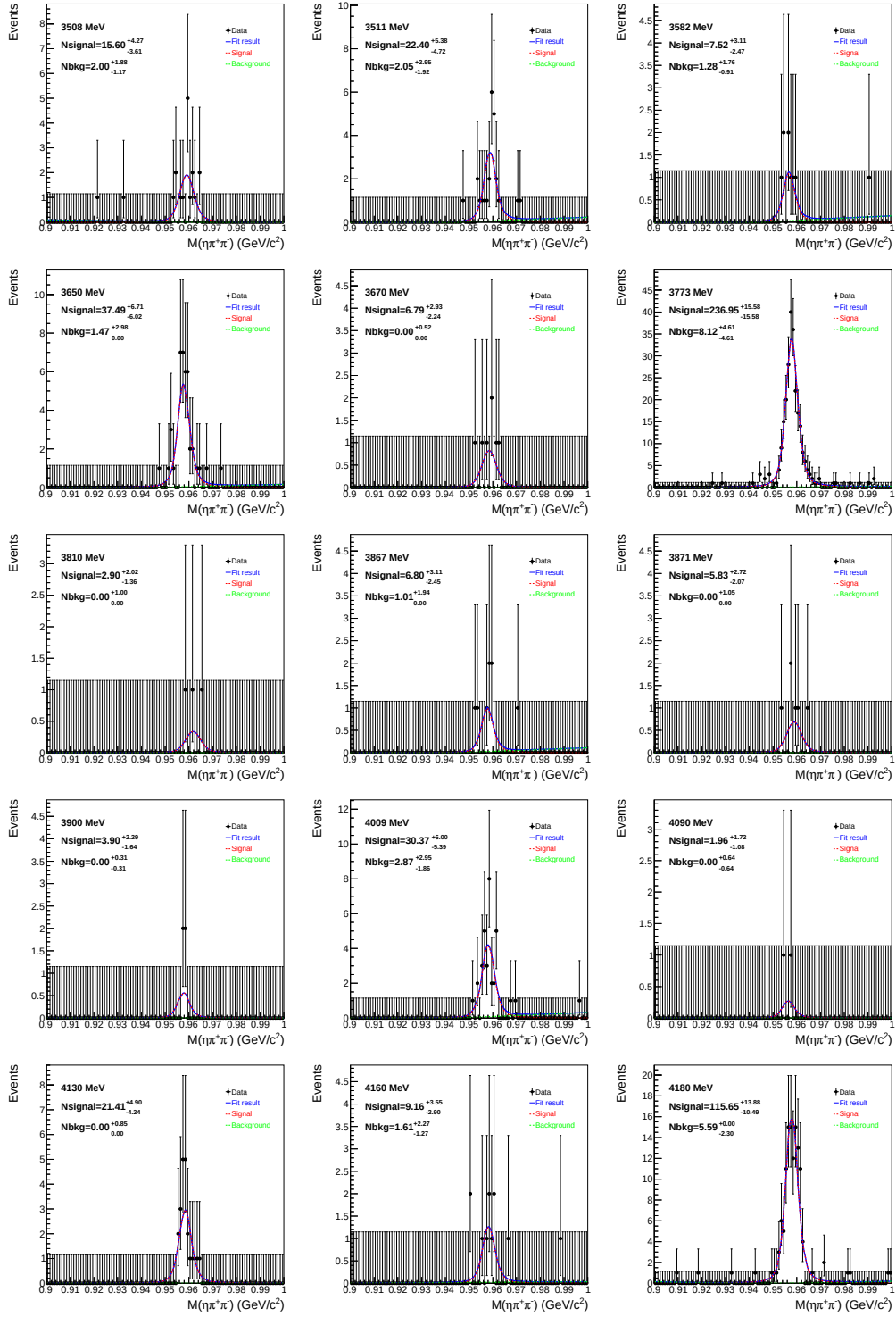
附图 1-3 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-3 Fitting results of invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



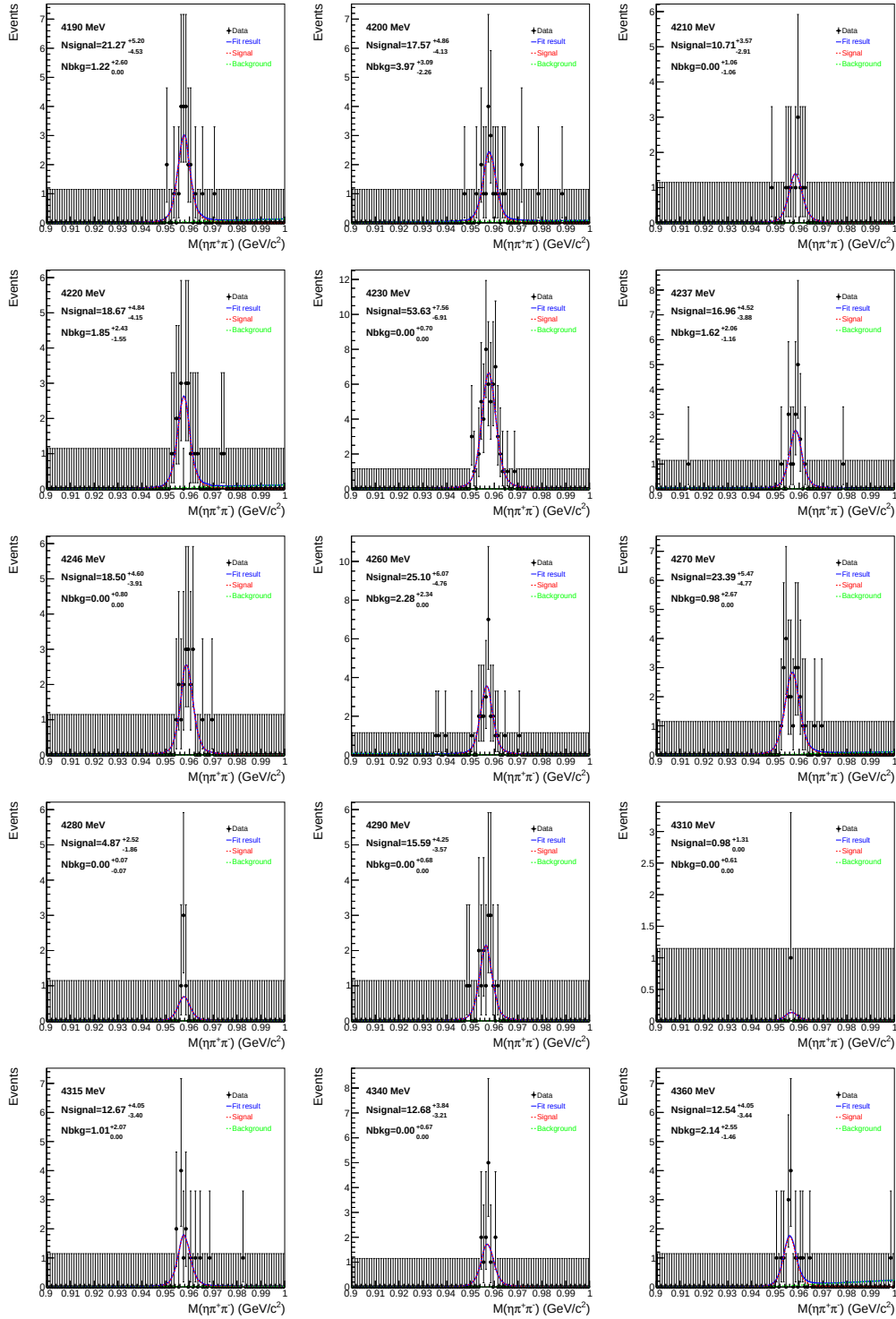
附图 1-4 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\gamma\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-4 Fitting results of invariant mass distribution of $\gamma\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



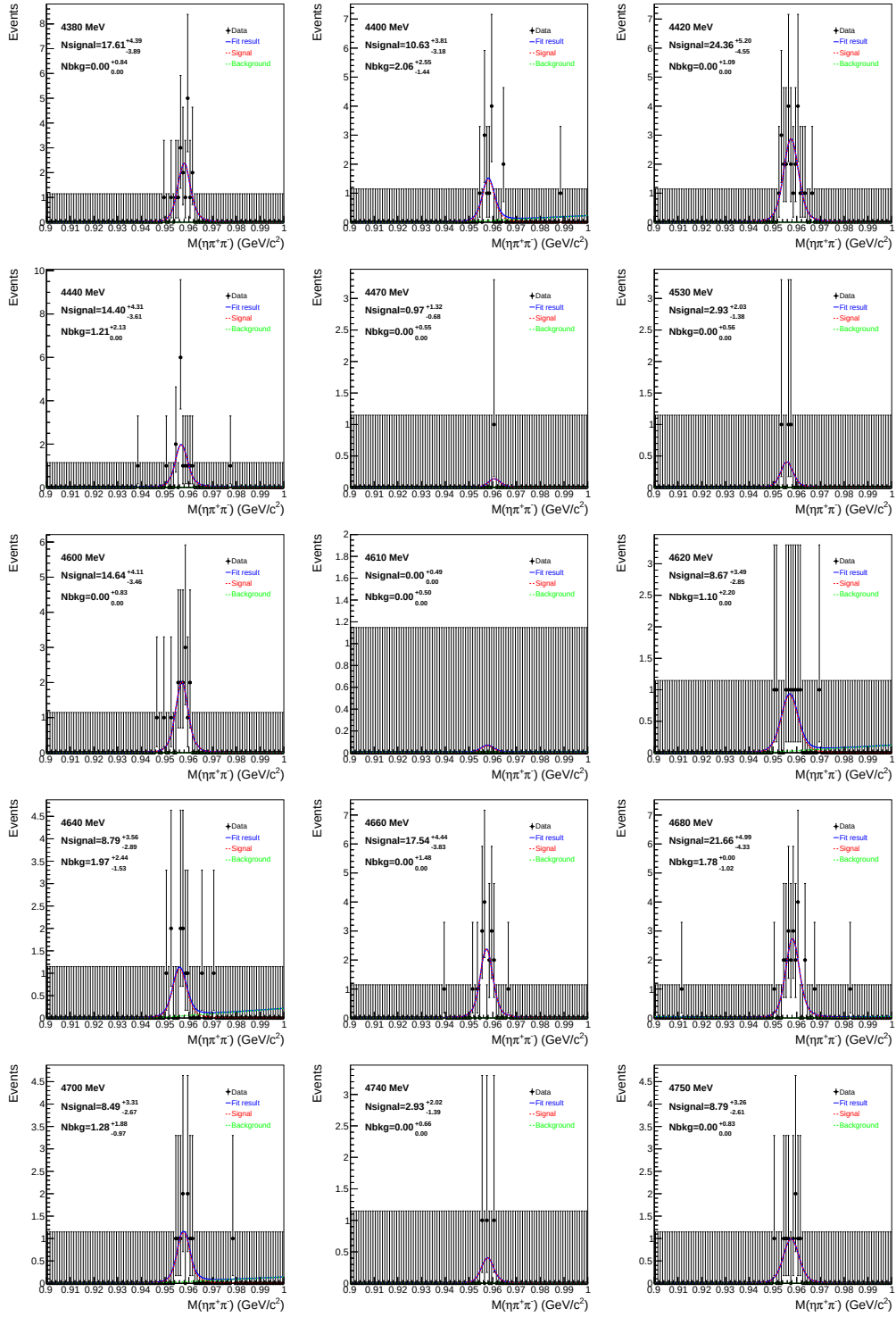
附图 1-5 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-5 Fitting results of invariant mass distribution of $\eta\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



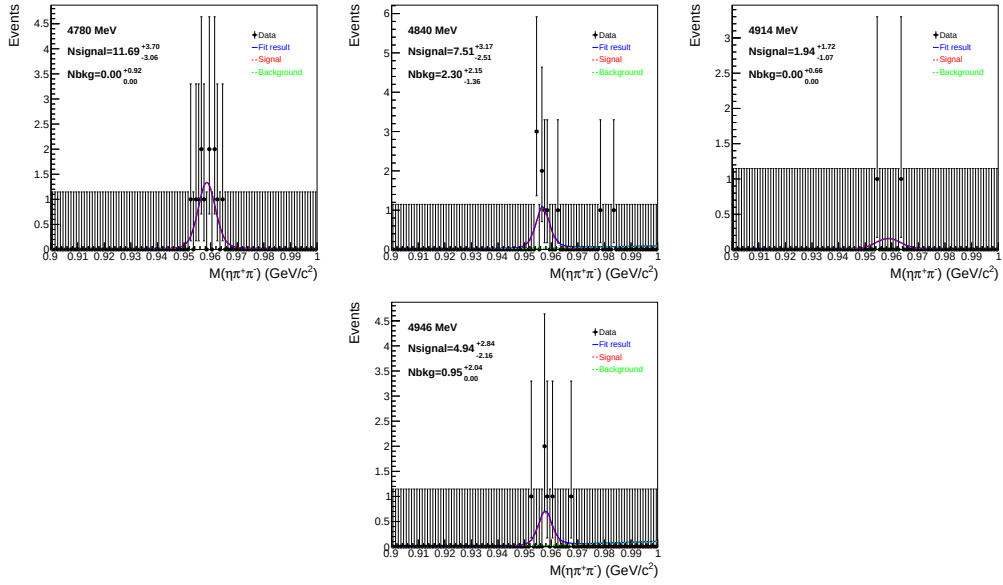
附图 1-6 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-6 Fitting results of invariant mass distribution of $\eta\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.



附图 1-7 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-7 Fitting results of invariant mass distribution of $\eta\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.

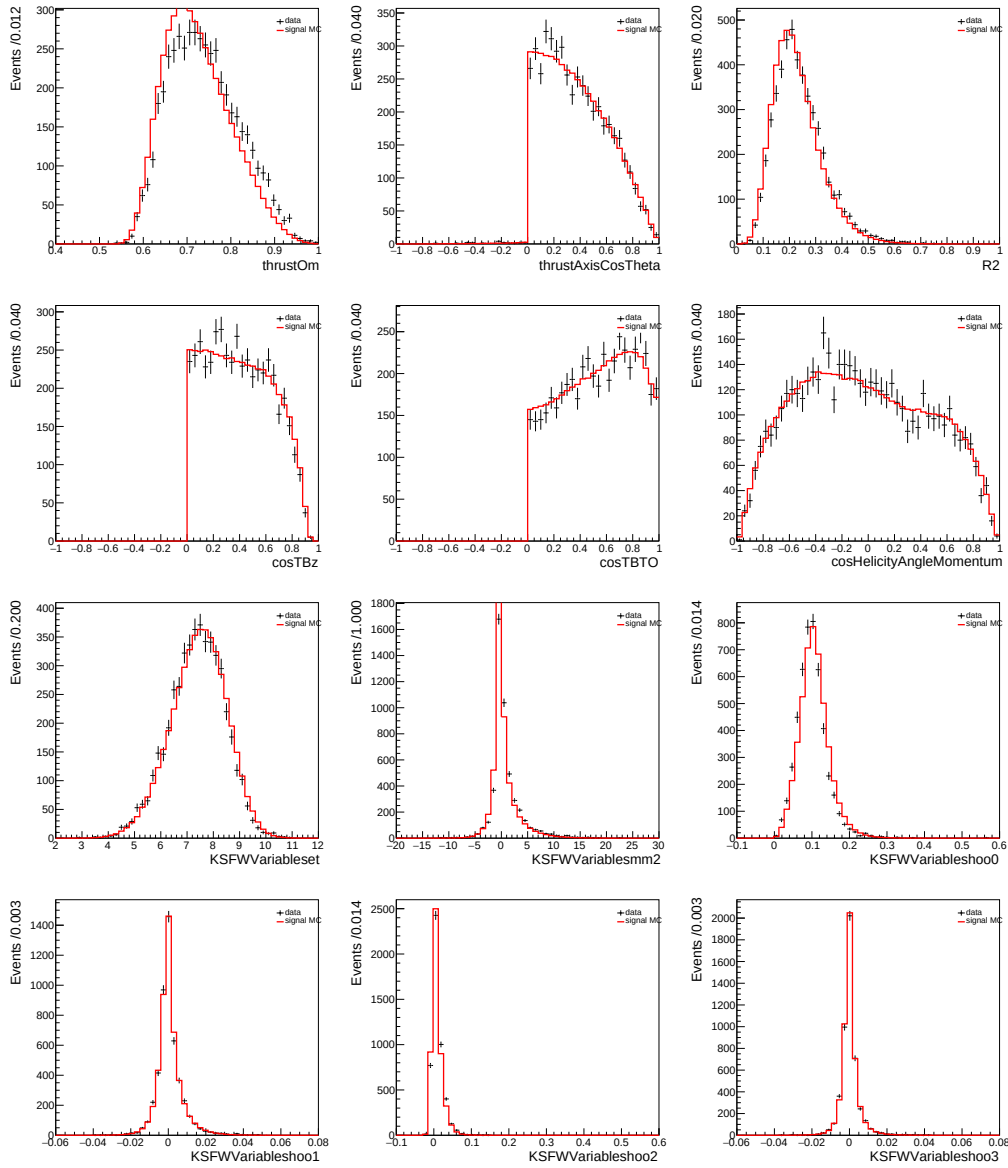


附图 1-8 在质心系能量 3508 MeV 到 4946 MeV 能量范围内, $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ 衰变中 $\eta\pi^+\pi^-$ 不变质量分布的拟合结果。黑色带误差棒的点表示数据, 红色虚线表示信号 MC, 本底贡献由绿色虚线表示, 蓝色实线表示总拟合结果。

App Figure 1-8 Fitting results of invariant mass distribution of $\eta\pi^+\pi^-$ from 3508 MeV to 4946 MeV for $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ decay. Black dots with error bars represent data, red dashed line represents signal MC, background contributions are described by the green dashed line and blue solid line represents the total fitting.

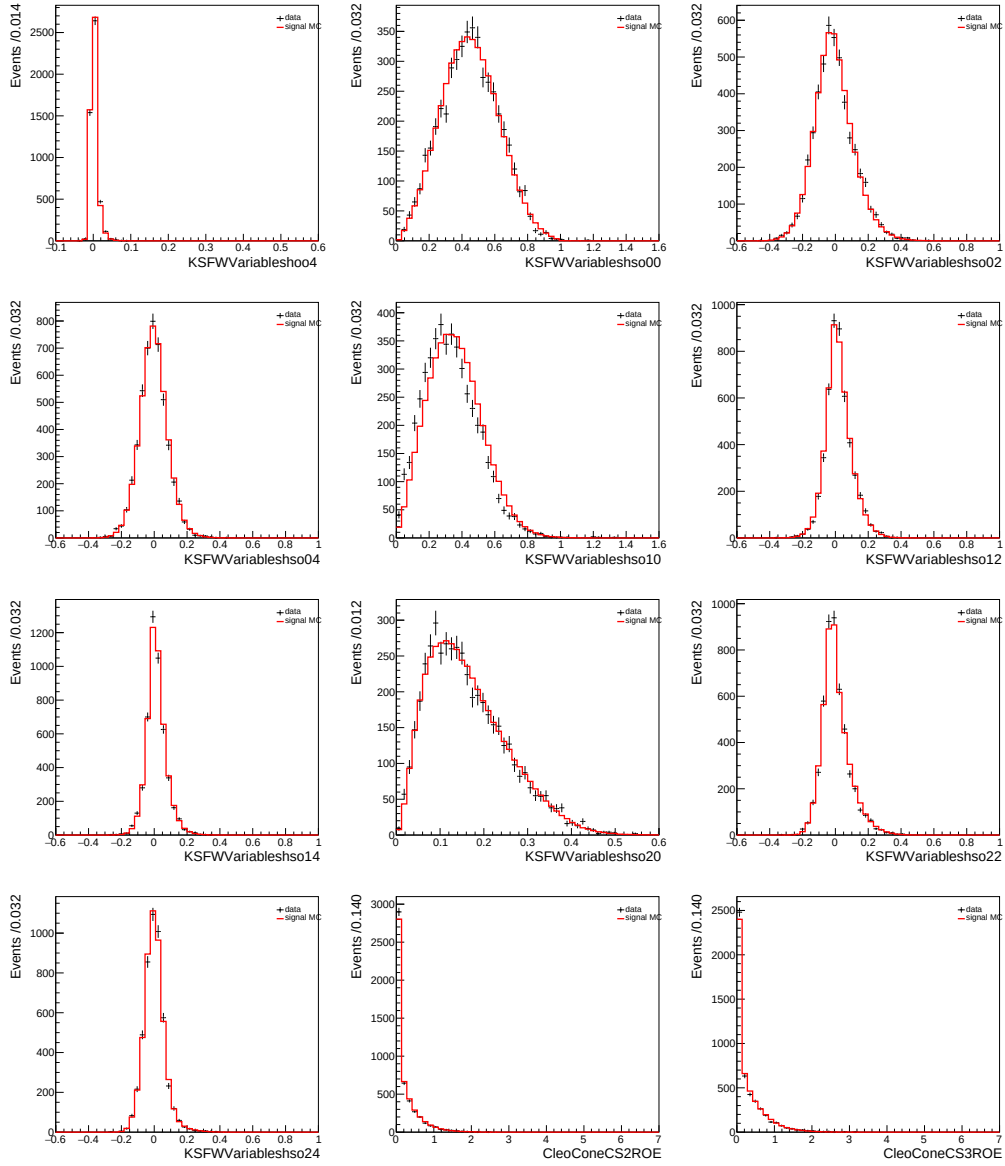
附录二 CSMVA 中使用的训练变量数据和 MC 分布对比

为了验证基于 MC 训练的连续本底压低模型适应于数据，对比了表5-4中使用的事例形状相关变量的数据和 MC 模拟的一致性。使用控制道 $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$ 进行数据与 MC 模拟的比较，通过要求 $|\Delta E| < 0.05$ GeV 从数据中获得更干净的信号样本。附图2-1、2-2和2-3展示了信号 MC 与数据的归一化分布。可以看到 MC 模拟与数据之间具有良好的一致性。某些分布中数据与 MC 模拟的差异主要是由 $B\bar{B}$ 本底事例引起的，尽管我们已经加了严格的选择条件，但数据仍存在一些 $B\bar{B}$ 本底。



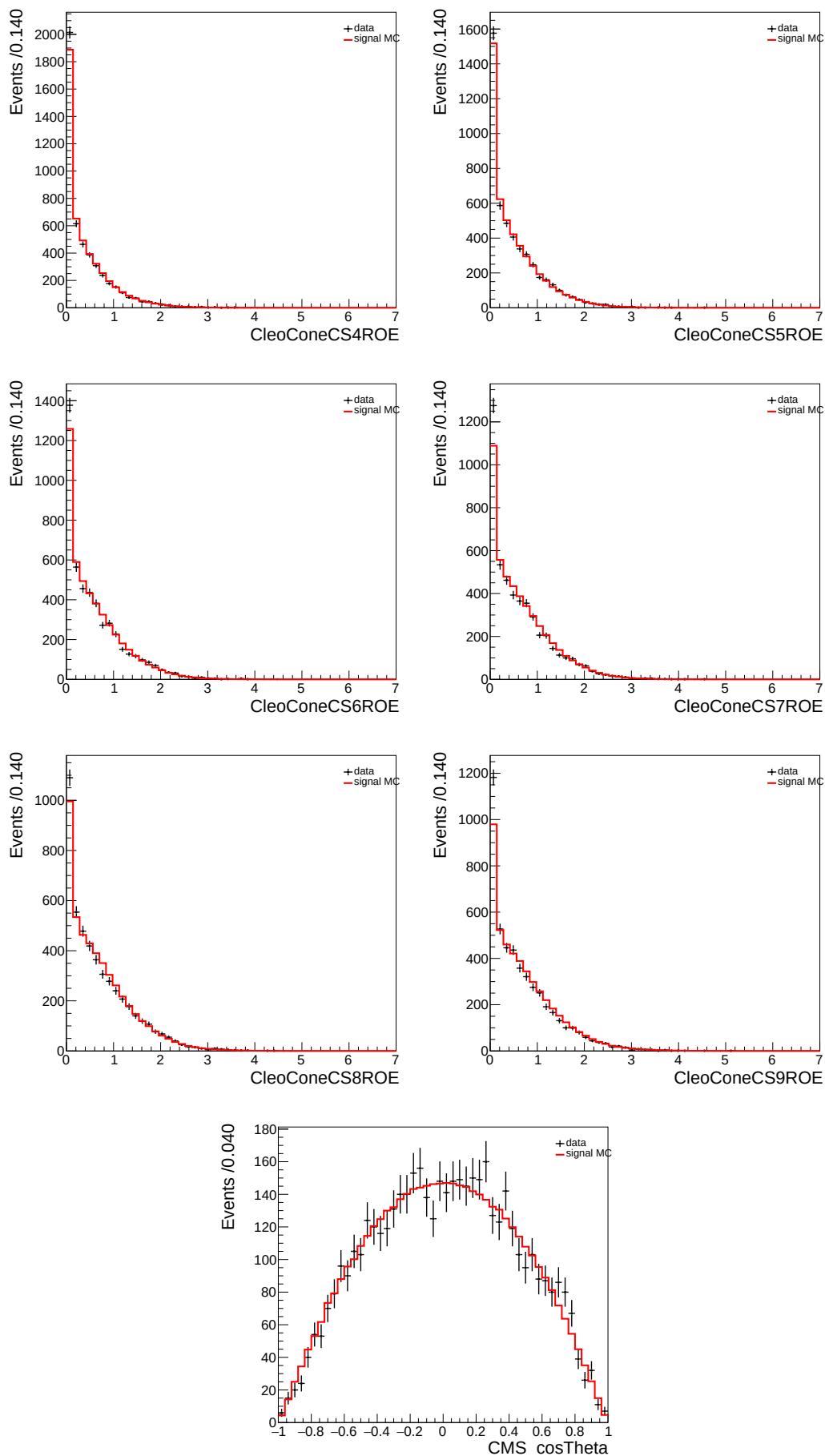
附图 2-1 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较。

App Figure 2-1 Comparison of data and MC distribution of variables used for CSMVA.



附图 2-2 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较。

App Figure 2-2 Comparison of data and MC distribution of variables used for CSMVA.



附图 2-3 CSMVA 中使用的变量数据和 MC 分布的比较。

致 谢

有人说学位论文前面的内容可以不是完全原创，致谢一定要原创。可是当我写到致谢的时候我已经写累了。一个多月的时间，写作、看文章、找加速器和探测器高清图片（大家用的很多图片都太模糊）、找文献对比设备参数（相同的参数大家写的却不尽相同，缺少具体引文）。这些已经耗费了我太多的精力，所以到致谢的时候已经不想原创了。一开始我使用了当今流行的 AI 工具—DeepSeek 帮我完成了致谢，发现 AI 写的还是很不错的，很满意。过了一段时间我恢复了一下，觉得还是有必要自己写一下，毕竟人还是比 AI 具有更丰富的情感。

同学们你们长大后的梦想是什么？讲台下年幼的我们争先恐后地回答道：我要当一名教师、我要当一名医生、我要当警察、我要成为一名科学家。我记得很多人的梦想是成为一名科学家，只是现在的我已经不知道究竟还有多少人记得儿时的梦想，又有多少人还在坚持自己的梦想。

写到这里的时候耳机里传来了一首《岁月神偷》：时间是让人猝不及防的东西...，岁月是一场有去无回的旅行。或许此刻的我对这两句话又有了更深刻的理解。转眼间我已经走过了二十二年漫漫求学路，从一名幼儿园小朋友蜕变成了一名即将毕业的博士研究生。有人会觉得这是一个漫长、枯燥且痛苦的过程。但是我仔细想想，虽然学海无涯苦作舟，但是探索自然规则、存真去伪、更深刻的认识这个物质世界不也是一种快乐？

2020–2025，五年博士求学生涯即将画上句号，回首这段充满挑战与成长的旅程，心中满怀感激。在此，我谨向所有曾给予我支持与帮助的人致以最诚挚的谢意。首先，我要特别感谢我的两位导师，张景芝研究员和苑长征研究员。

张老师，您严谨的治学态度和精益求精的科研精神深深影响了我。在我刚开始接触科研工作，您总是很关心我有没有遇到什么问题，对我给出的结果也会很仔细地检查。在每一次课题讨论和论文修改中，您总是耐心细致地指出问题，帮助我不断完善研究思路和方法。和您的沟通中我逐渐学会了如何严谨的描述科研工作，也渐渐明白了您的很多言外之意。您开阔的学术视野和深刻的洞察力，不仅让我在科研中少走了许多弯路，也让我学会了如何从更宏观的角度思考问题。您的包容与鼓励，让我在遇到困难时始终保持信心，勇敢前行。

苑老师作为一名优秀的物理学家，拥有极高的学术造诣，在高能物理领域做出了许多重要的贡献。在科研中，您总能以独到的见解为我指明方向，帮助我突破瓶颈。每次写完研究论文，您都会仔细阅读并提供很多重要的意见。在您的指导下我学习到了越来越多的科研知识，对自己的工作有了更深刻的了解。您一直告诉我们要去解决物理问题，思考我们的工作能回答什么样的物理问题，对理解物理能有多大贡献，我想这是非常宝贵的知识。您对科研的热情、执着和严谨，激励着我不断追求卓越，努力做好一名科研工作者的工作。

两位导师的悉心指导与无私付出，为我提供了宝贵的学习机会和成长空间，

再一次感谢我的两位导师。

此外，还要感谢所有曾给予我帮助的老师、同学和朋友。你们的关心与支持，让我在博士阶段收获了宝贵的友谊与成长。感谢课题组的各位同门。在办公室的日日夜夜，我们共同奋斗，互相支持；在组会的热烈讨论中，我们碰撞思想，共同进步。你们的陪伴与帮助，让我的博士生活充满了温暖与动力。

感谢我的家人和朋友，你们无条件的支持与理解，是我在科研道路上坚持不懈的动力源泉。你们的爱与鼓励，让我在面对挑战时始终充满信心。特别是我相识多年的好友，姜志文。神经科医生与高能物理科研工作者也会有无数可以探讨的话题，我们的交流充分体现了学科交叉的魅力。无论多久未见，坐在桌子前的我们都有无数交流的话题，仿佛我们拥有相似的共振频率。年幼的时候看了课本里俞伯牙和钟子期的故事总觉得人生苦短，知音难求，现在我觉得我是幸运的。

最后我想我还应该感谢我自己。感谢自己一直记得儿时的梦想；感谢自己多年以来的坚持和热爱；感谢自己始终对这物质世界充满向往。

2025 年 3 月

作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果

作者简历：

2016 年 9 月——2020 年 6 月，在天津工业大学物理学院获得学士学位。

2020 年 9 月——2025 年 6 月，在中国科学院高能物理研究所攻读博士学位。

已发表（或正式接受）的学术论文：

- (1) Ablikim M, et al. Search for a scalar partner of the $X(3872)$ via $\psi(3770)$ decays into $\gamma\eta\eta'$ and $\gamma\pi^+\pi^-J/\psi$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2023, 108(5):052012. DOI: [10.1103/PhysRevD.108.052012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.052012).
- (2) Ablikim M, et al. Measurement of $e^+e^- \rightarrow \phi\eta'$ cross sections at center-of-mass energies from 3.508 to 4.951 GeV and search for the decay $\psi(3770) \rightarrow \phi\eta'$ [J/OL]. Phys. Rev. D, 2023, 108(5):052015. DOI: [10.1103/PhysRevD.108.052015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.052015).
- (3) Jiabin Li and **Xiantao Hou** and Junli Ma and Changzheng Yuan and Xiaolong Wang. Data taking strategy for $\psi(3770)$ and $Y(4S)$ branching fraction measurements at e^+e^- colliders[J/OL]. Chin. Phys. C, 2025, 49(5):053002. DOI: [10.1088/1674-1137/adb2f9](https://doi.org/10.1088/1674-1137/adb2f9).

